

18 RBC 模型的政策分析

本章要將 RBC 模型的分析焦點對準政府的財政政策。首先，我們要追問政府增加消費性支出會對整體經濟產生什麼影響。這是一個老掉牙的問題，長年以來一直爭議不休，讀者在本書中也已邂逅多次。與靜態模型或 Ramsey 模型比較，RBC 模型有相對完整的結構，因此可以對政策效果進行較為完整的分析；除了產出，消費，投資及實質利率外，我們也可分析政策對就業及實質工資率的影響。

除了政府的支出政策外，本章也要考慮不同課稅手段對經濟社會的影響，包括消費稅，勞動所得稅及資本所得稅。這些課稅手段會影響消費者及廠商的決策，進而對整體經濟產生程度不一的扭曲效果。根據這些分析，我們要進一步利用 RBC 模型回答一個重要的規範問題，亦即，為了融通給定的支出，政府究竟應該對資本所得課稅，還是對勞動所得課稅？這是晚近最適租稅理論的熱門課題，直到今天，學界仍然沒有共同接受的看法。站在效率的角度，我們要為讀者推導一個爭議性極高的命題，亦即，為了使課稅造成的扭曲極小，政府不應對資本所得課稅，所有稅收都應來自勞動所得稅，換言之，最適資本所得稅率應該等於零。用白話說，對郭董這種富豪而言，政府不應對其股利所得課稅！這個幾乎違背所有人主觀價值及常理的結論一定會令許多讀者不安。

除政府的支出及租稅政策外,本章也要分析「一例一休」政策的總體效果。簡單的說,一例一休是一種法定最高工時政策,政府明訂廠商對超時勞動必須給付相當加班費。讀者知道,這個公權力直接介入勞動契約的政策曾把台灣搞得天翻地覆。對總體經濟而言,一例一休政策將造成嚴重的扭曲後果,不但廠商受害,勞工及消費者也受害。

18.1 政府消費短暫增加的均衡效果

面對經濟不景氣,政府最常祭出的手段便是提振需求,增加商品購買量。在傳統凱因斯學派模型中,這種政策經常能使產出倍數增加,有效對付不景氣。然而,證諸各國的歷史經驗,提振內需的政策效果往往不如預期。本節要利用 RBC 模型分析政府消費短暫增加的均衡效果,讀者將發現,所謂的乘數效果在理論上很難站得住腳。

當期(短期)效果

圖 18.1 中,經濟社會原來處於恆定狀態,商品市場的均衡落於 E 點,對應的利率及產出是 ρ 及 y^* 。給定均衡利率 $r^* = \rho$,勞動市場的均衡也落於 E 點,實質工資率及勞動是 w^* 及 n^* 。假設政府於 t 期增加 $\Delta G_t = EB$ 單位的消費支出,其他各期維持不變;這是一個短暫的提振內需政策。在圖 (a) 的商品市場中,此一變動使商品需求曲線等幅右移至 B 點的虛線位置,這是政府增加消費支出的**直接效果**。

政府消費支出不影響要素生產力,而且這類支出的短暫變動也不影響恆定資本存量,因此在原利率水準下,廠商的投資需求不變。然而,對消費者而言,政府支出增加表示終身租稅負擔也增加,這會使恆常所得下降,導致消費需求下降,而勞動供給及商品供給上升,這是**財富效果**。一般情形下,政府支出短暫變動所衍生的財富效果極小,可略去不予考慮,但為求完整,圖中仍予表達。首先,勞動供給增加使商品供給曲線自 E 點微

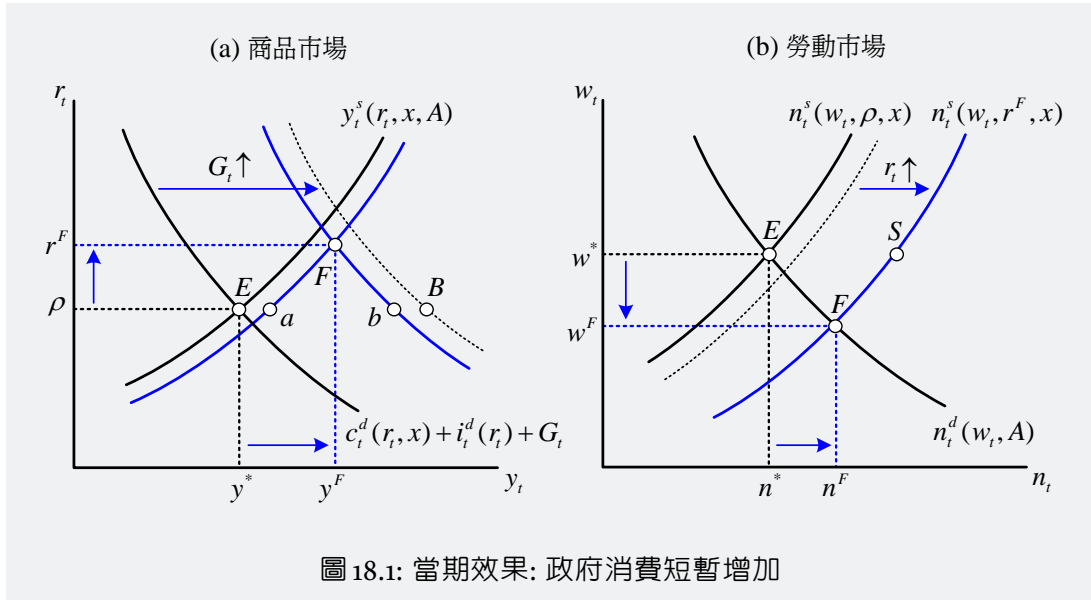


圖 18.1: 當期效果: 政府消費短暫增加

幅右移至 a 點的藍線位置。其次，民間消費下降使商品需求曲線自 B 點微幅左移至 b 點的藍線位置。如圖所示，在原均衡利率水準下，商品市場出現 ab 的超額需求。平心而論，這正是政府企圖增加商品需求的初衷；當局期待商品需求增加能夠刺激生產，使產出增加。

以上情形當然不是均衡狀態，因為商品的超額需求必然表示債券市場的資金緊俏，造成利率上升壓力。有關債券市場的分析，稍後再補充。隨著利率上升，廠商的投資需求下降，而跨期替代效果也使民間消費下降，因此商品需求量會沿著需求曲線自 b 點向 F 點遞減。另一方面，利率上升的跨期替代效果也使商品供給量自 a 點向 F 點遞增，最後與商品需求曲線交於 F 點，均衡重新達成。比較前後均衡點，政府消費短暫增加的當期效果是實質利率及產出上升，而民間消費及投資下降。如前所述，民間消費之所以下降是因為課稅的財富效果（雖然幅度極小）及利率上升的跨期替代效果所致，而廠商的原始投資需求雖然不受政策直接影響，但因為市場利率上升了，均衡投資必然下降。

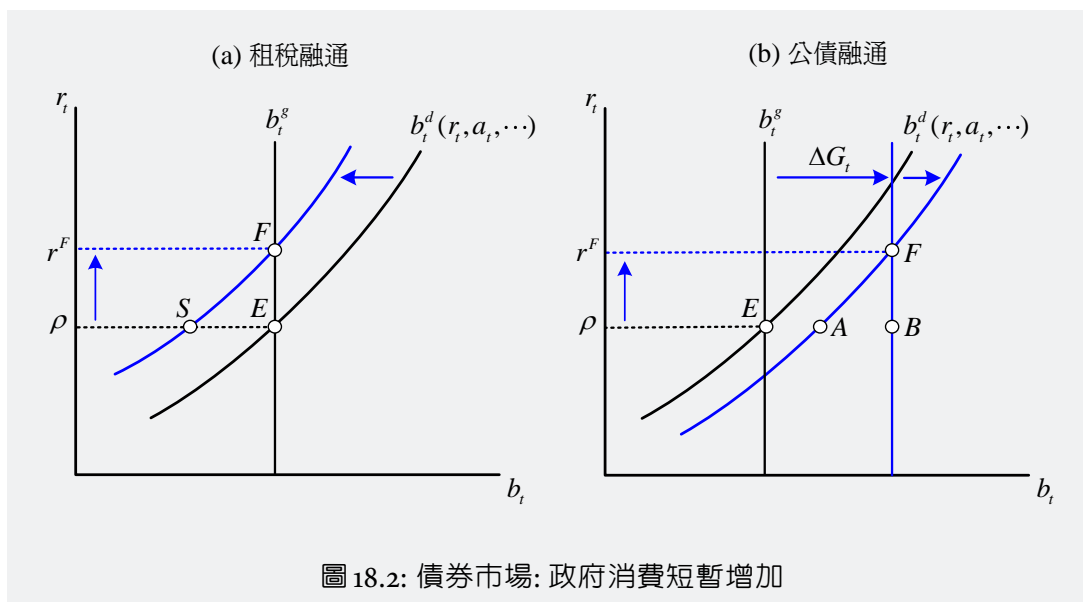


圖 18.2: 債券市場: 政府消費短暫增加

除產出的變動外, 以上結論與 Ramsey 模型完全相同, 亦即, 政府消費短暫增加會使市場利率上升, 而民間消費及投資下降。在 Ramsey 模型中, 因為勞動供給固定, 故政府消費變動不影響均衡產出, 但在 RBC 模型中, 利率上升會使商品供給增加, 導致均衡產出上升。

