總體經濟學 – 古典新論 (一)
部分習題解答

毛慶生

第 2 章: 產出與物價的衡量

2a 第 1 期名目 GDP = $50 \times 4 + 100 \times 3 = 500$。

第 2 期名目 GDP = $100 \times 6 + 60 \times 6 = 960$。

2b 基期 = 1: 兩期 GDP 各爲 500 及 $100 \times 4 + 60 \times 3 = 580$。

基期 = 2: 兩期 GDP 各爲 $50 \times 6 + 100 \times 6 = 900$ 及 960。

2c 第 1 期: 連鎖加權 GDP = 500 (該期名目 GDP)。

第 2 期: 費雪數量指數 = $\sqrt{580/500 \times 960/900} = 1.112$,

連鎖指數 = 1.112, 連鎖加權 GDP = $1.112 \times 500 = 556$。

2d 兩期 GDP 平減指數各爲 1 及 $960/580 = 1.655$。

2e 兩期 CPI 各爲 1 及 $900/500 = 1.8$。

2f 第 1 期: PCE 價格指數 = 1。

第 2 期: 費雪價格指數 = $\sqrt{900/500 \times 960/580} = 1.726$,

PCE 價格指數 = 1.726。

4 (a) 根據 $S^G = \text{TAX} - G - \text{TR} - \text{INT}$, $\text{TR} = 40 - 30 - 5 + 10 = 15$。

(b) 令 I^G 代表政府投資支出, 則 I^G = 預算赤字 + $S^G = 20 - 10 = 10$。

(c) 國內投資爲 $I = S - CA = 20 + 5 = 25$。令 I^P 代表民間投資支出, 則 $I^P = I - I^G = 25 - 10 = 15$。

(d) $NX = CA - \text{NFIA} = -5 - 10 = -15$。

(e) $\text{GNI} = C + I + G + CA = 80 + 25 + 30 - 5 = 130$。

5a 政府保證稻米收購價格將高估名目 GDP 及一般物價水準。一般情況下, 這種永久性政策對實質 GDP 及物價膨脹率沒有明顯影響。

5b 米酒價格下跌造成名目 GDP 及物價水準同時下降, 對實質 GDP 的估計沒有明顯影響, 但短期物價膨脹率會下降。

5c 物價與工資管制使名目 GDP 及「物價膨脹率」被低估, 這會使實質 GDP 成長率高估實際的生產活動。

9a 令 I^P 代表政府投資, 則政府預算赤字可寫爲 $D = I^G - S^G$。其次, $S = S^P + S^G = (I^P + I^G) + CA$, 移項整理, 得到

$$S^P - I^P = CA + (I^G - S^G) = CA + D。$$

9b 民間超額儲蓄可用來融通政府預算赤字及經常帳赤字。

12a 資本累積方程式: $K_t = K_{t-1} + I_t - \delta K_{t-1},\ t = 1, 2, 3 \cdots$。

12b 若 $K_0 = 10$, 則 $K_t = 19, 27, 34, 41, 47, \cdots, 65, 69$。因爲各期淨投資爲正, 資本存量不斷增加, 但成長速度減緩。

12c 若 $K_0 = 200$, 則 $K_t = 190, 181, 173, 166, 159 \cdots, 135, 131$。因爲各期淨投資爲負, 資本存量不斷減少, 但下降速度減緩。

12d 當 $t \to \infty$ 時, 資本存量 $K_t \to I/\delta = 10/0.1 = 100$。

第 3 章: 景氣波動的定型特徵

2a 傳統凱因斯學派認爲當期所得是決定當期消費的關鍵因素, 其消費函數可寫成 $c_t = a + by_t, a > 0, b \in (0, 1)$。以比例變動衡量, 這必然表示消費的變動比例小於所得的變動比例 (見本文)。新興古典學派從跨期選擇的角度解釋消費平滑。理性消費者會將所得的「短暫」變動透過儲蓄分配到以後各期, 故跨期消費必然顯得較爲平滑。

2b 以成長率表達, 凱因斯消費函數可寫成

$$\left(\frac{c_t - c_{t-1}}{c_{t-1}}\right) = b\left(\frac{y_{t-1}}{c_{t-1}}\right)\left(\frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}}\right)。$$

