

## 第 6 章: 靜態模型的全面均衡

- 1a 圖 6.13 繪示  $x, y$  兩個市場的供給曲線與需求曲線。在稟賦經濟中, 供給量為外生給定, 故供給曲線為一鉛直線。 $x$  財的需求  $x^d(p_x/p_y, e)$

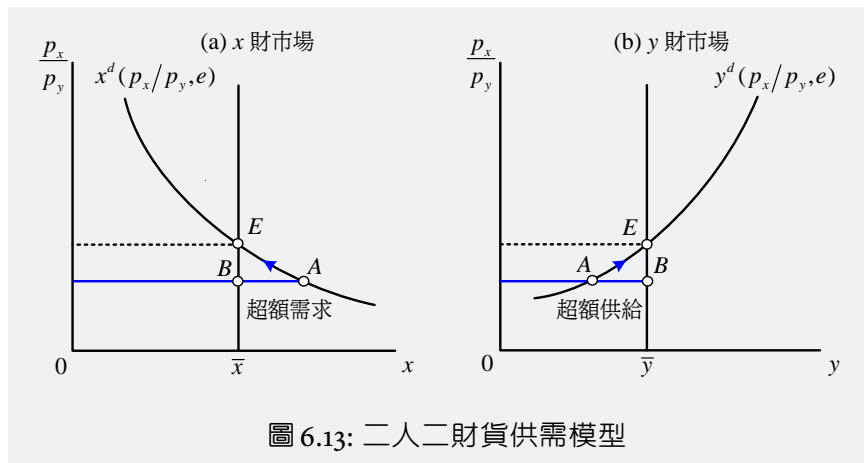


圖 6.13: 二人二財貨供需模型

分別為相對價格  $p_x/p_y$  及稟賦  $e$  的負向函數及正向函數;  $y$  財的需求  $y^d(p_x/p_y, e)$  則為相對價格  $p_x/p_y$  及稟賦  $e$  的正向函數。全面均衡要求  $x^d = \bar{x}$  且  $y^d = \bar{y}$ , 即圖中  $E$  點。

- 1b 如圖 6.13 所示, 若現行相對價格  $p_x/p_y$  低於均衡水準, 則  $x$  財市場出現超額需求  $AB$ ,  $y$  財市場出現超額供給  $AB$ , 這表示相對價格  $p_x/p_y$  太低了, 因此  $p_x/p_y$  會上升, 直到  $E$  點為止。
- 2a 根據資源限制式,  $L_x = 1 - L_y$ , 代入  $x$  的生產函數, 則  $x = f(1 - L_y)$ 。令  $h = f^{-1}$  表示  $f$  的反函數, 則  $1 - L_y = h(x)$  或  $L_y = 1 - h(x)$ , 這是生產  $x$  之後剩下能用於耕作  $y$  的土地。顯然,  $h'(x) > 0$ , 且根據  $f''(x) < 0$ , 函數  $h$  必然滿足  $h''(x) > 0$  (請自行繪圖證明)。直觀上, 因為土地的邊際生產力遞減, 為了多生產一單位  $x$  所須之土地 (即  $h'(x)$ ) 必然隨

$x$  增加而遞增, 即  $h''(x) > 0$ 。將  $L_y = 1 - h(x)$  代入  $y$  的生產函數  $g(L_y)$ , 得到

$$y = g(1 - h(x)) = F(x)。$$

這是給定任一  $x$  產量下, 阿達所能生產的  $y$ , 此即他面對的生產可能線。顯然,  $F'(x) = -g'(L_y)h'(x) < 0$ , 且