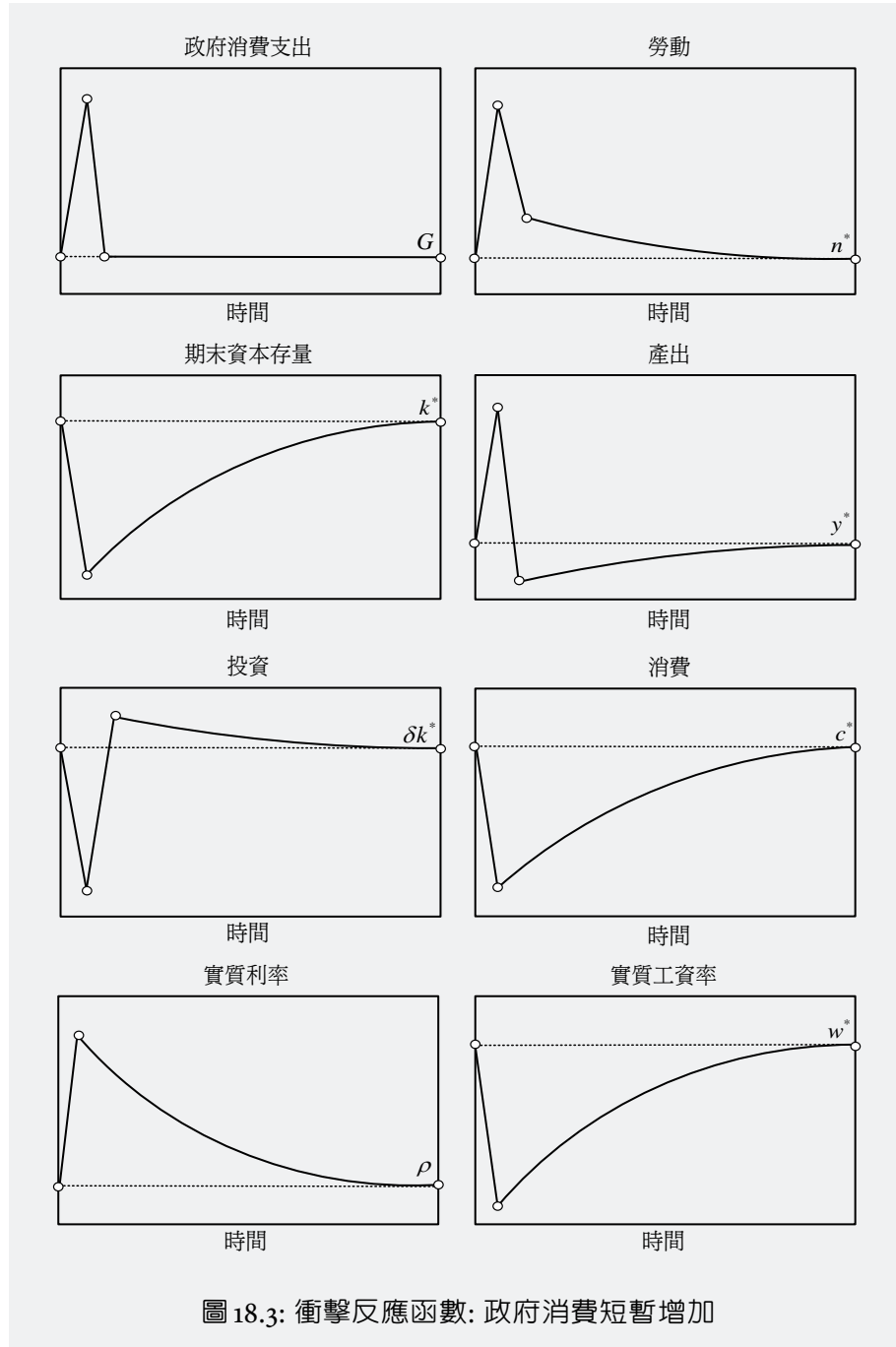
根據李嘉圖等值定理, 以上的分析結論與政府的融通手段無關, 亦即, 政府支出增加無論是以定額稅融通或公債融通, 其效果都相同。為方便參考, 以下再為讀者分析一次。圖 18.2(a) 中, 債券市場的原始均衡落於 E 點, 政府公債餘額 b_t^g 剛好等於民間的債券淨需求 b_t^d 。假設政府支出的增加全部以定額稅融通, 則根據政府預算限制, $\Delta T_t = \Delta G_t$, 而公債發行量不變。對消費者而言, 今天課稅使當期可支配所得下降, 但未來所得不變, 這會使民間的儲蓄意願下降, 導致債券需求曲線左移至藍線位置。顯然, 在原利率水準下, 債券市場存在 SE 的超額供給, 這表示市場資金緊俏, 消費者求貸無門, 利率因之上升。如圖所示, 新均衡落於 F 點, 對應的利率水準是 r^F , 與商品市場的均衡一致。

赤字融通的結論也相同。圖 18.2(b) 中，假設政府消費的增加全部以公債融通，此時 $\Delta T_t = 0$ 且 $\Delta b_t^g = \Delta G_t$ ，公債發行量右移至 B 點的藍線位置。對消費者而言，赤字融通表示當期可支配所得不變，但未來所得下降，這會使民間的儲蓄意願上升。然而，根據消費者的預算限制，因為當期所得不變，儲蓄的增幅剛好等於消費需求的減幅，亦即 $\Delta b_t^d = \Delta c_t^d$ 。此外，由商品市場的分析可知，民間消費需求的減幅小於政府消費的增幅，亦即 $\Delta c_t^d < \Delta G_t$ 。顯然，在原利率水準下，民間對債券需求的增幅滿足 $\Delta b_t^d = \Delta c_t^d < \Delta G_t = \Delta b_t^g$ ，換言之，民間儲蓄雖然增加了，但仍不足以滿足政府的除借需求。此時，債券市場存在 AB 的超額供給，政府求貸無門，導致利率上升，新均衡落於 F 點，與租稅融通的分析結論一致。

政府消費變動對勞動市場的影響相當單純。圖 18.1(b) 中，勞動市場的原始均衡落於 E 點。當政府消費增加時，勞動的邊際生產力不受影響，故廠商的勞動需求曲線不動，但**財富效果**使勞動供給曲線微幅右移至虛線位置。請注意，此時的利率水準仍然是原來的 $r^* = \rho$ 。根據商品市場的分析，我們知道均衡利率上升了，故**跨期替代效果**又會使勞動供給曲線繼續右移至藍線位置。如圖所示，在原均衡工資水準下，勞動市場存在 ES 的超額供給，造成工資下降壓力。隨著工資率下降，替代效果使勞動供給量自 S 點向 F 點遞減，而廠商的勞動需求量自 E 點向 F 點遞增，最後抵達新的均衡點 F 。比較前後均衡點，政府消費短暫增加會導致均衡勞動上升，而實質工資率下降。

動態調整: 衝擊反應函數*

政府消費短暫增加的動態效果非常單純，讀者請仿照上一章的供需分析，自行繪圖補充。圖 18.3 的衝擊反應函數中，經濟社會從恆定狀態開始，當政府消費增加時，當期民間消費，投資及實質工資率下降，而勞動，產出及實質利率上升。明天過後，政府消費降回原來水準，均衡開始反轉，但因



為期初資本存量下降了,導致該期的商品供給下降而投資需求上升,故經濟社會還不會立刻回到恆定狀態。一般情形下,資本存量變動對商品供需的反向效果約略抵銷,故政府消費回降是影響市場的主要力量,致使商品市場出現超額供給,市場利率因之下降。隨著利率下降,資本存量回升,而跨期替代效果也使消費上升及勞動下降,對應的邊際勞動生產力及實質工資率上升,最後回到原始恆定狀態。

投資的時間軌跡需要稍加說明。根據定義,投資等於淨投資($k_t - k_{t-1}$)加折舊投資 δk_{t-1} 。當衝擊發生時,投資下降,但次期隨即回升,因為資本存量及淨投資開始上升。請注意,在過渡期間,資本存量以遞減速度緩慢上升,這表示淨投資隨時間逐漸下降,而折舊投資逐漸上升,這兩股力量決定了投資的動態軌跡。若淨投資的影響較大(例如,折舊率接近零),則如圖所示,投資會先越過恆定水準,然後再隨時間遞減。

最後,政府消費增加使當期產出上升,但次期隨即下降,因為期初資本存量及勞動都下降。明天過後,均衡產出的動態軌跡由兩股力量決定。如圖所示,在動態調整期間,資本存量隨時間逐漸上升,而勞動逐漸下降,若資本存量變動的影響相對較大,則產出會從略低於恆定狀態的水準遞增,反之,則從略高於恆定狀態的水準遞減。不過,一般情形下,資本存量及勞動反向變動對實質產出的影響約略抵銷,故衝擊消失後的產出已經非常接近恆定狀態了。

小結

針對政府的短暫提振內需政策,以下有幾點補充說明。

1. **排擠效果:** 政府消費短暫增加使產出上升,但因為利率上升了,民間消費及投資必然下降,這是讀者熟悉的排擠效果。正因為這種排擠效果,產出的增幅必然小於政府消費的增幅。更清楚的說,產出的變動滿足 $\Delta y_t = \Delta c_t + \Delta i_t + \Delta G_t$,當 G_t 增加時, $\Delta y_t > 0$ 但 $\Delta c_t < 0$ 及 $\Delta i_t < 0$,故

$\Delta y_t / \Delta G_t < 1$, 換言之, 政府支出的乘數效果不存在。讀者從圖 18.1(a) 也可看出此一結論。如圖所示, E, F 兩點的水平距離是均衡產出的增幅 ($y_t^F - y^*$), 此一增幅顯然小於政府支出的增幅 EB 。與靜態模型比較 (見上冊第 7 章), 政府消費短暫增加在 RBC 模型中的產出效果更小, 因為除了民間消費外, 民間投資也下降, 而在 Ramsey 模型中, 因為短期產出固定不變, 政府消費增加將完全排擠民間消費及投資, 此時 $\Delta y_t / \Delta G_t = 0$ (見第 14 章 14.3 節)。

2. **政策權衡:** 政府增加消費支出雖然沒有乘數效果, 但產出畢竟還是增加了, 平心而論, 政府以提振內需手段對付景氣衰退並非完全無效, 然則, 為什麼當代經濟學家 (特別是來自古典陣營的學者) 要如此質疑甚或攻擊此一政策的效果呢? 作者要指出兩點。

首先, 產出的變動固然重要, 但更重要的是政策對經濟福利的影響。報章媒體及政客習慣從 GDP 是否增加評論政策效果, 這種角度經常忽略了政策的最終目的乃是要提升民衆的福利水準。根據本節的分析, 政府增加支出使民間消費下降而勞動上升。面對經濟不景氣, 你我已經苦不堪言了, 政府提振需求導致市場工資率下降, 我們卻要更努力工作, 最後的消費水準還下降, 此一政策顯然是「雪上加霜」, 會進一步使效用水準下降。更何況, 投資下降使未來的資本存量及產出下降, 導致未來的消費水準相對較低。

其次, 當思考政府的反循環政策時, 我們應該要追問: 造成景氣衰退的真正原因是什麼? 若產出下降是因為能源價格上漲或產業結構僵化等這類干擾造成的, 則政府以需求手段解決問題就有如「頭痛醫腳, 腳痛醫頭」, 其結果必然適得其反。現實世界中, 許多負向供給面衝擊需要時間療癒, 例如面對原油價格上漲或貿易爭端, 產業結構需要時間調整, 這就像人們生病了, 不是短時間內就能復原, 此時政府增加消

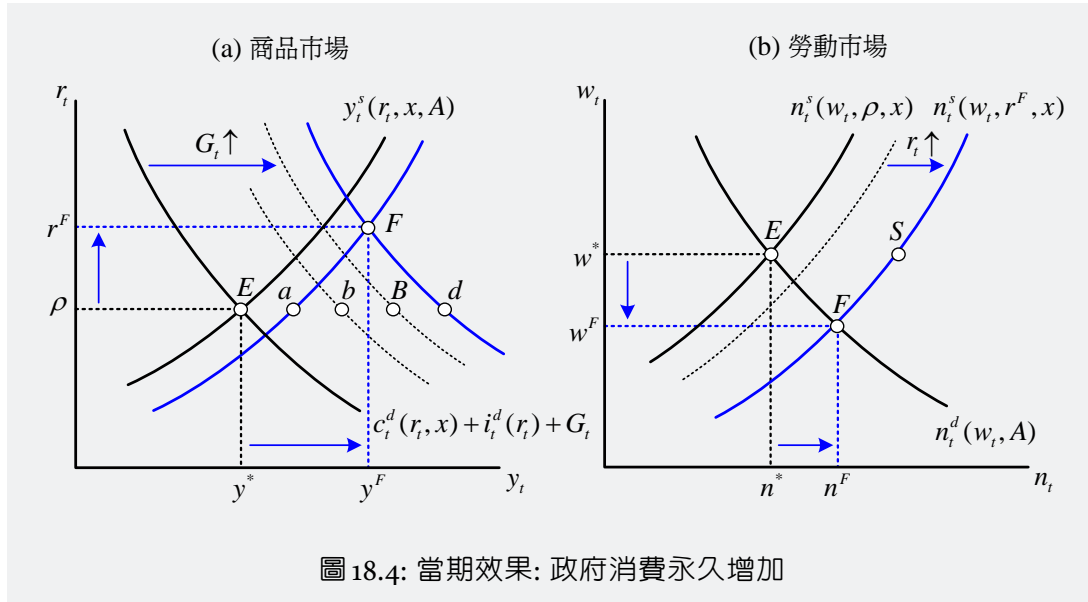
費提振需求,但短期下廠商的供給能力有限,產出無法立即回應,物價因而上漲。1970年代以來的多次能源危機,各國政府無不熱衷於此類刺激需求的財政及貨幣政策,胡整惡整的結果當然就是短期下經濟難有起色,但物價水準卻不斷攀升。生病時切忌胡亂投藥,這道理平民百姓都懂,導致這種停滯性膨脹的惡果,政府也難辭其咎。