假設自發性消費 $a > 0$, 則 $by_{t-1} < c_{t-1}$, 故消費成長率的波動仍然小於產出成長率的波動。若 $a = 0$, 則兩者的波動幅度相等。

2c 造成「消費過度波動」的原因有許多, 最直觀的原因是資本或金融市場不完全。現實世界中, 因爲資訊不完全或倒債風險太高, 致使某些消費者無法參與借貸活動。這些消費者阮囊羞澀之際「借貸無門」, 只能勒緊褲帶, 因此消費變動較爲劇烈。其次, 爲了決定終生最適消費, 人們必須面對各種隱晦不明的資訊, 這些不確定因素也是造成消費過度波動的原因。最後, 不是每個人都是向前看 (forward-looking) 的「古典消費者」, 經濟社會若存在一缸子「凱因斯消費者」, 則消費能力直接受當期所得影響, 其波動幅度自然較大。

2d 廠商勞動窖藏及消費者平滑休閒的行爲是造成勞動工時相對穩定的原因。詳見本文討論, 不再重複。

2e 從古典學派的角度看, 平滑消費的結果必然是儲蓄及投資波動較爲劇烈。請參考本文討論, 不再重複。傳統凱因斯學派認爲投資受產出或

所得「成長」的影響, 當產出增加時, 不但民間消費上升, 廠商投資也會增加。透過乘數效果, 這又會使未來的投資繼續上升, 造成投資的波動相對劇烈。以上推論簡化了凱因斯學派的「乘數-加速原理」, 但已能捕捉其大要, 讀者可參考其他書籍。

2f 理論上, 儲蓄增加會使投資增加, 因此兩者應呈現「高度」正相關。事實上, 無論是凱因學派模型或古典模型, 在一個封閉的經濟體系中, 商品市場的均衡條件即是儲蓄等於投資。現實世界中, 影響儲蓄與投資相關性的因素有許多。舉其大者而言, 經濟體系必須透過銀行等金融中介機構的「媒合」功能, 才能將儲蓄「變成」投資, 銀行若效率不彰, 則廠商投資的成本自然較高, 因此儲蓄增加不見得會刺激投資意願。此外, 儲蓄及投資係由經濟社會中動機不同, 客觀條件也不同的成員決定; 消費者決定要儲蓄多少, 廠商則決定是否投資。當實質利率上升時, 消費者的儲蓄意願上升, 但廠商的投資需求卻下降。最後, 若投資環境欠佳, 則儲蓄流向國外, 國內投資不見得會增加, 甚至可能下降。

2g 詳見本文討論, 從略。

2h 這是一個值得研究的問題, 作者也沒有成熟的看法。大抵而言, 淨出口變動與一國的產業結構, 貿易條件及消費型態有關。1980 年代是台灣工業發展的鼎盛時期, 國人的所得明顯上升。1990 年代以後, 台灣與其他先進國家一樣, 逐漸變成「消費型社會」, 民眾開始消費舶來品。所得上升導致進口增加的幅度較大, 故淨出口下降。這是作者不成熟的臆測, 應該還有其他因素, 值得進一步研究。

2i 直觀上, 勞動需求是實質工資率的負向函數, 而勞動供給則是實質工資率的正向函數。短暫供給面衝擊主要影響廠商的勞動需求, 對勞動供給的影響相對較小。面對能源危機, 勞動需求曲線左移, 假設勞動

供給不變 (或變動幅度不大, 忽略不計), 則市場工資率與就業水準下降, 使產出也下降。若政府對消費者課徵人頭稅, 因爲消費者變窮了, 這會刺激工作意願 (即所得效果), 使勞動供給曲線右移。導致市場工資率下降, 但勞動及產出上升。我們會在第 7 章進一步解說。

2j 詳見本文討論, 從略。

2k 詳見本文討論, 從略。

2l 交叉跨期共變異數的定義是

$$\sigma_{xy}(j)=\frac{\sum_t(x_t-\overline{x})(y_{t+j}-\overline{y})}{T-|j|}。$$

爲了簡潔, 略去加總運算的樣本端點不寫。令 $s=t+j$, 則 $t=s-j$。利用此一關係, 將上式右邊的 t 代掉, 則

$$\sigma_{xy}(j)=\frac{\sum_t(x_t-\overline{x})(y_{t+j}-\overline{y})}{T-|j|}=\frac{\sum_s(y_s-\overline{y})(x_{s-j}-\overline{x})}{T-|j|}。$$