$$F''(x) = -g'(L_y)h''(x) + g''(L_y)h'(x)^2 < 0。$$

**2b** 因為  $F'(x) < 0$  且  $F''(x) < 0$ , 故在  $(x, y)$  空間中, 生產可能線是一條負斜率且向外凸出的曲線。圖 6.14 中,  $\bar{x}$  是一畝地全部用來種植

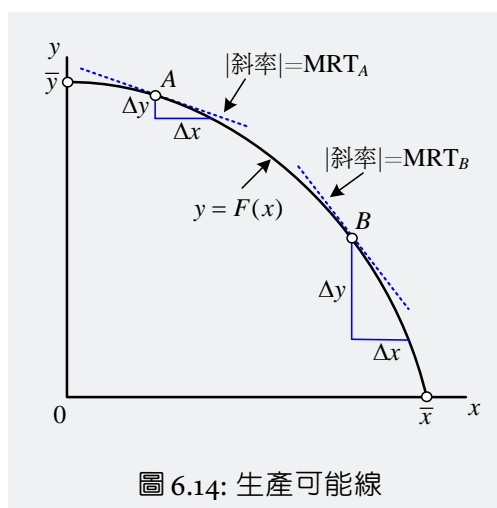


圖 6.14: 生產可能線

$x$  的產量,  $\bar{y}$  是全部用來種植  $y$  的產量。阿達若在  $A$  點生產, 則一畝地幾乎全部用來生產  $y$ , 剩下能種植  $x$  的耕地甚少。此時若增加  $x$  的生產, 則必須放棄的  $y$  產量  $\Delta y$  不多。這是自然之理, 試想, 一塊旱地若全部用來耕作水稻會發生什麼後果, 騰出一小塊種植相對耐旱的甘蔗, 損失的稻米產量當然微乎其微 (因為土地的邊際生產力遞減)。阿達若繼續生產  $x$ , 則必須放棄的  $y$  (即生產  $x$  的機會成本) 也越來越多,

因此  $B$  點對應的邊際技術轉換率必然較  $A$  點高。當土地面積增加時，兩種作物的產量上升，故生產可能線會向外移動。

**2c** 簡單計算後，生產可能線是

$$y = F(x) = [1 - x^{1/\alpha}]^\beta。$$

取自然對數（因為較簡單）並對  $x$  微分，得到

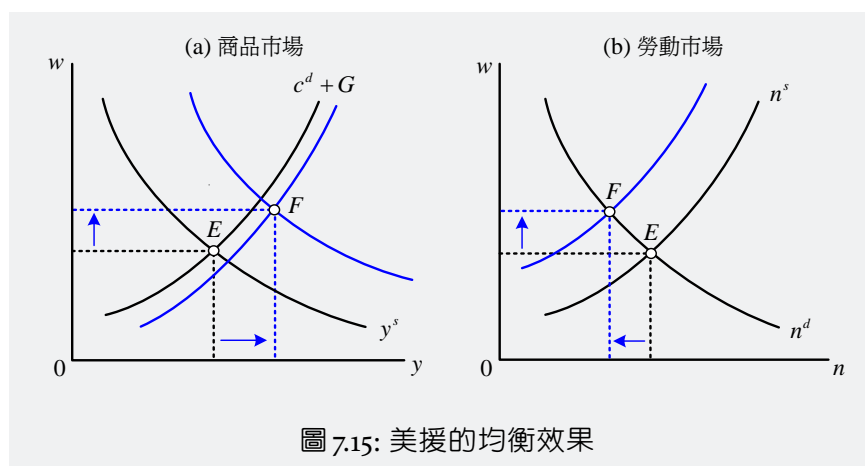
$$\frac{d \ln y}{dx} = - \left[ \frac{\beta x^{1/\alpha-1}}{\alpha(1 - x^{1/\alpha})} \right] < 0。$$

因為  $\alpha \in (0, 1)$ ，上式括弧項中的分子是  $x$  的遞增函數，分母是  $x$  的遞減函數，故  $d^2 \ln y / dx^2 < 0$ ，即  $F''(x) < 0$ 。

**2d** 在本章的模型中，一單位的時間稟賦即是本題中阿達擁有的一畝地。這一單位的時間可用於「生產」休閒  $x$ ，其生產函數是「邊際報酬固定」的  $x = f(L_x) = L_x$ （即  $f'(L_x) = 1$ ），或透過工作  $L_y = 1 - L_x$  生產商品  $y$ ，其生產函數是「邊際報酬遞減」的  $y = g(L_y)$ 。顯然，生產函數  $g$  即是此一經濟社會的生產可能線，而生產函數的斜率（MPL）也即為以時間換取消費的邊際技術轉換率 MRT。