3. **景氣波動:** 政府支出短暫變動會導致產出波動,但這類政策不是影響各國景氣波動的主要力量。根據資料(見上冊第3章),在台灣及美國的景氣波動過程中,實質利率是逆向循環變數,與GDP呈現負相關,而民間消費,投資,就業及實質工資率是順向循環變數,與GDP呈現正相關。根據本節的分析,政府支出短暫變動會使實質利率與產出同向變動,而民間消費,投資及工資率反向變動,此一結果顯然與實證現象不符。1970年代以來,各國景氣波動主要源自能源價格波動及短暫生產干擾(如SARS及新冠肺炎導致工廠停工)等這類供給面衝擊。根據上一章的分析,此類衝擊會使實質利率與產出反向變動,而民間消費,投資,就業及工資率同向變動,與實證資料相符。總之,政府支出變動會影響景氣波動,但並非主宰波動特徵的主要力量。

18.2 政府消費永久增加的均衡效果

現實世界中,有些政府支出屬於恆常性質,其變動會永久持續,例如,公務人員加薪或新部會成立導致行政及人事支出永久上升。本節要分析此類支出永久上升的均衡效果。分析之前,我們必須先確定此一政策干擾會如何影響經濟社會的恆定狀態,否則難以判斷當期商品供需的變動幅度,這是分析永久性衝擊的關鍵步驟。

上一章17.3節中,我們以實例分析政府支出永久上升的恆定效果。讀者還記得,政府消費永久上升會產生明顯的財富效果,導致恆定消費下



降，而恆定勞動上升。根據要素互補性質，恆定勞動上升又使資本的邊際生產力上升，故恆定資本存量也上升。顯然，恆定產出必然上升，因為勞動及資本存量都上升了。直觀而言，當政府支出永久增加時，民間部門必須「勒緊褲帶，努力生產」才能滿足政府的商品需求。以上結論在更一般的情形下也成立（見習題 1b）。

當期(短期)效果

恆定狀態決定後，我們即可據以分析政策干擾的短期效果。以下內容與生產函數平行下移的情形極為類似，讀者可搭配上一章 17.6 節閱讀。圖 18.4 中，經濟社會原來處於恆定狀態，商品市場及勞動市場的均衡落於 E 點。假設從 t 期開始，政府消費永久上升 EB 單位，為簡化分析，假設全部均以定額稅融通，故消費者的各期租稅負擔也等幅增加 EB 單位。圖 (a) 中，此一政策干擾使商品需求曲線等幅右移至 B 點的虛線位置，這是直接效果，與上節的短暫政策並無不同。

永久性政策對消費者及廠商的影響與短暫政策截然不同。首先，政府支出永久增加會產生明顯的**財富效果**，導致勞動供給上升，而消費需求下降；前者使商品供給曲線自 E 點右移至 a 點位置，而後者使商品需求曲線自 B 點左移，但問題是：移動幅度是多少？對消費者而言，政府支出（即定額稅）上升 EB 單位表示其可支配所得也等幅下降，但勞動供給上升使產出或所得增加了 Ea 單位，因此在原利率水準下，當期所得下降了 aB 單位。這當然不是恆常所得的變動量，因為政府消費永久增加會使恆定產出上升，這表示未來所得相對較高，因此消費者的恆常所得雖然下降，但其降幅**必然小於**當期所得的降幅。反過來說，消費者的當期所得竟然下降了 aB 之多，乃是因為資本存量還未開始向上調整。綜上所述，消費需求的降幅必然小於 aB 單位，故商品需求曲線會自 B 點左移至 b 點的虛線位置，在原利率水準下，商品市場存在 ab 的超額需求。

商品需求的變動當然不僅於此，因為廠商的投資需求也會改變。根據恆定狀態的分析，恆定勞動上升使資本的邊際產出永久上升，導致廠商的期待資本存量及投資需求上升，故商品需求曲線又會自 b 點向右移動，甚至越過 B 點而落於 d 點的藍線位置，這是商品需求曲線的最終位置。顯然，不論投資需求上升多少，在原利率水準下，商品市場必然存在超額需求，對應於圖中的 ad 線段。與上節的短暫政策比較，此一超額需求不但來自政府的商品需求，也來自廠商的投資需求。

既然商品市場存在超額需求，則市場利率會開始上升。隨著利率上升，消費需求及投資需求下降，商品需求量自 d 點沿著需求曲線遞減，而商品供給量也同步自 a 點沿著供給曲線遞增，最後與商品需求曲線交於 F 點，均衡重新達成。針對利率的變動，我們也可從債券市場的角度分析。首先，政府的公債發行量不變，因為政府支出全數由定額稅融通。對消費者而言，租稅上升使各期所得等幅下降，但因為未來所得相對較高，這會使消費者的儲蓄意願**下降**。用白話說，這是一個「未來窮，但今天更窮」的

世界,在資本存量還未上升前,今天的日子實在是太苦了,雖然未來也不好過,人們仍試圖挪移一些未來所得到今天消費。顯然,債券市場存在超額供給,利率因之上升。針對債券市場,讀者請自行繪圖補充。

比較前後均衡點,實質產出必然上升,因為政策衝擊使商品需求及供給同步上升,而實質利率也必然上升,因為政策衝擊使商品市場出現超額需求,而債券市場出現超額供給。此外,利率上升的跨期替代效果使消費下降,而租稅負擔永久上升的財富效果也使消費需求下降,故政府支出永久上升會導致民間消費明顯下降。以上結論與政府消費短暫增加的效果相同,但幅度不同,稍後再進一步補充。

政府消費永久增加對均衡投資的影響與短暫政策截然不同。根據上節的分析,政府支出短暫增加會排擠民間投資。在永久性政策下,恆定勞動上升使廠商的投資需求上升,但利率上升卻使投資需求下降,不經意的分析或許會令讀者得出投資變動方向不能確定的結論。事實上,均衡投資必然上升。關鍵問題是:市場利率為什麼會上升?由前面的分析可知,當政府消費永久上升時,廠商的投資需求也上升,這是商品供不應求的主要原因。若利率水準不變,則商品供給量無法同時滿足政府及廠商的商品需求,為恢復均衡,市場透過利率上升引導廠商減少一些投資量,換言之,實質利率之所以上升是因為廠商也想在商品市場中分一杯羹,亦即,投資需求上升是因,而利率上升是果。顯然,利率上升只會抵銷部分的投資需求,導致最後的投資水準上升。

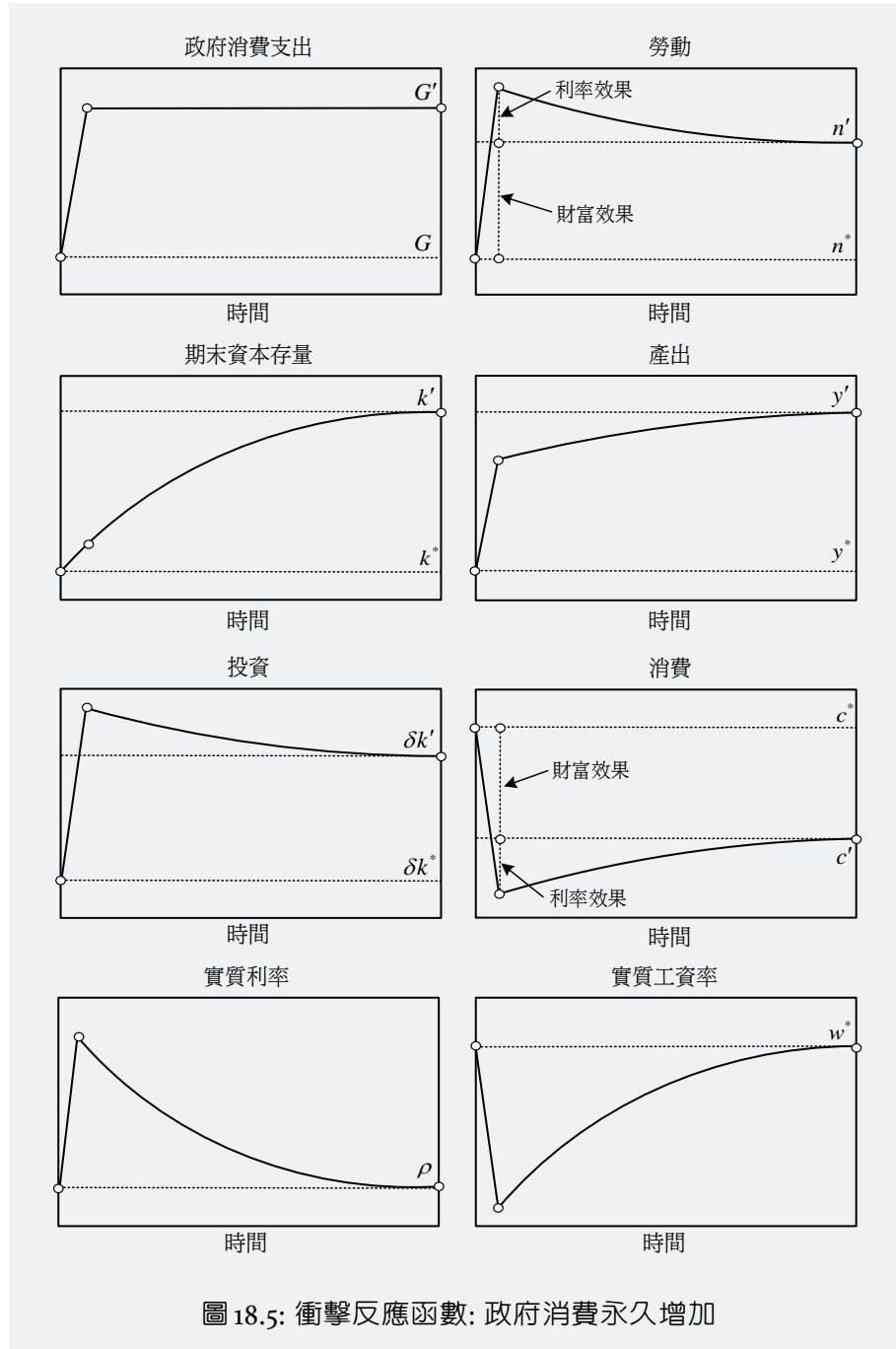
我們也可從資產配置或不可套利條件分析投資的變動。根據均衡條件,全面均衡要求 $MPK_{t+1} - \delta = r_t$,亦即,資本的報酬率等於債券的報酬率。當政府消費永久增加時,MPK 永久上升,這表示相對於債券,生產性資本變得更具有吸引力,這會使民間對債券的需求下降,資金從債券市場流向商品市場購買資本設備,故最後的投資量必然上升。從這個角度看,當期利率之所以上升是因為資本的邊際生產力上升了。