稍加觀察, 上式右邊即爲 $\sigma_{yx}(-j)$, 故 $\rho_{xy}(j)=\rho_{yx}(-j)$。得證。

4a 表 3.1 是 1972-2012 樣本期間的檢定結果。很顯然, 油價波動對台灣產

表 3.1: Granger 因果檢定 (1972:1–2012:4)

虛無假設	F 統計值	尾端機率	結論
原油價格非產出的 Granger 原因	3.71	0.01	拒絕
產出非原油價格的 Granger 原因	0.56	0.69	接受

出具有顯著的預測能力, F 檢定值高達 3.71, 因此我們接受或不排除

表3.2: Granger 因果檢定 (1972:1–2012:4)

虛無假設	F 統計值	尾端機率	結論
政府消費非產出的 Granger 原因	2.51	0.04	拒絕
產出非政府消費的 Granger 原因	1.73	0.15	接受

表3.3: Granger 因果檢定 (1972:1–2012:4)

虛無假設	F 統計值	尾端機率	結論
政府投資非產出的 Granger 原因	1.27	0.28	接受
產出非政府投資的 Granger 原因	3.39	0.01	拒絕

油價是導致台灣產出波動的 Granger 原因, 此一結論與本文的討論一致。檢定結果同時顯示, 台灣的實質產出對國際油價沒有預測能力, 這也相當合理。爲節省篇幅, 省略 VAR 模型的估計結果。

4b 檢定結果顯示 (見表3.2), 台灣的政府消費是實質產出波動的 Granger 原因, 但產出波動對政府消費沒有預測能力。此一結論表示政府消費沒有明顯的反循環特徵, 但會對未來 GDP 產生 Granger 效果。

4c 檢定結果與政府消費相反 (見表3.3), 亦即, 產出波動是導致政府投資變動的 Granger 原因, 但政府投資卻對未來 GDP 沒有顯著的預測能力。因爲政府投資與落後期產出呈現負相關, 此一結果再次確認, 台灣的政府投資具有明顯的反循環特徵。

第 4 章: 廠商的靜態選擇

1a 爲了簡潔, 以下假設 $A = 1$。首先, CES 生產函數滿足規模報酬固定, 因爲 $F(ak, an) = aF(k, n)$。其次, $F(k, 0) > 0$ 且 $F(0, n) > 0$, 故第一個條件不滿足, 但這並非絕對必要。利用固定規模報酬性質, 我們可以將生產函數寫成 $y = nF(k/n, 1)$ 或 $y/n = F(k/n, 1) = f(k/n)$。這種以「平均勞動單位」或「人均單位」表達的生產函數在一般應用中 (特別是成長模型) 頗爲常見, 而且方便運算。令 $\tilde{k} = k/n, \tilde{y} = y/n$, 則規模報酬不變的生產函數可寫成 $\tilde{y} = f(\tilde{k})$。

利用以上性質, 要素的邊際生產力也可以用資本勞動之比 $\tilde{k}$ 表達。首先, 根據定義,

$$\mathrm{MPK} = \frac{\partial y}{\partial k} = \frac{\partial}{\partial k}\left[nf(\tilde{k})\right] = f'(\tilde{k})。$$

由上可知, 函數 f 的斜率即爲資本的邊際生產力。利用 Euler 性質, $y = \mathrm{MPK} \times k + \mathrm{MPL} \times n$, 兩邊同除 n, 移項後可得

$$\mathrm{MPL} = f(\tilde{k}) - \tilde{k}f'(\tilde{k})。$$

顯然, 勞動的邊際生產力也與 $f'(\tilde{k})$ 有關, 因此我們僅需計算 $f'(\tilde{k})$ 即可, 省去不少麻煩。

以人均單位表達, CES 生產函數可寫成

$$\tilde{y} = f(\tilde{k}) = \left[\alpha\tilde{k}^{1-1/\phi} + (1-\alpha)\right]^{\phi/(\phi-1)}。$$