## 第 7 章: 靜態模型的均衡分析

- 1a  $B$  上升使生產可能線平行上移, 因此消費及產出上升, 而勞動下降, 這是純粹的所得效果。因為生產函數是平行移動, 勞動下降使均衡實質工資率上升。本題的圖形分析與 7.1 節政府支出下降相同, 從略。
- 1b 圖 7.15 中,  $E$  點是原始均衡點。當  $B$  上升時,  $y^s$  曲線平行右移,  $n^d$  曲線不動 (因為  $MPL$  不受影響)。所得效果使消費需求增加, 勞動供給



減少, 因此  $n^s$  曲線左移, 而  $c^d$  曲線右移, 但其幅度不及  $y^s$  移動之幅度, 因為休閒支出也增加。在原均衡工資率下, 商品市場出現超額供給, 勞動市場出現超額需求, 因此實質工資率上升, 直到  $F$  點為止。如圖所示,  $B$  上升使均衡勞動下降, 而消費, 產出及實質工資率上升, 此一結論與上小題相同。

- 1c 資本存量上升的均衡效果與 7.2 節的  $A$  上升相同, 會使消費, 產出及實質工資率上升, 但勞動不能確定。圖形分析與圖 7.3 同, 從略。
- 1d 分析與圖 7.4 同, 從略。

2a A 下降會使消費, 產出及實質工資率下降, 但勞動的變化方向無法確定。圖形分析與圖 7.3 相同, 但方向相反, 從略。

2c 供需分析與 7.2 節的圖 7.4 相同, 但方向相反, 從略。

3 地震或海嘯這類自然災害可想成是生產設備或資本存量遭到破壞, 因此生產函數比例向下移動, 其效果與上題的 A 下降相同, 會使產出, 消費及工資率下降, 但勞動的變化不明顯。

7a 圖 7.16(a) 畫出不同  $\alpha$  參數值之下的 Laffer 曲線。如圖所示, 政府的

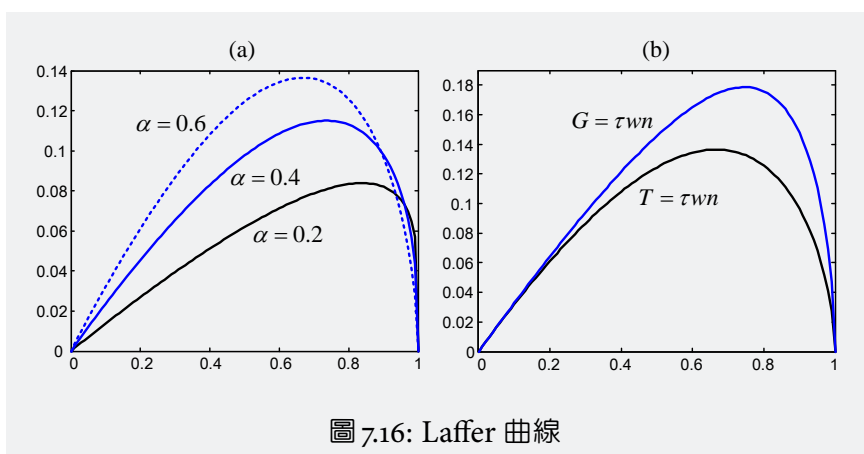


圖 7.16: Laffer 曲線

稅收函數隨  $\alpha$  值上升而向左上方偏移, 整條 Laffer 曲線變得較為「陡峭」, 這表示當  $\alpha$  值較高時, 稅率改變將對政府稅收有較為明顯的影響。直觀而言, 影響稅收最主要的因素是均衡勞動的稅率彈性。本題的均衡勞動是

$$n = \frac{\alpha(1 - \tau)}{1 + \alpha(1 - \tau)}。$$

兩邊取自然對數並對  $\tau$  微分, 得到

$$\eta_{\tau} = -\frac{d \ln n}{d \tau} = \frac{1}{(1 - \tau)(1 + \alpha(1 - \tau))}。$$