勞動市場的變動與上節完全相同。圖 18.4(b) 中, 原始均衡落於 E 點。政府消費上升的**財富效果**使勞動供給曲線右移至虛線位置, 而實質利率上升的**跨期替代效果**又使其繼續右移至藍線位置。在原工資水準下, 市場存在超額供給, 造成工資下降壓力。隨著工資率下降, 勞動供給量遞減, 而勞動需求量遞增, 最後抵達新的均衡點 F 。比較前後均衡點, 政府消費永久上升也會導致當期勞動上升, 而實質工資率下降。

動態調整: 衝擊反應函數*

圖 18.5 是政府消費永久上升的衝擊反應函數, 依循往例, 經濟社會從恆定狀態開始。當政策啟動時, 當期產出, 勞動, 投資及實質利率上升, 而消費及實質工資率下降。如前所述, 消費的下降幅度特別明顯, 這是因為政府支出永久上升會產生明顯的財富效果, 再加上利率上升的跨期替代效果, 導致一開始的消費下降, 而且低於最後的恆定水準。以上兩個效果也會對勞動供給產生正向影響, 但工資率下降使勞動供給下降, 若財富效果及利率效果夠大, 則均衡勞動也會明顯上升, 甚至越過最後的恆定水準。直觀上, 當期消費及勞動之所以反應特別劇烈, 是因為短期下資本存量還未開始調整, 市場透過利率上升引導消費者「勒緊褲帶, 努力生產」以滿足政府及廠商的商品需求。為方便閱讀, 圖中特別標示財富效果及利率效果對消費及勞動的影響。

明天過後, 資本累積是引導經濟社會動態調整的主要力量。衝擊當期的投資上升使次期的資本存量上升, 導致該期的商品供給上升, 而投資及商品需求下降。提醒讀者, 消費需求的變動已在昨天衝擊發生時充分反映, 故商品需求的變動純粹源自投資需求的下降。顯然, 經濟社會進入次期後, 商品市場存在超額供給, 造成利率下降壓力。隨著利率下降, 消費及資本存量逐漸上升, 而勞動逐漸下降, 對應的勞動邊際生產力及實質工資率逐漸上升, 直到收斂至新的恆定狀態為止。



在動態調整期間，資本存量遞增而勞動遞減，這兩股力量決定產出的變動。一般情形下，勞動在進入次期後已經非常接近恆定狀態了，相對於資本存量的上升，其變動相對較小，故產出會隨時間逐漸上升。最後，投資的時間軌跡取決於淨投資及折舊投資的相對變化，若淨投資的影響較大，則投資會隨時間遞減，但最後仍高於原來的恆定水準。

小結

針對政府消費永久上升的政策效果，以下有三點補充。

1. **排擠效果**: 政府消費短暫增加會同時排擠民間消費及投資，但永久性政策只會排擠民間消費，投資反而會上升。為了滿足政府及廠商的商品需求，永久性政策對消費的排擠效果尤為明顯。
2. **乘數效果**: 正因為民間投資增加了，政府消費永久上升可能存在乘數效果。根據本節的分析，永久性政策的產出效果取決於兩個因素。第一，財富效果的強度。若財富效果使恆定勞動巨幅上升，則商品供給及投資需求的上升幅度自然較大。在這種情形下，圖 18.4(a) 中的商品供需曲線會明顯向右移動，導致最後的均衡落於 *B* 點右側。此時，產出的增幅大於政府支出的增幅。不過，讀者可從圖中看出，即使乘數效果存在，其幅度也相當有限。

第二，資本存量與勞動的互補強度。若 MPK 對勞動變動非常敏感 (即 MPK 的勞動彈性大)，則勞動上升會使投資需求明顯上升，此時的產出效果也較大。以生產函數 $y = k^\alpha n^{1-\alpha}$ 為例，MPK 的勞動彈性是 $d \ln \text{MPK} / d \ln n = 1 - \alpha$ ，即產出的勞動份額。根據資料，許多國家的勞動份額約為 60%，故勞動上升 1% 會使 MPK 上升 0.6%。文獻中，學者透過理論模擬，發現在合理的參數設定下，政府支出永久上升的乘數效果幾乎不存在。

3. **福利效果:** 從福利的角度看, 政府消費永久上升使消費下降而勞動上升, 故消費者的效用水準必然下降。請注意, 這意思不是說政府不應推動此類施政作為。平心而論, 我們的模型太過簡化了, 政府在模型中猶如資源的「掠奪者」, 所有購買的商品都往海裡丟, 沒有任何生產或社會功能, 這當然有違實情。現實世界存在許多外部性, 如環境污染, 保健醫療及國防治安, 必須依賴公權力介入。這類政府施政具有恆常性質, 模型必須考慮外部性才能分析其福利效果。這個問題已經超出本節範圍, 適當時機再為讀者補充 (見習題 7)。

18.3 租稅政策的恆定效果

本節要將分析焦點轉向政府的課稅手段, 包括消費稅, 勞動所得稅及資本所得稅。這些稅目的稅率鮮少變動, 然而一旦改變, 就會持續一段時間, 因此我們特別關心稅率永久變動的恆定效果。為了簡單, 本節不考慮無關分析的政府消費支出及生產面衝擊, 故各期 $G_t = 0$ 及 $A_t = 1$ 。

政府的預算限制

假設政府針對民間消費支出 c_t , 廠商利潤 $(y_t - w_t n_t)$ 及消費者的勞動所得 $w_t n_t$ 分別課以固定比例 τ^c , τ^k 及 τ^n 的稅賦, 稅收全部用以融通消費者的定額移轉給付 v_t , 如各類所得補貼。不考慮細節, 以上租稅分別對應於現實世界中的消費稅, 公司所得稅及個人所得稅。

因為各期政府消費 $G_t = 0$, 故預算限制滿足

$$v_t = \tau^c c_t + \tau^n w_t n_t + \tau^k (y_t - w_t n_t)。$$

觀察上式, 政府有 $\{\tau^k, \tau^n, \tau^c\}$ 及 v_t 等四個政策工具, 但其中只有三個是政府能夠獨立選擇的, 一旦選定了稅率, 定額移轉就必須調整以平衡預算。此一設定對以下分析有兩層含意。第一, 因為所有稅賦都是消費者的

移轉所得, 故稅率改變只會產生替代效果, 財富效果不存在。對於此一特徵, 讀者想必已相當熟悉。第二, 正因為存在定額融通管道, 根據李嘉圖等值定理, 是否考慮公債或赤字預算不影響分析結論 (見上冊第 10 章), 這讓我們的分析負擔減輕不少。

繼續之前, 我們要先澄清公司所得稅的性質。形式上, 這種稅針對廠商的所得或盈餘課徵, 但本質上, 這是一種資本所得稅。一般而言, 廠商盈餘反映的是資本的報酬, 這些報酬以股利形式落入股東袋中, 因此對廠商盈餘課稅即是對資本所得課稅。更清楚的說, 令 $\pi_t = y_t - w_t n_t$ 表示廠商利潤, 其中 $y_t = F(k_{t-1}, n_t)$ 。利用生產函數的固定規模報酬性質, 產出可拆解成 (見上冊第 4 章)

$$y_t = F_k(k_{t-1}, n_t)k_{t-1} + F_n(k_{t-1}, n_t)n_t。$$

用白話說, 產出等於資本報酬加勞動報酬, 這是一階齊次生產函數的關鍵特徵, 稱為 Euler 性質。利用此一性質, 廠商利潤可寫成

$$\pi_t = F_k(k_{t-1}, n_t)k_{t-1} + [F_n(k_{t-1}, n_t) - w_t] n_t。$$

根據一階條件, 廠商的最適勞動選擇保證 $F_n(k_{t-1}, n_t) = w_t$, 故利潤即為 $\pi_t = F_k(k_{t-1}, n_t)k_{t-1}$ 。正如前述, 廠商利潤反映的乃是當期資本投入的邊際生產力, 而政府對廠商利潤課稅即是對消費者的資本所得課稅。為強調此一特徵, 我們以上標 k 標示公司所得稅率。

消費者的最適選擇

面對固定稅率 $\{\tau^c, \tau^n\}$ 及各期市場價格 $\{w_t, r_t\}$, 代表性消費者的跨期選擇問題是

$$\begin{aligned} & \max_{\{c_t, b_t, n_t\}_{t=1}^{\infty}} \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} u(c_t, 1 - n_t) \\ & \text{subject to } (1 + \tau^c)c_t + b_t = a_t + (1 - \tau^n)w_t n_t + (1 + r_{t-1})b_{t-1}, \forall t. \end{aligned}$$

讀者對以上選擇問題當不陌生, 其中, 非勞動所得 a_t 包括股利所得 d_t 及政府的定額移轉支付 v_t , 即 $a_t = d_t + v_t$ 。

最適選擇要求消費與休閒之間的取捨不能有套利空間, 即

$$\frac{u_l(c_t, l_t)}{u_c(c_t, l_t)} = \left(\frac{1 - \tau^n}{1 + \tau^c} \right) w_t \circ \quad (18.1)$$

請注意, 休閒的機會成本等於稅後工資率 $(1 - \tau^n)w_t$ 除以 $(1 + \tau^c)$ 。初學者經常忽略了消費稅對最適選擇的影響, 以致於辛苦分析, 結果功虧一簣。根據上式, 政府對消費課稅就猶如對勞動課稅, 因為勞動所得能夠購買的消費量變少了。顯然, τ^c 上升的效果與 τ^n 上升類似, 都會導致勞動供給及消費需求下降, 這是期內替代效果。除上式外, 最適選擇也要求消費與儲蓄之間的取捨必須滿足

$$\frac{u_c(c_t, l_t)}{\beta u_c(c_{t+1}, l_{t+1})} = 1 + r_t \circ \quad (18.2)$$

讀者對上式已經爛熟。請注意, 因為各期消費稅率相等, 故 τ^c 並未出現在上式中, 這表示 τ^c 永久變動沒有跨期替代效果, 但仍會產生前述的期內替代效果。同理, 勞動所得稅率永久變動也沒有跨期替代效果, 只有期內替代效果。再次提醒讀者, 稅率改變沒有財富效果。