微分後可得

$$\begin{aligned} f'(\tilde{k}) &= \alpha\left[\alpha\tilde{k}^{1-1/\phi} + (1-\alpha)\right]^{1/(\phi-1)}\tilde{k}^{-1/\phi} \\ &= \alpha\left[\alpha + (1-\alpha)\tilde{k}^{1/\phi-1}\right]^{1/(\phi-1)} > 0。 \end{aligned}$$

再微分一次, 得到

$$f''(\tilde{k}) = \left[\frac{-\alpha(1-\alpha)}{\phi}\right]\left[\alpha + (1-\alpha)\tilde{k}^{1/\phi-1}\right]^{(2-\phi)/(\phi-1)} \tilde{k}^{1/\phi-2} < 0。$$

根據以上結果, $F_{kk}(k,n) = \partial f'(\tilde{k})/\partial k = f''(\tilde{k})/n < 0$, 即 MPK 遞減, 滿足條件 3。其次, $F_{kn}(k,n) = \partial f'(\tilde{k})/\partial n = -\tilde{k} f''(\tilde{k})/n > 0$, 故資本與勞動在技術上互補, 滿足條件 4。最後, 令 $\Delta = \alpha + (1-\alpha)\tilde{k}^{1/\phi-1} > \alpha$, 則 $\text{MPL} = f(\tilde{k}) - \tilde{k} f'(\tilde{k}) = \tilde{k}\Delta^{1/(\phi-1)}(\Delta - \alpha) > 0$ (請自行驗證), 且

$$\frac{\partial \text{MPL}}{\partial n} = \frac{\partial}{\partial n}[f(\tilde{k}) - \tilde{k} f'(\tilde{k})] = \frac{\tilde{k}^2 f''(\tilde{k})}{n} < 0,$$

故 MPL 也滿足條件 2 及 3。

$f'(\tilde{k})$ 的極值取決於參數 ϕ。若 $\phi > 1$, 則觀察 $f'(\tilde{k})$ 的函數形式, 可得

$$\lim_{k\to\infty} f'(\tilde{k}) = \alpha^{\phi/(\phi-1)} > 0, \quad \lim_{k\to 0} f'(\tilde{k}) = \infty;$$

反之, 若 $\phi < 1$, 則

$$\lim_{k\to\infty} f'(\tilde{k}) = 0, \quad \lim_{k\to 0} f'(\tilde{k}) = \alpha^{\phi/(\phi-1)} < \infty。$$

MPL 的極值與 MPK 類似, 請自行推導。總之, CES 生產函數不完全滿足 Inada 條件, 但這也非必要假設。

1b 首先, 分別對 k 及 n 偏微分, 得到

$$\text{MPK} = \alpha A \Delta^{\frac{1}{\phi-1}} k^{\frac{-1}{\phi}}, \quad \text{MPL} = (1-\alpha) A \Delta^{\frac{1}{\phi-1}} n^{\frac{-1}{\phi}},$$

其中, $\Delta = [\alpha k^{1-1/\phi} + (1-\alpha) n^{1-1/\phi}]$, 即 CES 函數中的括弧項。根據以上兩式,

$$\frac{\text{MPL}}{\text{MPK}} = \frac{1-\alpha}{\alpha}\left(\frac{k}{n}\right)^{1/\phi}。$$

兩邊取自然對數, 移項整理得到

$$\ln\left(\frac{k}{n}\right) = \text{固定參數} + \phi \ln\left(\frac{\text{MPL}}{\text{MPK}}\right)。$$

根據上式,

$$\frac{d\ln(k/n)}{d\ln(\text{MPL}/\text{MPK})} = \phi。$$

因此參數 ϕ 即爲資本勞動替代彈性。

1c Cobb-Douglas 生產函數滿足本文所述的六個條件, 運算不難, 請自行證明。利用 MPK = $\alpha y/k$, MPL = $(1-\alpha)y/n$, 兩式相除得到

$$\frac{k}{n} = \left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)\left(\frac{\text{MPL}}{\text{MPK}}\right),$$

故 Cobb-Douglas 生產函數的要素替代彈性等於一, 意思是說: w/r 若上升 1%, 則資本勞動之比 k/n 也會上升 1%。數學上, 我們也可利用 L'Hôpital 法則證明: 當 $\phi \to 1$ 時, CES 生產函數會趨近 Cobb-Douglas 生產函數。具備微積分背景的讀者請自行嘗試。