我們清楚看到,  $\alpha$  的值越大, 則勞動的稅率彈性  $\eta_\tau$  越小, 表示當稅率上升時, 均衡勞動下降的幅度也越小。在此種情形下, 政府稅收主要受稅率變動的影響, 故 Laffer 曲線變得較為陡峭。

- 7b 根據市場結清條件  $c+G = y$  及政府預算限制式  $G = \tau wn = \alpha\tau y$ , 消費是  $c = y - G = (1 - \alpha\tau)y$ 。代入一階條件  $MRS = c/(1-n) = (1-\tau)\alpha y/n$ , 消去  $y$  並移項整理後, 得到均衡勞動如下:

$$n = \frac{\alpha(1-\tau)}{1 + \alpha(1-\tau) - \alpha\tau}。$$

在本題中, 政府以所得稅融通購買支出, 因此課稅不但會產生替代效果, 也會有所得效果, 前者使勞動供給下降, 後者使勞動供給增加, 故均衡勞動量比上小題高。正因為如此, 圖 7.16(b) 中的 Laffer 曲線會比  $T = \tau wn$  時為高 (圖中假設  $\alpha = 0.6$ )。

- 9a 根據政府預算限制式,  $v = \tau y^s - G$ 。將上式及廠商股利  $d = (1-\tau)y^s - wn^d$  代入消費者的預算限制式, 化簡後得到

$$[c^d(\cdot) + G - y^s(\cdot)] + w[n^d(\cdot) - n^s(\cdot)] = 0。$$

- 9b 政府課徵營業稅使勞動需求及商品供給下降, 但不影響消費需求及勞動供給, 因此市場結清條件是  $c^d(w, d+v) + G = y^s(w, \tau)$  及  $n^d(w, \tau) = n^s(w, d+v)$ 。當  $\tau$  上升而  $G$  不變時, 移轉支付  $v$  必然增加。對消費者而言, 股利  $d$  雖然減少 (因為廠商必須繳稅), 但來自政府的移轉所得  $v$  也等量增加, 因此  $\tau$  上升對消費者不產生所得效果, 故  $c^d$  曲線及  $n^s$  曲線不動。對廠商而言,  $\tau$  上升使  $y^s$  曲線及  $n^d$  曲線左移, 最後均衡結果是產出, 消費, 勞動及實質工資率皆下降。請自行圖示以上結論。
- 9c 廠商利潤極大的一階條件是  $(1-\tau)f'(n) = w$ , 因此本題的均衡條件是  $MRS = c/(1-n) = w = \alpha(1-\tau)y/n$ 。將市場均衡條件  $c = y$  代入

上式, 整理後得到均衡解如下:

$$n = \frac{\alpha(1-\tau)}{1+\alpha(1-\tau)}, \quad c = y = \left( \frac{\alpha(1-\tau)}{1+\alpha(1-\tau)} \right)^\alpha。$$

均衡工資率略去不寫。以上均衡解顯示  $\tau$  上升將導致勞動, 產出, 消費及實質工資率下降, 與上題的供需分析結論一致。本題的稅收函數是

$$R(=v) = \tau y = \tau \left( \frac{\alpha(1-\tau)}{1+\alpha(1-\tau)} \right)^\alpha。$$

Laffer 曲線與本文相同, 從略。

- 11a** 將政府預算限制式  $v = T$  及廠商股利  $d = y^s - \phi v - wn^d$  代入消費者的預算限制式, 整理後得到

$$[c^d(\cdot) + v - y^s(\cdot)] + w[n^d(\cdot) - n^s(\cdot)] = 0。$$

- 11b** 本題的全面均衡條件與 7.5 節完全相同 (除  $\tau = 0$ ):

$$\begin{aligned} \text{廠商的一階條件:} & \quad f'(n) = w, \\ \text{消費者的一階條件:} & \quad \frac{u_l(\tilde{c}, 1-n)}{u_c(\tilde{c}, 1-n)} = w, \\ \text{商品市場供需相等:} & \quad \tilde{c} = f(n), \\ \text{政府預算平衡:} & \quad T = v。 \end{aligned}$$