廠商的最適選擇

面對固定稅率 τ^k 及各期市場價格 $\{w_t, r_t\}$, 代表性廠商追求各期股利或現金流量 $d_t = (1 - \tau^k)\pi_t - i_t$ 的折現總值極大, 其跨期選擇問題可寫成

$$\begin{aligned} & \max_{\{n_t, k_t\}_{t=1}^{\infty}} \sum_{t=1}^{\infty} q_t [(1 - \tau^k)(y_t - w_t n_t) - i_t] \\ & \text{subject to } y_t = F(k_{t-1}, n_t), \forall t, \\ & \quad i_t = k_t - (1 - \delta)k_{t-1}, \forall t. \end{aligned}$$

上式中, q_t 是商品的折現價格, 不再重複寫出。除考慮所得稅外, 此一問題與基準 RBC 模型完全相同, 最適選擇要求勞動及資本投入的稅後邊際產出等於對應的機會成本, 分別是

$$F_n(k_{t-1}, n_t) = w_t, \quad (18.3)$$

$$(1 - \tau^k)F_k(k_t, n_{t+1}) = r_t + \delta. \quad (18.4)$$

觀察以上兩式, 稅率 τ^k 上升不影響廠商的勞動需求, 但會降低資本的稅後邊際報酬, 導致期待資本存量及投資需求下降。

均衡條件

全面均衡要求 (18.1)-(18.4) 四式同時成立, 而且商品市場結清。利用 (18.3)-(18.4) 兩式將利率及工資率代掉, 則均衡條件可化簡成以下三式:

$$\begin{aligned} \frac{u_l(c_t, 1 - n_t)}{u_c(c_t, 1 - n_t)} &= \left(\frac{1 - \tau^n}{1 + \tau^c} \right) F_n(k_{t-1}, n_t), \\ \frac{u_c(c_t, 1 - n_t)}{\beta u_c(c_{t+1}, 1 - n_{t+1})} &= (1 - \tau^k)F_k(k_t, n_{t+1}) + (1 - \delta), \\ c_t + [k_t - (1 - \delta)k_{t-1}] &= y_t = F(k_{t-1}, n_t). \end{aligned}$$

請注意, 政府預算限制恆成立, 故不必另外表達。除考慮政府的租稅政策外, 此一均衡體系與上一章的模型並無不同。給定稅率 $\{\tau^k, \tau^n, \tau^c\}$, 以上三式共可決定 $\{c_t, k_t, n_t\}$ 等三個變數的動態均衡。一旦均衡資本存量及勞動決定了, 均衡產出及要素的邊際產出也隨之決定。利用 (18.3)-(18.4) 兩式, 我們可以求出均衡利率 r_t 及實質工資率 w_t , 而利用政府預算限制, 定額移轉給付或消費者的移轉所得 v_t 也同時決定。

恆定狀態

均衡條件可用來分析外生衝擊的動態效果, 包括現在, 未來和其間的動態調整過程。本節要將焦點對準長期, 分析稅率永久改變的恆定效果。如前

所述, 現實世界中的稅率鮮少變動, 一旦上升或下降, 便會持續一段時間。首先, 根據一階條件 (18.2), 恆定利率仍然等於時間偏好率, 即 $r^* = \rho$ 。在恆定狀態下, 內生變數固定不變, 均衡條件可寫成

$$\frac{u_l(c^*, 1 - n^*)}{u_c(c^*, 1 - n^*)} = \left(\frac{1 - \tau^n}{1 + \tau^c} \right) F_n(k^*, n^*), \quad (18.5)$$

$$(1 - \tau^k) F_k(k^*, n^*) = \rho + \delta, \quad (18.6)$$

$$c^* + \delta k^* = y^* = F(k^*, n^*). \quad (18.7)$$

依循上一章的步驟, 我們要利用實例進行分析, 嚴謹的數學推導並非絕對必要, 留給有興趣的讀者傷腦筋 (見習題 3)。

假設效用函數是 $u(c, l) = \ln c + \ln l$, 生產函數是 $y = k^\alpha n^{1-\alpha}$ 。求算過程與基準 RBC 模型完全相同。首先, 利用 (18.6) 式,

$$\frac{\alpha(1 - \tau^k)y^*}{k^*} = \rho + \delta \Rightarrow k^* = (1 - \tau^k)\phi y^*, \quad \phi = \left(\frac{\alpha}{\rho + \delta} \right). \quad (18.8)$$

觀察上式, 恆定資本存量與產出維持 $(1 - \tau^k)\phi$ 的比例關係。將此一關係代入 (18.7) 式, 則恆定消費也與恆定產出維持比例關係, 即

$$c^* + \delta k^* = y^* \Rightarrow c^* = [1 - (1 - \tau^k)\phi\delta] y^*. \quad (18.9)$$

上式中, $(1 - \tau^k)\phi\delta = (1 - \tau^k)\delta\alpha/(\rho + \delta) \in (0, 1)$, 故消費恆為正值。利用以上兩式, 均衡條件 (18.5) 可寫成

$$\frac{[1 - (1 - \tau^k)\phi\delta] y^*}{1 - n^*} = \left(\frac{1 - \tau^n}{1 + \tau^c} \right) \frac{(1 - \alpha)y^*}{n^*}.$$

兩邊消去 y^* 並移項整理, 恆定勞動的最終解是

$$n^* = \frac{(1 - \alpha)}{(1 - \alpha) + [1 - (1 - \tau^k)\phi\delta](1 + \tau^c)/(1 - \tau^n)}. \quad (18.10)$$

為方便判斷影響方向, 恆定解表達成以上形式, 其中, 稅率只出現在分母的第二項。再次強調, 恆定解要解成稅率的函數才算完成。

一旦解出了恆定勞動，其他變數即迎刃而解。利用生產函數及 (18.8) 式，產出的恆定解是

$$y^* = [(1 - \tau^k)\phi]^{\alpha/(1-\alpha)} n^*。$$

利用 (18.8)-(18.9) 兩式，恆定資本存量及恆定消費也同時解出。最後，稅前實質工資率等於 MPL，其恆定解是

$$w^* = \frac{(1 - \alpha)y^*}{n^*} = (1 - \alpha)[(1 - \tau^k)\phi]^{\alpha/(1-\alpha)}。$$

至此，所有變數已全數解出，計算過程一點都不難，讀者不要自己嚇自己，輕易就繳械投降。此類模型的運算關鍵在於恆定勞動，一旦勞動解出了，其他變數即可輕易求出。

τ^n 或 τ^c 永久上升的恆定效果

假設資本所得稅率 τ^k 不變，我們要先分析勞動所得稅率 τ^n 及消費稅率 τ^c 永久上升的長期效果。如前所述，這兩種稅本質上都是對勞動課稅，因此可以合併考慮。

勞動所得稅或消費稅上升的恆定效果非常單純。首先，根據 (18.10) 式， τ^n 上升 (或 τ^c 上升) 會使恆定勞動 n^* 下降，導致恆定產出 y^* 及資本存量 k^* 也下降。進一步觀察，因為產出勞動比 y^*/n^* 與 $\{\tau^n, \tau^c\}$ 無關，故稅率上升會使 y^* 及 n^* 同比例下降，導致 MPL 及對應的稅前工資率不變，但稅後工資率顯然會下降。

以上結論是自明之理，但為了澄清其中的影響管道，以下要從勞動市場的角度為讀者進一步解說。首先，恆定狀態下的實質利率固定不變，因此不必考慮跨期替代效果。圖 18.6(a)-(b) 分別畫出勞動市場的供需均衡及恆定資本存量的決定。提醒讀者，以下分析的是長期均衡，供需圖與短期分析形似，但本質不同，不要弄混了。

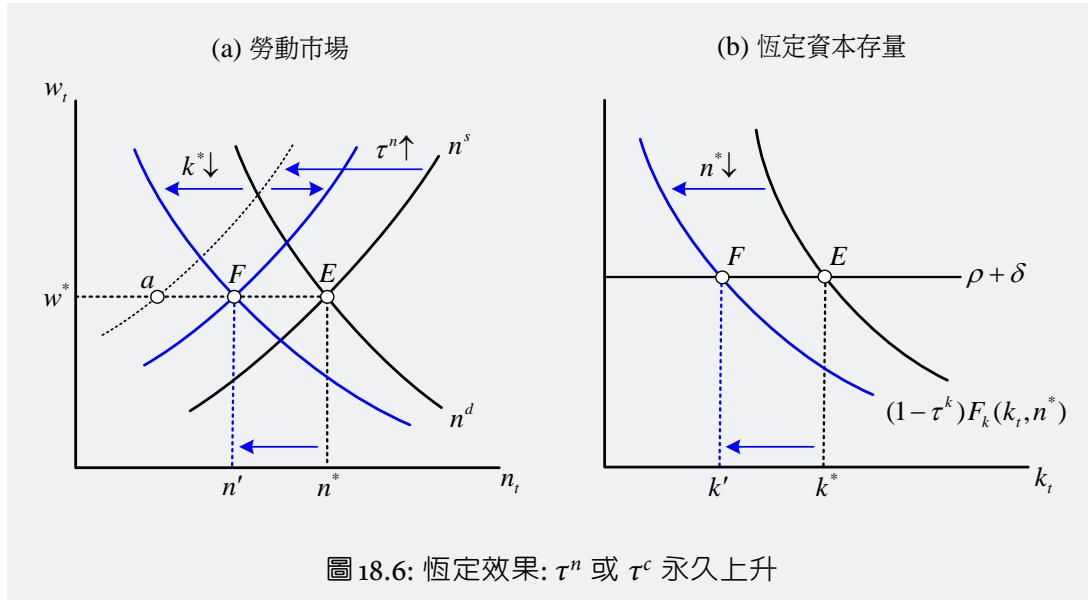
圖 18.6: 恆定效果: τ^n 或 τ^c 永久上升

圖 18.6(a) 中, E 點是原始恆定狀態, 當 τ^n (或 τ^c) 上升時, 稅後工資率下降, 導致消費者的工作意願下降, 勞動供給曲線左移至 a 點的虛線位置, 這是期內替代效果。雖然稅率變動本身沒有財富效果, 但這不表示消費者的恆常所得不受影響。圖 (b) 中, 當勞動永久下降時, $(1 - \tau^k)MPK$ 曲線左移, 恆定狀態移向 F 點, 資本存量下降, 產出及消費者的恆常所得也因之下降。以上變動會反過來影響勞動市場。第一, 恆定資本存量下降使勞動需求曲線左移至藍線位置, 第二, 恆常所得下降的財富效果使勞動供給曲線再從 a 點右移, 抵銷部分替代效果, 最後抵達藍線位置。供需曲線交於 F 點, 這是新的恆定狀態。

如圖所示, τ^n 永久上升使勞動供需同時下降, 故恆定勞動必然下降, 但工資率的變動方向不能確定。根據生產函數的一階齊次性質, 稅率上升會使恆定資本存量及勞動同比例下降, 故邊際勞動產出及稅前工資率維持不變。最後, 恆定消費必然下降, 因為稅率上升的替代效果使消費需求下降, 而財富效果也使消費需求下降。