1d Leontief 生產函數的主要特徵是 (1) 沒有投入, 就沒有產出, (2) 規模報酬不變, (3) 邊際生產力爲一定值, 不會遞減。更清楚的說, 在 $k < bn/a$ 區間, MPK = $a > 0$, 但若 $k > bn/a$, 則 MPK = 0; 同理, 在 $n < ak/b$ 區間, MPL = $b > 0$, 但若 $n > ak/b$, 則 MPL = 0。(4) 要素邊際生產力與另一個要素的使用量無關, 即 $F_{kn}(k,n) = 0$。這是「一個蘿蔔一個坑, 一台機器一個人」的生產技術, 無論要素成本如何變化, 資本與勞動永遠都維持固定比例, 不能互爲替代, 故稱固定係數生產函數。最後, 數學上也可證明: 當要素替代彈性 $\phi \to 0$ 時, CES 生產函數會趨近 Leontief 生產函數, 因此 Leontief 生產函數也是 CES 生產函數的特例。

1e 圖 4.12 畫出不同 ϕ 值下的等產量線。當 $\phi \to 0$ 時, 等產量線在固定要素比例位置形成直角, 表示資本與勞動之間不能替代, 無論要素成本如何變動, 資本與勞動比例維持固定。如圖所示, 若勞動不變, 則增加

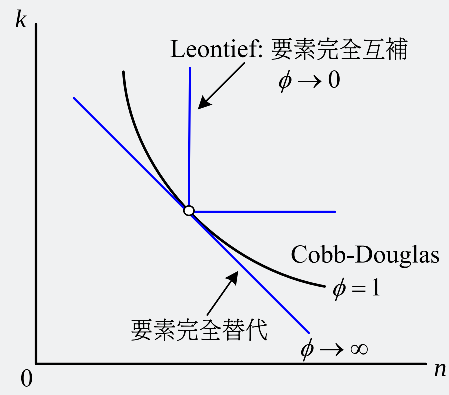

圖 4.12: 等產量線

資本使用量, 產出維持不變, 而資本不變, 增加勞動投入量也無法增加產出。當 $\phi \to \infty$ 時, 等產量線爲一條負斜率的直線, 表示要素之間能夠完全替代, 廠商會根據要素成本的相對高低, 僅使用一種要素 (資本或勞動) 進行生產。Cobb-Douglas 生產函數的要素替代彈性等於一, 其等產量線凸向原點, 介於以上兩種情形之間。

3a 廠商雇用勞動的邊際收益是 $(1-\tau)(1-\phi)$MPL, 邊際成本是 $(1-\tau)w$。因爲 $(1-\tau)$ 等比例影響收益及成本, 故一階條件是

$$(1-\phi)AF_n(k,n) = w。$$

3c 所得稅率 τ 對勞動需求及商品供給皆無影響, 因爲 τ 以等比例同時影響邊際收益及邊際成本。營業稅率 ϕ 上升使雇用勞動的稅後邊際收益下降, 但不影響邊際成本, 故廠商的勞動需求及商品供給同時下降。

3d 簡單運算後, 一階條件可寫爲

$$(1-\phi)(1-\alpha)Ak^{\alpha}n^{-\alpha}=w。$$

兩邊取自然對數, 移項整理並略去無關分析之變數, 勞動需求函數與稅率 ϕ 的關係可寫爲

$$\ln n^d=\frac{\ln(1-\phi)}{\alpha}+\cdots。$$

對 ϕ 微分即得到勞動需求的營業稅率彈性:

$$\frac{d\ln n^d}{d\phi}=\frac{-1}{\alpha(1-\phi)}。$$

以上的彈性大嗎? 以台灣爲例, 現行加值稅率爲 5%, 若 $\alpha=1/3$ (資本份額), 則 ϕ 上升一個百分點將使勞動需求下降 $3/(1-0.05)\cong 3.16\%$, 影響非常顯著。