稍加觀察即可發現: 總消費  $\tilde{c}$ , 勞動  $n$  及實質工資率  $w$  可完全由上述聯立體系的前三條方程式決定。因為  $v$  並未出現其中, 因此這三個變數與  $v$  無關, 換言之, 消費券仍然具有中立性質, 對總體經濟無任何影響, 私人消費將完全被排擠。

- 11c** 從預算面看, 消費券折扣使消費者的可支配所得增加  $\phi v$  單位, 但得自廠商的股利也等量減少, 因此可支配所得並未增加。其次從支出面

看, 消費券折扣改變了私人消費與消費券之間的相對價格, 使消費券更具有吸引力, 但私人消費的需求也相應減少, 因此最適支出也未增加。正如上小題, 廠商即使給予消費券折扣, 政府發放消費券仍然具有中立性質。

**11d** 本題的均衡解為

$$n = \frac{\alpha}{1 + \alpha}, \quad \tilde{c} = y = \left( \frac{\alpha}{1 + \alpha} \right)^\alpha, \quad w = \alpha \left( \frac{\alpha}{1 + \alpha} \right)^{\alpha-1}。$$

上述均衡解與  $v$  無關, 因此消費券仍然具有中立性質, 私人消費  $c$  將完全被  $v$  排擠。

**12a** 本題是兩種政策的綜合效果。首先, 所得稅率下降使消費需求及勞動供給上升, 這是支出不變但稅率下降時的替代效果。其次, 政府支出增加的所得效果使勞動供給上升, 消費需求下降, 但其下降幅度不及政府支出的增加幅度, 因此商品總需求最後仍然上升。綜合上述, 均衡結果是產出及勞動上升, 工資率下降, 但均衡消費的變化方向無法確定, 因為替代效果及所得效果的影響方向相反。圖形從略。

**12b** 根據第 5 題的分析, 均衡結果相同。

**12c** 政府發行公債, 未來還本付息時必須增稅。對民間部門而言, 只要借貸管道暢通, 今天繳稅還是未來繳稅, 財富不受影響, 因此以上兩題的分析結果不變。



## 第 8 章: 消費與儲蓄的選擇

1a 兩期預算限制式各為

$$t = 1: c_1 + qz_1 = a_1, \quad t = 2: c_2 = a_2 + z_1。$$

合併兩式, 整理後得到終身預算限制式  $c_1 + qc_2 = a_1 + qa_2 = x$ 。消費者購買一單位  $z_1$  的成本是  $q$  單位的  $c_1$ , 下期消費的增量是一單位商品, 因此一階必要條件是  $qu'(c_1) = \beta u'(c_2)$  或  $u'(c_1) = \beta u'(c_2)/q$ 。折價債券的報酬率是  $(1 - q)/q = 1/q - 1$ 。

1b 根據第二式,  $S_1 = P_2(c_2 - a_2)/(1 + R)$ , 代入第一式, 兩邊同除  $P_1$ , 使用定義  $P_2/P_1 = 1 + \pi$ , 得到跨期預算限制式:

$$c_1 + \frac{c_2}{(1 + R)/(1 + \pi)} = a_1 + \frac{a_2}{(1 + R)/(1 + \pi)} = x。$$