τ^k 永久上升的恆定效果

資本所得稅永久上升的分析稍微複雜。首先，根據 (18.10) 式，稅率 τ^k 上升使恆定勞動 n^* 下降，導致恆定產出 y^* 也下降。進一步觀察，稅率上升使產出勞動比 $y^*/n^* = [(1 - \tau^k)\phi]^{\alpha/1-\alpha}$ 下降，這表示產出的相對降幅或下降比例大於勞動，換言之，若 τ^k 上升使 n^* 下降 1%，則 y^* 的降幅會超過 1%。既然產出下降，則根據 (18.8) 式，資本存量 k^* 也會下降，且其相對降幅大於產出，當然也大於勞動。觀察工資率的恆定解，因為產出勞動比 y^*/n^* 下降了，故 MPL 或工資率也下降。除工資率外，以上結論與 τ^n 或 τ^c 上升的效果相同，但幅度相對較大。

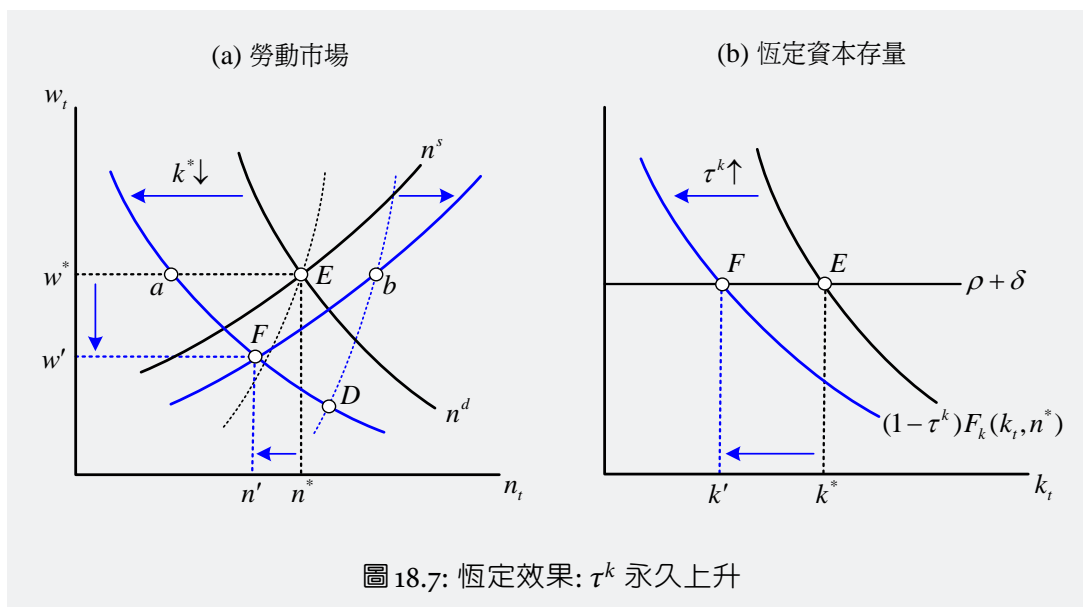
恆定消費的變動需要花一些功夫推導。根據市場結清條件 (18.9) 式，消費 c^* 加投資 δk^* 等於產出 y^* 。由上段的分析可知， τ^k 上升使產出下降，但投資的相對降幅更大（假設 $\delta > 0$ ），故消費的變動方向難以判斷。直觀上，消費應會下降，因為恆常所得下降的財富效果及工資率下降的替代效果都會使消費需求下降。以下要用數學驗證，運算有些繁瑣，但不難。為簡化計算，令 $\tau^n = \tau^c = 0$ ，這不會影響結論。首先，將勞動及產出的解代入 (18.9) 式，兩邊取自然對數並對 τ^k 微分，結果是（請自行驗證）

$$\frac{d \ln c^*}{d \tau^k} = \frac{(1 - \alpha)(\psi - \alpha) - \alpha(1 - \psi)^2}{\Delta},$$

上式中，分母 $\Delta > 0$ ，形式過於醜陋，略去不寫，而 $\psi = (1 - \tau^k)\phi\delta \in (0, 1)$ 。為了判斷上式的正負方向，觀察分子第一項的 $(\psi - \alpha)$ ，將 $\phi = \alpha/(\rho + \delta)$ 代回 ψ ，運算後得到

$$\psi - \alpha = \frac{\alpha(1 - \tau^k)\delta}{\rho + \delta} - \alpha = \frac{-\alpha(\rho + \tau^k\delta)}{\rho + \delta} < 0。$$

顯然，分子為一負值，故 $d \ln c^*/d \tau^k < 0$ 。正如前述， τ^k 上升會使恆定消費下降，這是財富效果及工資率下降的替代效果所致。

圖 18.7: 恆定效果: τ^k 永久上升

仿照前面的分析, 圖 18.7 畫出勞動市場的供需均衡及恆定資本存量的決定。首先, 資本所得稅與勞動所得稅或消費稅不同, 其主要影響是廠商的投資選擇。圖 (b) 中, 當所得稅率 τ^k 永久上升時, 投資的稅後邊際報酬 $(1 - \tau^k)MPK$ 下降, 導致恆定資本存量下降。與勞動所得稅的情形一樣, 此一變動會反過來影響勞動市場。第一, 恆定資本存量下降使 MPL 下降, 導致勞動需求曲線左移至 a 點位置。第二, 所得永久下降的財富效果使消費的工作意願上升, 導致勞動供給曲線右移至 b 點位置。因為勞動需求下降而供給上升, 市場存在 ab 的超額供給, 故最後的工資率必然下降, 但勞動的變動方向無法確定。

均衡勞動的變動除受勞動需求下降影響外, 更取決於消費者的勞動選擇。如圖所示, 恆常所得下降的財富效果使勞動供給上升, 但工資率下降的替代效果使勞動供給下降。若消費者對工資率變動非常敏感 (即勞動供給的工資彈性大), 則勞動供給曲線相對平緩, 新均衡落於 F 點, 此時的財富效果 (E 點至 b 點) 小於替代效果 (b 點至 F 點), 導致恆定勞動下降。

反之,若工資彈性小,則勞動供給曲線相對陡峭(以虛線表示),此時財富效果大於替代效果,新均衡落於 D 點,恆定勞動上升。顯然在本節的效用函數及生產函數下,替代效果相對較強,導致恆定勞動下降。這是特殊性質,一般情形下不見得成立(見習題 3)。

勞動的變動方向雖然不能確定,但從以上的分析可知,因為財富效果與替代效果方向相反,恆定勞動的變動幅度相對有限,故產出下降的主要力量來自資本存量下降。細心的讀者會問:既然恆定勞動可能改變,則圖 (b) 中的 $(1 - \tau^k)MPK$ 曲線應會隨之移動,此一效果相當有限,我們不考慮。綜上所述,當稅率 τ^k 永久上升時,恆定資本存量,產出及實質工資率都下降。因為消費者的恆常所得下降了,再加上實質工資率也下降,故恆定消費必然下降。

18.4 最適租稅結構*

根據上節的分析,勞動所得稅及資本所得稅都會對經濟社會產生扭曲效果,站在福利的角度,我們要追問一個重要的問題:如果政府只能對資本所得及勞動所得課稅,則為了融通給定的支出,稅率應如何決定才能使扭曲最小?這是晚近**最適租稅**(optimal taxation)理論的熱門課題。本節要為讀者推導一個爭議性極高的經典命題,亦即,最適資本所得稅率應該等於零,這表示政府不應對「資本家」課稅!這種政策主張引起的騷動無須作者多言,處於今天的時空,經濟學家膽敢「冒天下之大不韙」提出,大概會引起暴動。文獻中,這個問題有如亞瑟王的「聖杯」(Holy Grail),人人皆欲奪之而後快,學者咬嘴磨牙吵了幾十年,至今仍爭論不休。

言歸正傳,讓我們切入主題。首先,消費稅與勞動所得稅本質相同,都是對消費者的勞動課稅,因此以下要假設消費稅率 $\tau^c = 0$,這不會影響理論的一般性。其次,為了使模型更符合問題旨趣,假設政府的所有稅收都

用以支應消費支出 G_t , 移轉給付不存在, 故各期 $v_t = 0$ 。此一假設也不會影響分析結論; 即使考慮定額移轉或公債發行, 結論仍然成立, 稍後再為讀者補充。在以上的假設下, 政府預算限制滿足

$$G_t = \tau^n w_t n_t + \tau^k \pi_t, \quad (18.11)$$

其中, $\pi_t = y_t - w_t n_t$ 。根據上式, 政府在 $\{G_t, \tau^k, \tau^n\}$ 中只能自由選擇其中的兩個, 給定消費支出 G_t , 一旦決定了資本所得稅率 τ^k , 勞動所得稅率 τ^n 就必須適當調整以平衡預算。若單一稅收超過消費支出, 我們允許政府選擇負的稅率, 亦即對勞動或資本累積補貼。

為使課稅造成的扭曲極小, 政府追求社會福利或代表性消費者的終身效用極大。此一選擇問題有幾個重要的限制條件。首先, 除了要滿足 (18.11) 式外, 政府的稅率選擇還必須受到消費者及廠商行為的制約, 亦即, 一階條件 (18.1)-(18.4) 必須滿足。文獻中, 這種民間選擇行為對最適政策的制約, 稱為**可行性限制條件** (implementability constraints)。除以上限制外, 商品市場的供需也必須平衡, 亦即,

$$c_t + [k_t - (1 - \delta)k_{t-1}] + G_t = F(k_{t-1}, n_t)。 \quad (18.12)$$

以上問題又稱 **Ramsey 課稅問題**, 由學者 Frank Ramsey 於 1927 年首先提出而得名, 我們在上冊第 10 章曾經見過。外觀上, 這是一個醜陋又令人生畏的問題, 屈指算來, 共有 (18.1)-(18.4) 四式, 政府預算限制 (18.11) 及市場結清條件 (18.12) 等六個限制條件。消費者的終身預算無須考慮, 因為 (18.11)-(18.12) 兩式保證消費者的預算限制必然滿足 (為什麼?)。

Ramsey 課稅問題的困難所在並不是限制條件太多, 而是政府面對的選擇空間可能不是一個凸集合 (convex set); 除非效用函數滿足嚴格的條件, 以上問題未必有解。此外, 恆定狀態也可能不存在。所幸, 我們考慮的時間可加性 (time separable) 效用函數滿足這些條件, 其中細節已超出本節範圍, 有興趣的讀者可參考相關文獻。

針對 Ramsey 課稅問題, 文獻中有兩種方法對付。第一種以「直球」面對打者, 由學者 Larry Jones, Rodolfo Manuelli 及 Peter Rossi 於 1993 年提出, 稱為**直接或主要策略** (primary approach)。此一方法較為複雜, 適合研究生研讀。本節要採用第二種方法, 以「變化球」解決打者。給定各期消費支出 $\{G_t\}_{t=1}^{\infty}$, 政府的目標是在所有可能的市場均衡中, 選擇能夠使代表性消費者終身效用極大的稅率結構。讀者知道, 稅率改變會影響均衡利率及實質工資率, 但不論其影響如何, 政府的稅率選擇等於是為消費者及廠商決定資本及勞動的稅後報酬。給定這些稅後報酬或價格, 政府可以先為經濟社會找出最適的消費, 勞動及資本存量, 然後再反過來決定對應的稅後價格, 進而求出最適稅率。這種反向求解最適租稅問題的方法, 稱為**間接或對偶策略** (dual approach), 由學者 Christophe Chamley 及 Kenneth Judd 於 1985/1986 年提出。