第 5 章: 消費者的靜態選擇

5a 當存在加班費時, 最適選擇可能存在雙解, 亦即, 加班與不加班無異, 我們不考慮這些細節。對原來不加班的消費者而言, 加班費上升是否會影響他的選擇, 要看加班費的替代效果是否夠強而定; 如果加班費提供足夠的誘因, 則消費者會選擇加班, 請自行繪圖分析。對原來即選擇加班的消費者而言, 加班費上升的影響視所得效果與替代效果的相對強弱而定; 若所得效果較強, 則仍然會加班, 但工作小時下降, 反之, 則更「努力賣命」, 亦請自行繪圖分析。

5b 固定係數效用函數的消費與休閒爲完全互補財, 工資上升沒有替代替代效果, 只有所得效果, 因此對原來不加班的消費者沒有影響, 但加班者的勞動小時會下降, 消費與休閒會上升, 請自行繪圖分析。

6a (圖略) 本題的一階條件是

$$\mathrm{MRS}_{l,c} = \frac{u_l(c,l)}{u_c(c,l)} = \frac{(1-\tau)w}{1+\phi}。$$

休閒的機會成本 (上式右邊) 不但受工資稅率 τ 的影響, 也與消費稅率 ϕ 有關。直觀而言, 消費稅率上升有如「對勞動課稅」, 因此休閒的機會成本下降。

6b ϕ 上升之效果與 τ 上升類似。若所得效果大於替代效果, 則消費與休閒下降, 勞動上升; 反之, 則休閒上升, 但消費與勞動下降。

6c 對消費課稅即爲對勞動課稅, 因此 ϕ 及 τ 的效果類似。

7a 令 $\tilde{c} = c + \phi G$, 則一階條件可寫爲

$$\mathrm{MRS} = \frac{v'(l)}{u'(\tilde{c})} = w。$$

當政府支出 G 增加時, 總消費的邊際效用下降, 而休閒的邊際效用不受影響, 因此「以休閒取代私人消費」的邊際替代率上升。此種情況與 5.6 節的消費券模型極爲類似, 會使無異曲線變得相對「陡峭」, 表示休閒的重要性上升, 因此 G 上升會取代部分私人消費支出, 導致勞動下降, 休閒上升。

7b 仿照 5.5 節的運算過程, 本題的行爲函數爲 (不考慮角解)

$$c^d = \frac{a + w - \phi G}{2}, \qquad n^s = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{a + \phi G}{w}\right)。$$

如上小題所述, 政府支出增加會替代部分私人消費, 使 c^d 下降, 但總消費量 $\tilde{c}$ 仍然增加, 而勞動供給 n^s 下降。

7c 上題的 G 增加有如消費者的總消費量增加, 因此消費的邊際效用下降, MRS 上升。但在本題中, G 增加會使私人消費的邊際效用上升, 因此其效果與上題相反, 會使 MRS 下降, 消費與勞動上升, 而休閒下降。現實世界中, 此類政府支出不勝枚舉, 例如政府規劃台北「信義計畫區」或高雄「城市光廊」, 使民衆消費的邊際效用增加即爲一例。

9a 在 $(\tilde{c}, l)$ 空間中, v 上升使預算線向上平移, 對無異曲線沒有影響。所得效果使總消費量 $\tilde{c} = c + v$ 及休閒上升, 勞動下降。根據預算限制式 $c = a + wn$, 因爲勞動下降, 私人消費必然下降, 此一結論與本文相同。圖形分析與圖 5.4 的 a 上升相同, 從略。

9b 最適解爲 (不考慮角解)

$$\tilde{c} = w, \qquad c = \tilde{c} - v = w - v,$$

$$l = (a + v)/w, \qquad n = 1 - (a + v)/w。$$

在本題的準線性效用函數下 (見習題 3b), v 上升的所得效果將全部被休閒增加吸收, 對總消費量 $\tilde{c}$ 沒有影響, 因此消費券將「完全排擠」私人消費。

9c 最適解爲 (不考慮角解)

$$\tilde{c} = a + w - 1 + v, \qquad c = a + w - 1,$$
$$l = 1/w, \qquad n = 1 - 1/w。$$

本題與上題相反, 所得效果將完全反映在 $\tilde{c}$ 的增加, 休閒或勞動不受影響。假設 v 增加 Δv 單位, 則總消費量也增加 Δv 單位, 因此私人消費 c 不受影響, 亦即, 私人消費水準與 v 上升前相同。