消費者減少一單位  $c_1$  可購買  $P_1$  單位的  $S_1$ , 第二期還本付息後,  $c_2$  的增量是  $\Delta c_2 = P_1(1 + R)/P_2 = (1 + R)/(1 + \pi)$ , 因此一階必要條件是

$$u'(c_1) = \beta u'(c_2) \left( \frac{1 + R}{1 + \pi} \right)。$$

名目債券的實質報酬率是  $(1 + R)/(1 + \pi) - 1$ 。若  $\pi = 0$ , 則名目利率等於實質利率, 即  $R = r$ 。

1c 以實質單位表達, 兩期的預算限制式分別為

$$c_1 + b_1 + qz_1 + S_1/P_1 = a_1,$$

$$c_2 = a_2 + (1 + r)b_1 + z_1 + (1 + R)S_1/P_2。$$

給定  $\{a_1, a_2, r, R, P_1, P_2\}$  不變, 消費者選擇兩期消費及三種債券的最適持有量。直觀而言, 不論消費者是否持有折價債券或名目債券, 本

期消費與實質債券之間的取捨必須滿足  $u'(c_1) = \beta u'(c_2)(1+r)$ 。同樣的推理也適用於其他兩種債券，因此最適選擇若為內解，則消費者同時持有三種債券的一階必要條件是

$$\begin{aligned} c_1/b_1 : u'(c_1) &= \beta u'(c_2)(1+r), \\ c_1/z_1 : u'(c_1) &= \beta u'(c_2)/q, \\ c_1/S_1 : u'(c_1) &= \beta u'(c_2) \left( \frac{1+R}{1+\pi} \right). \end{aligned}$$

當名目債券的實質報酬率大於其他兩種債券的實質報酬率時，貸放者只會購買名目債券，亦即

$$\frac{1+R}{1+\pi} > \frac{1}{q} \quad \text{且} \quad \frac{1+R}{1+\pi} > 1+r。$$

同理，除借者只有在以下條件成立時才會發行名目債券，

$$\frac{1+R}{1+\pi} < \frac{1}{q} \quad \text{且} \quad \frac{1+R}{1+\pi} < 1+r。$$

根據一階條件，消費者同時持有三種債券的條件是

$$\frac{1+R}{1+\pi} = \frac{1}{q} = 1+r。$$

此即無套利空間條件，表示無論持有何種債券都不能存在超額報酬。當  $r = 3\%$ ,  $\pi = 2\%$  時，無套利空間條件要求  $q = 1/1.03 \cong 0.97$ ,  $R = (1.03)(1.02) - 1 = 5.06\%$ 。在此一條件下，消費者無論以何種方式進行儲蓄，結果都相同，我們僅能決定最適消費量及最適儲蓄量，但無法決定資產組合，亦即三種債券的配置比例。

本題亦可使用數學方法求解，以下討論僅供讀者參考。根據第 2 期的預算限制式，

$$b_1 = \frac{c_2 - a_2 - z_1 - (1+R)S_1/P_2}{1+r},$$

代入第 1 期的預算限制式, 整理後得到跨期預算限制式如下:

$$\left(c_1 + \frac{c_2}{1+r}\right) + \left(q - \frac{1}{1+r}\right)z_1 + P_1 \left(1 - \frac{1+R}{(1+r)(1+\pi)}\right)S_1 = x,$$

其中  $x = a_1 + a_2/(1+r)$ 。令  $\lambda$  為對應於上式的 Lagrange 乘數, 則消費者選擇問題的 Lagrange 函數可寫成:

$$\mathcal{L} = u(c_1) + \beta u(c_2) + \lambda \left[ x - \left(c_1 + \frac{c_2}{1+r}\right) - \left(q - \frac{1}{1+r}\right)z_1 - P_1 \left(1 - \frac{1+R}{(1+r)(1+\pi)}\right)S_1 \right].$$

令  $\mathcal{L}$  對  $c_1$  及  $c_2$  的偏導數等於零, 得到一階條件:

$$u'(c_1) = \lambda \quad \text{及} \quad \beta u'(c_2) = \frac{\lambda}{1+r}.$$

兩式合併, 可得  $u'(c_1) = \beta u'(c_2)(1+r)$ , 此即消費者在  $c_1$  及  $c_2$  之間取捨的一階條件。由於  $z_1$  及  $S_1$  可能為零 (即角解), 我們必須使用互補鬆弛條件。首先, 選擇  $z_1$  的條件是

$$z_1 \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z_1} = -\lambda \left(q - \frac{1}{1+r}\right)z_1 = 0.$$