求解之前, 我們要先改寫政府的預算限制式。根據上一節的分析, 廠商利潤是 $\pi_t = F_k(k_{t-1}, n_t)k_{t-1}$ 。令 $r_t^k = F_k(k_{t-1}, n_t)$, 則資本所得稅收是 $\tau^k \pi_t = \tau^k r_t^k k_{t-1}$ 。其次, 令 $\tilde{w}_t = (1 - \tau^n)w_t$ 及 $\tilde{r}_t^k = (1 - \tau^k)r_t^k$ 分別表示勞動及資本的稅後報酬, 則政府預算限制式 (18.11) 可改寫成

$$\begin{aligned} G_t &= \tau^n w_t n_t + \tau^k r_t^k k_{t-1} \\ &= (w_t - \tilde{w}_t) n_t + (r_t^k - \tilde{r}_t^k) k_{t-1} \\ &= (w_t n_t + r_t^k k_{t-1}) - \tilde{w}_t n_t - \tilde{r}_t^k k_{t-1} \\ &= F(k_{t-1}, n_t) - \tilde{w}_t n_t - \tilde{r}_t^k k_{t-1}. \end{aligned} \quad (18.13)$$

上式中, 根據 Euler 性質, $F(k_{t-1}, n_t) = w_t n_t + r_t^k k_{t-1}$ 。最後, 利用 (18.3)-(18.4) 兩式, 消費者的一階條件 (18.1)-(18.2) 可分別寫成

$$u_l(c_t, l_t) = u_c(c_t, l_t) \tilde{w}_t, \quad (18.14)$$

$$u_c(c_t, l_t) = \beta u_c(c_{t+1}, l_{t+1}) (1 + \tilde{r}_{t+1}^k - \delta). \quad (18.15)$$

綜合上述，給定各期消費支出 G_t 及勞動和資本的稅後報酬 $\{\tilde{w}_t, \tilde{r}_t^k\}$ ，政府追求代表性消費者的終身效用極大，其選擇問題是

$$\begin{aligned} \max_{\{c_t, n_t, k_t\}_{t=1}^{\infty}} \quad & \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} u(c_t, 1 - n_t) \\ \text{subject to} \quad & c_t + [k_t - (1 - \delta)k_{t-1}] + G_t = F(k_{t-1}, n_t), \quad \forall t, \end{aligned} \quad (18.12)$$

$$G_t = F(k_{t-1}, n_t) - \tilde{w}_t n_t - \tilde{r}_t^k k_{t-1}, \quad \forall t, \quad (18.13)$$

$$u_l(c_t, 1 - n_t) = u_c(c_t, 1 - n_t) \tilde{w}_t, \quad \forall t, \quad (18.14)$$

$$u_c(c_t, 1 - n_t) = \beta u_c(c_{t+1}, 1 - n_{t+1}) (1 + \tilde{r}_t^k - \delta), \quad \forall t. \quad (18.15)$$

提醒讀者，廠商的一階條件 (18.3)-(18.4) 已經隱含在限制條件中，而消費者的終身預算限制必然滿足，因此也不必考慮。

這個醜陋的決策問題其實不難，就我們的目的而言，真正關鍵的選擇是資本存量。觀察限制條件，資本存量僅出現在第一式的市場結清條件（或資源限制式）及第二式的政府預算限制。令 λ_t 及 μ_t 分別為這兩個限制條件的拉氏乘數，則上述問題的拉氏函數可寫成

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} u(c_t, 1 - n_t) + \\ & \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} \lambda_t [F(k_{t-1}, n_t) - c_t - k_t + (1 - \delta)k_{t-1} - G_t] + \\ & \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} \mu_t [F(k_{t-1}, n_t) - \tilde{w}_t n_t - \tilde{r}_t^k k_{t-1} - G_t] + \dots \end{aligned}$$

爲了簡潔，略去無關資本存量選擇的部分不寫。

以上兩個拉氏乘數有簡單的直觀意義。首先，乘數 λ_t 是 t 期產出的邊際社會利益。更精確的說，從「資源限制或支用」的角度衡量，產出增加一單位可使當期消費等幅上升，導致當期社會福利上升 λ_t 單位，顯然 $\lambda_t > 0$ 。同樣的，從「政府預算限制」的角度看， μ_t 是 t 期政府消費的邊際社會成本。當 G_t 增加時，因爲政府必須增稅，這會使消費者的效用下降

μ_t 單位; 顯然 $\mu_t > 0$ 。反過來說, 給定政府支出不變, μ_t 是資本所得稅率 τ^k 上升 (即 \tilde{r}_t^k 下降) 的邊際社會利益。奇怪, 政府增稅怎麼可能使社會福利上升? 別忘了, 政府的支出不變, 當 τ^k 上升時, 勞動所得稅率 τ^n 必須下降, μ_t 衡量的即是這種減稅的邊際社會利益。

最適選擇要求 $\partial \mathcal{L} / \partial k_t = 0$, 微分並移項整理後可得 (請自行驗證)

$$\begin{aligned} \lambda_t &= \beta \lambda_{t+1} [F_k(k_t, n_{t+1}) + (1 - \delta)] + \beta \mu_{t+1} [F_k(k_t, n_{t+1}) - \tilde{r}_{t+1}^k] \\ &= \beta \lambda_{t+1} (1 + r_{t+1}^k - \delta) + \beta \mu_{t+1} (r_{t+1}^k - \tilde{r}_{t+1}^k)。 \end{aligned} \quad (18.16)$$

上式的直觀意義不難理解。首先, 根據資源限制式 (18.12), 資本存量 k_t 增加一單位使當期消費等幅下降, 導致當期效用下降 λ_t 單位, 這是投資的邊際社會成本, 即上式左邊。然而, 資本累積會產生兩種社會利益。第一, 沿著資源限制 (18.12) 式的維度, 資本存量增加一單位可使下期消費增加 $(1 + r_{t+1}^k - \delta)$ 單位, 其邊際利益是右邊第一項。請注意, 沿著資源限制的維度, 我們以乘數 λ_{t+1} 衡量消費增加的邊際利益。第二, 沿著政府預算限制 (18.13) 的維度, 資本存量增加一單位可使下期的資本所得稅收增加 $(r_{t+1}^k - \tilde{r}_{t+1}^k) = \tau^k r_{t+1}^k$ 單位, 這表示政府可以少課等量的勞動所得稅, 其邊際利益以乘數 μ_{t+1} 衡量, 是右邊第二項, 以上兩項加總即是投資的邊際社會利益。當社會福利極大時, 此一邊際社會利益必須等於左邊的邊際社會成本, 否則福利即有增加空間。

令各期 $G_t = G$, 則在恆定狀態下, 所有變數均為定值, (18.16) 式變成

$$\begin{aligned} \lambda &= \beta \lambda (1 + r^k - \delta) + \beta \mu (r^k - \tilde{r}^k) \\ \Rightarrow \lambda [1 - \beta(1 + r^k - \delta)] &= \beta \mu (r^k - \tilde{r}^k) = \beta \mu \tau^k r^k。 \end{aligned} \quad (18.17)$$

根據一階條件 (18.15) 式, 在恆定狀態下, $\beta(1 + \tilde{r}^k - \delta) = 1$, 故

$$\beta [1 + (1 - \tau^k)r^k - \delta] = 1 \Rightarrow [1 - \beta(1 + r^k - \delta)] = -\beta \tau^k r^k。$$

將上式代回 (18.17) 式左邊, 移項後得到

$$\beta(\lambda + \mu)\tau^k r^k = 0。$$

我們知道 $\lambda, \mu, r^k > 0$, 故上式成立的唯一可能是 $\tau^k = 0$, 亦即, 最適資本所得稅率等於零。顯然, 政府消費支出應全部由勞動所得稅融通, 利用政府預算限制式 (18.11), 最適勞動所得稅率是

$$\tau^n = \frac{G}{wn} = \frac{G/y}{wn/y}。$$

上式中, 分子是政府消費的產出占比, 分母是勞動所得份額。以生產函數 $y = k^\alpha n^{1-\alpha}$ 為例, 勞動份額等於 $1 - \alpha$ 。若 $G/y = 15\%$, $\alpha = 0.4$, 則最適勞動所得稅率是 $\tau^n = 0.15/(1 - 0.4) = 25\%$ 。

這是一個意義深遠的結論, 以下有幾點補充。

1. **定額融通及赤字融通:** 以上結論與政府是否能夠訴諸定額融通或發行公債無關。首先, 假設存在定額移轉 v_t , 則政府預算限制應寫成

$$G_t + v_t = \tau^n w_t n_t + \tau^k r_t^k k_{t-1}。$$

根據上式, 當稅收大於消費支出 G_t 時, $v_t > 0$, 這表示政府對消費者有移轉給付, 反之, 若稅收不足支應 G_t , 則政府必須課徵定額稅, 此時 $v_t < 0$ 。同理, 若政府可以發行公債, 則政府預算應寫成

$$G_t + [(1 + r_{t-1})b_{t-1}^g - b_t^g] = \tau^n w_t n_t + \tau^k r_t^k k_{t-1}。$$

上式中, b_{t-1}^g 及 b_t^g 分別是期初及期末公債餘額。若稅收大於 G_t , 則盈餘可用來清償公債, 導致期末公債餘額 b_t^g 下降, 反之, 若稅收小於 G_t , 則政府有預算赤字, 必須發行新債以平衡預算。李嘉圖等值定理告訴我們, 給定政府消費支出不變, 政府在以上兩種融通手段之間的任何

取捨, 對經濟社會都沒有實質效果。顯然, 最適稅率與政府能否發行公債或訴諸定額融通無關。事實上, 讀者若使用以上的預算限制, 則 Ramsey 課稅問題的最適解不受影響 (請自行驗證)。

2. **Ramsey 課稅原則:** Ramsey 的原始課稅問題非常單純。假設政府只能針對兩種商品課徵比例消費稅, 這種稅會侵蝕消費者剩餘。給定政府支出不變, 為使扭曲極小, 兩種稅導致的邊際福利損失必須相等, 否則消費者的效用即有增加空間。據此, 政府應對價格彈性小的商品課以較高的稅率, 而彈性大的商品課以較低的稅率。這種課稅原則與廠商的差別取價極為類似, 我們曾在上冊第 10 章提過。

我們可以從 Ramsey 課稅原則理解本節的結論。在動態世界中, 對資本課稅猶如對未來消費課稅。長期而言, 當稅率上升時, 廠商可以調整資本規模的空間幾乎不受限制, 因此資本的稅率彈性趨近無窮大, 而消費者受限於時間限制, 勞動所得稅率再怎麼高, 勞動供給能夠下降的空間有限, 換言之, 勞動供給的稅率彈性較小。正因為資本的稅率彈性趨近無窮大, 長期而言, 對資本所得課稅非常沒有效率, 故最適資本所得稅率應等於零。

3. **異質消費者:** 學者 Kenneth Judd (1985) 曾經寫過一篇有趣的論文, 值得一提。假設經濟社會包括兩種人, 勞工和資本家。勞工不能儲蓄, 其唯一所得是工資, 因為不能儲蓄, 消費等於稅後勞動所得; 相反的, 資本家不事勞動, 但擁有資本, 其稅後所得可用於消費及累積資本。假設政府僅重視勞工的福利, 資本家完全不在政策考量之內。