因為  $\lambda = u'(c_1) > 0$ , 上式亦可寫成  $[q - 1/(1+r)]z_1 = 0$ 。此一條件表示  $z_1$  的選擇有兩種情形:

$$\begin{cases} \text{若 } q \neq 1/(1+r), \text{ 則 } z_1 = 0 \text{ (角解),} \\ \text{若 } q = 1/(1+r), \text{ 則 } z_1 \neq 0. \end{cases}$$

同理, 選擇  $S_1$  的條件是

$$S_1 \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial S_1} = -\lambda P_1 \left(1 - \frac{1+R}{(1+r)(1+\pi)}\right)S_1 = 0.$$

因此  $S_1$  的選擇也有兩種情形:

$$\begin{cases} \text{若 } (1+R) \neq (1+r)(1+\pi), \text{ 則 } S_1 = 0 \text{ (角解),} \\ \text{若 } (1+R) = (1+r)(1+\pi), \text{ 則 } S_1 \neq 0. \end{cases}$$

根據以上兩組條件, 消費者會同時持有三種債券的條件為

$$\frac{1+R}{1+\pi} = \frac{1}{q} = 1+r。$$

- 6a** 減少一單位  $c_1$  能多累積  $\Delta b_1 = 1 + \tau_1$  單位的債券, 下期還本付息後,  $c_2$  增加  $\Delta c_2 = (1 + \tau_1)(1 + r)/(1 + \tau_2)$  單位, 因此一階條件是

$$u'(c_1) = \beta u'(c_2) \left( \frac{1 + \tau_1}{1 + \tau_2} \right) (1 + r)。$$

今天消費一單位的機會成本是  $(1 + \tau_1)(1 + r)/(1 + \tau_2)$ 。

- 6b** 消費稅暫時下降使  $c_1$  的相對價格下降, 這會產生跨期替代效果及正向的財富效果, 前者使  $c_1$  上升,  $c_2$  下降, 後者使  $c_1$  及  $c_2$  上升, 因此結果是  $c_1$  上升, 但  $c_2$  的變化方向無法確定。因為  $c_1$  上升, 但稅率  $\tau_1$  下降, 因此儲蓄  $s_1 = a_1 - (1 + \tau_1)c_1$  的變化方向無法確定。

令  $\tilde{c} = (1 + \tau)c$  代表消費支出, 則在對數效用函數下, 一階條件可寫成  $\tilde{c}_2 = \beta(1+r)\tilde{c}_1$ 。代入跨期預算限制式  $\tilde{c}_1 + \tilde{c}_2/(1+r) = a_1 + a_2/(1+r) = x$ , 運算後得到最適解如下:

$$\begin{aligned} \tilde{c}_1 = \frac{x}{1+\beta} &\Rightarrow c_1 = \frac{x}{(1+\tau_1)(1+\beta)}, \\ \tilde{c}_2 = \beta(1+r)\tilde{c}_1 &\Rightarrow c_2 = \frac{\beta(1+r)x}{(1+\tau_2)(1+\beta)}. \end{aligned}$$

根據以上最適解,  $\tau_1$  下降  $\tau_2$  不變的效果是  $c_1$  上升, 但  $c_2$  不變, 因為此時的跨期替代效果與財富效果剛好抵銷, 此一結果與前段的直觀分析一致。在本例中, 消費支出  $\tilde{c}_1 = (1 + \tau_1)c_1$  為一定值, 因此儲蓄  $s_1 = b_1 = a_1 - \tilde{c}_1$  不受  $\tau_1$  變動的影響。

- 6c** 永久性等幅減稅不影響消費的相對價格, 因此沒有跨期替代效果, 但財富效果使兩期消費上升, 儲蓄大抵不變。根據上小題的最適解, 當  $\tau_1$  及  $\tau_2$  等幅下降時, 兩期消費也等比例上升, 這是純粹的財富效果。因為消費支出  $\tilde{c}_1$  固定不變, 因此儲蓄  $s_1$  不受永久性減稅影響。

7a 在  $(\tilde{c}_1, c_2)$  空間中, 政府發放  $v_1$  的消費券使所得稟賦點平行右移, 財富效果導致  $\tilde{c}_1$  及  $c_2$  上升, 但  $\tilde{c}_1$  的增量不及  $v_1$ , 因此私人消費  $c_1 = \tilde{c}_1 - v_1$  下降, 而儲蓄  $s_1$  上升。圖形分析與圖 8.5 相同, 從略。

7b 因為  $r = \rho$ , 兩期消費必然相等, 亦即

$$\tilde{c}_1 = c_2 = \left( \frac{1+r}{2+r} \right) x_0$$

代入  $\Delta x = \Delta v_1 = 3,600$ , 消費的變動量是

$$\Delta \tilde{c}_1 = \Delta c_2 = \left( \frac{1+r}{2+r} \right) \Delta x = \frac{1.05(3,600)}{2.05} = 1,844,$$

$$\Delta c_1 = \Delta \tilde{c}_1 - \Delta v_1 = 1,844 - 3,600 = -1,756。$$

此外,  $MPC_1 = \Delta \tilde{c}_1 / \Delta v_1 = (1+r)/(2+r) \cong 0.5$ 。以上的數值結果與上小題的分析結論一致。

7c 本期發行 860 億元公債表示下期的租稅負擔是  $(1+r) \times 860$  億元, 其折現值仍然是 860 億元。對代表性消費者而言, 今天繳稅或未來繳稅對財富不產生任何影響。因為租稅負擔與消費券所得完全抵銷, 故消費券具有中立性質。若公債利率低於民間利率, 則未來租稅負擔的現值小於 860 億元, 這表示消費者的終身財富將因此而增加, 導致兩期消費需求上升。

9a 根據一階條件, 當  $r = \rho$  時,  $u'(c_1) = u'(c_2)$ , 因此  $c_1 = c_2$ 。同理, 若  $r > \rho$ , 則  $u'(c_1) > u'(c_2)$ 。因為邊際效用遞減, 即  $u''(\cdot) < 0$ , 故  $c_1 < c_2$ 。從圖形上看, 當  $r > \rho$  時, 無異曲線必然從預算線「下方」穿過  $45^\circ$  線 (因為  $MRS = 1+\rho < 1+r$ ), 因此最適選擇會落於  $45^\circ$  線上側, 即  $c_1 < c_2$ 。 $r < \rho$  的情形剛好相反, 從略。圖形見下章。

9b 邊際替代率是

$$\text{MRS}_{12} = \frac{u'(c_1)}{\beta u'(c_2)} = \left(\frac{1}{\beta}\right) \left(\frac{c_2}{c_1}\right)。$$

因為邊際替代率是消費比例  $c_2/c_1$  的函數，只要  $c_2/c_1$  不變，則無異曲線的斜率也不變，此即同位效用函數的主要特徵。圖形從略。

9c 簡單運算後，得

$$\text{MPC}_1 - 1 = \frac{\rho - r}{(1+r)(2+\rho)}, \quad \text{MPC}_2 - 1 = \frac{r - \rho}{2 + \rho}。$$

假設  $r < \rho$ ，則  $\text{MPC}_1 > 1 > \text{MPC}_2$ 。直觀而言，當  $r < \rho$  時，今天消費的預算成本  $r$  小於效用報酬  $\rho$ 。給定終身財富不變，消費者的最佳選擇本來就是  $c_1 > c_2$ 。當兩期所得各增加一單位時，消費者當然會將增加的財富多挪一些到今天消費，因此  $c_1$  的增量必然大於今天所得的增量，即  $\text{MPC}_1 > 1$ 。在此種情形下，今天的儲蓄會下降，因此明天消費的增量必然小於一單位，即  $\text{MPC}_2 < 1$ 。

9d 情形與上小題相反，從略。