除考慮兩個所得來源及預算限制不同的消費者外, 最適租稅問題的本質並未改變。使用本節的方法, Judd 發現: 即使政府只考慮勞工的效用水準, 最適資本所得稅率仍應等於零, 換言之, 勞工必須承擔所有扭曲性租稅, 這真是豈有此理! 此一結果的背後直觀與前述大同小異, 因

為資本存量的稅率彈性太高了,對資本所得課稅,「資本家」跑掉了,勞工也連帶受害,因為工資水準也下降。

本節的結論幾乎違反所有人的道德及主觀價值,特別是對追求所謂「公平正義」的政客和媒體尤然。晚近文獻中,學者考慮不同的模型延伸,試圖降低資本的稅率彈性,以期最適資本所得稅率大於零。正如本節一開始便說,這個問題猶如亞瑟王追尋的聖杯,人人皆欲奪之而後快,至今「獎落誰家」,尚無定論。作者要強調,最適租稅理論純粹是從「效率」的角度分析租稅結構,對於所得或財富分配是否公平,甚或階級及世代正義能否伸張,此一理論沒有多少施展空間。這個問題也是晚近的熱門研究主題,著名學者 Thomas Piketty 及 Emmanuel Saez 是其中翹楚,有興趣的讀者請參考相關文獻。

18.5 一例一休的總體效果

2016 年底政府推動一例一休政策,一時之間輿論沸騰,贊成者有之,反對的更多,台灣猶如一鍋沸水,吵得天翻地覆。一例一休有兩個基本內容:第一,政府降低法定最高工時,第二,廠商必須對超時勞動給付相當加班費,最高可達經常性工資的 1.67 倍,換言之,廠商對加班勞工必須支付約略 2.5 倍的薪資,廠商會跳腳原在預料之中。

一例一休政策有許多影響層面,除勞動市場外,完整的分析還需要考慮個別產業的特殊性質,例如,服務業需要大量的勞力投入,一個在國外帶團的導遊,政府怎麼可能限制他的工作時間?這類問題不是本節考慮的重點。站在總體的角度,我們特別關心一例一休政策對總體經濟的影響,尤其是長期影響。讀者將發現,一例一休政策會產生嚴重的扭曲效果,長期下,廠商利潤,實質產出,薪資所得,就業及消費水準都會下降,換言之,消費者,勞工及廠商三者都受害。當時有政府要員宣稱:「怎麼可能三輸?

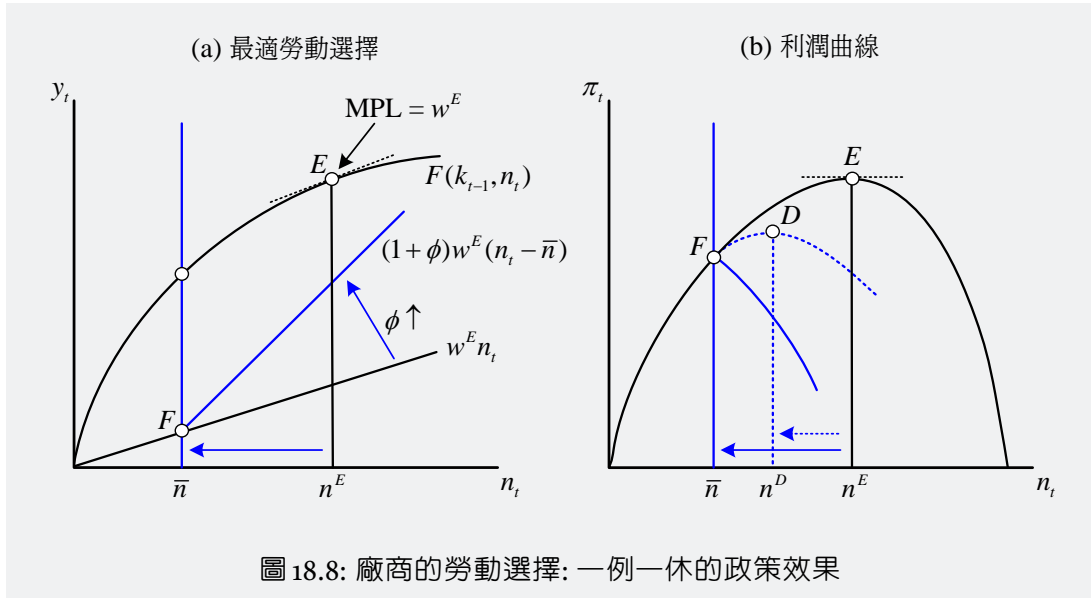


圖 18.8: 廠商的勞動選擇: 一例一休的政策效果

根據質能不減定律 (該官員誤為物質不減), 若消費者及廠商受害, 則勞工必然得利! 說句玩笑話, 此說如果成立, 諾貝爾委員會大概要新立一個獎項, 稱為經濟物理學獎! 這位「口條便給」的官員忘了, 總體產出是會變的, 如果 GDP 下降, 所有成員的所得都可能下降。

廠商的勞動選擇

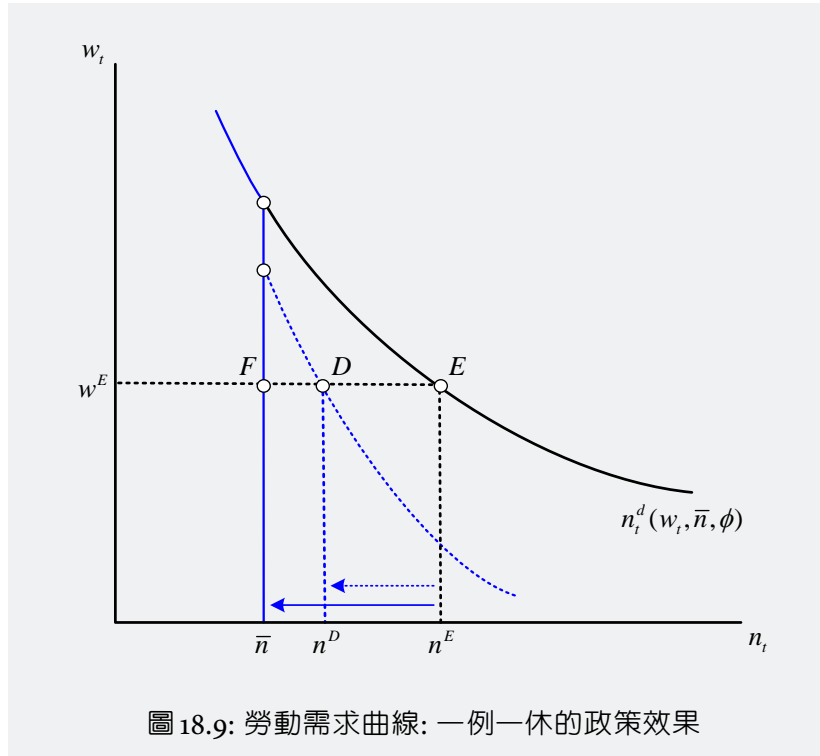
一例一休最直接的衝擊對象是廠商, 我們的分析自然也要從廠商的選擇開始。根據廠商的決策模型, 我們可以分析法定工時下降及加班費上升對勞動需求的影響。讀者曾在上冊第 4 章的習題中分析過此一問題, 為方便參考, 再為讀者解說一次。圖 18.8(a)-(b) 分別畫出廠商的勞動選擇及對應的利潤曲線。短期下, 廠商的勞動選擇與投資無關, 最適選擇要求利潤 $\pi_t = y_t - w_t n_t$ 極大。假設現行市場工資率是 w^E , 則最適選擇會落於 $MPL = w^E$ 的 E 點, 利潤曲線達於頂點, 對應的雇用量是 n^E , 這是一例一休政策實施前的勞動需求量。

假設法定最高工時降為 \bar{n} , 加班費率是 ϕ 。請注意, 廠商僅針對超時勞動給付加班費, 故成本線會從法定工時 \bar{n} 開始斜率變陡, 這表示勞動雇用的邊際成本上升了。此時廠商若仍然執意選擇 n^E 的雇用量, 則總成本將增為 $w^E \bar{n} + (1 + \phi)w^E(n^E - \bar{n})$, 這顯然不是最適選擇, 雇用量必然下降。如圖所示, 勞動需求會下降多少取決於加班費率 ϕ 。若 ϕ 高到離譜, 則利潤曲線會在 F 點立即向下轉折, 利潤極大落於法定工時的 F 點, 勞動需求量降為 \bar{n} 。反之, 若加班費率相對溫和, 則利潤曲線 (藍色虛線) 會從 F 點緩慢上升, 然後在 D 點達到最高點, 雇用量自 n^E 降為 n^D 。請注意, 加班費導致雇用成本上升, 故廠商的利潤曲線必然下移, 最大利潤會落於原最適選擇 E 點的左側。此外, 利潤曲線在 F 點因加班費而出現凹折, 該點的微分不存在。

勞動需求曲線

圖18.9 畫出廠商的勞動需求曲線, 縱軸是經常性或正常工資率, 不包括加班費。在現行工資水準 w^E 下, 廠商的原始雇用量是 n^E , 對應於需求曲線上的 E 點。根據以上的分析, 一例一休政策會使廠商的勞動需求量下降, 其降幅取決於加班費率 ϕ 。若加班費太高, 則需求量會降至 F 點, 對應於法定工時水準 \bar{n} 。若加班費相對溫和, 則需求量會降至 (\bar{n}, n^E) 區間, 如 D 點, 對應的雇用水準是 n^D 。以上推論對任何正常工資率均適用, 因此不論需求量下降多少, 勞動需求曲線必然會在法定工時出現轉折, 低於 \bar{n} 的區域不受影響, 高於 \bar{n} 的區域斜率變陡, 甚至變成垂直線。這是一個簡單但重要的結果, 簡言之, 一例一休政策會使廠商的勞動需求下降, 也會導致需求曲線變得相對陡峭, 這表示勞動需求的工資彈性變小。以符號表示, 勞動需求函數可寫成 $n_t^d(w_t, \bar{n}, \phi, \dots)$ 。

2016 年政府規定廠商必須給付高達將近兩倍的加班費, 這是史無前例的加薪, 我們幾可斷言勞動需求曲線會在法定工時近乎垂直 (見習題



8)。直觀而言，因為加班費實在太高了，即使正常工資率下降，廠商仍然無動於衷。據此，一例一休的總體效果已可斷定，稍後再為讀者解說。

勞動供給曲線

一例一休政策也會影響消費者的勞動選擇。首先，當加班費上升時，廠商的利潤或消費者的股利所得也下降，故對整體經濟而言，加班費上升沒有財富效果，但會產生替代效果，導致消費者的工作意願上升。此一推論對任何工資率均適用，故勞動供給曲線會在大於法定工時的區域變得相對平緩，表示工資彈性變大。

影響消費者勞動選擇的因素不止加班費。根據前面的分析，一例一休政策會使勞動需求曲線在法定工時近乎垂直。顯然，無論勞動供給如何

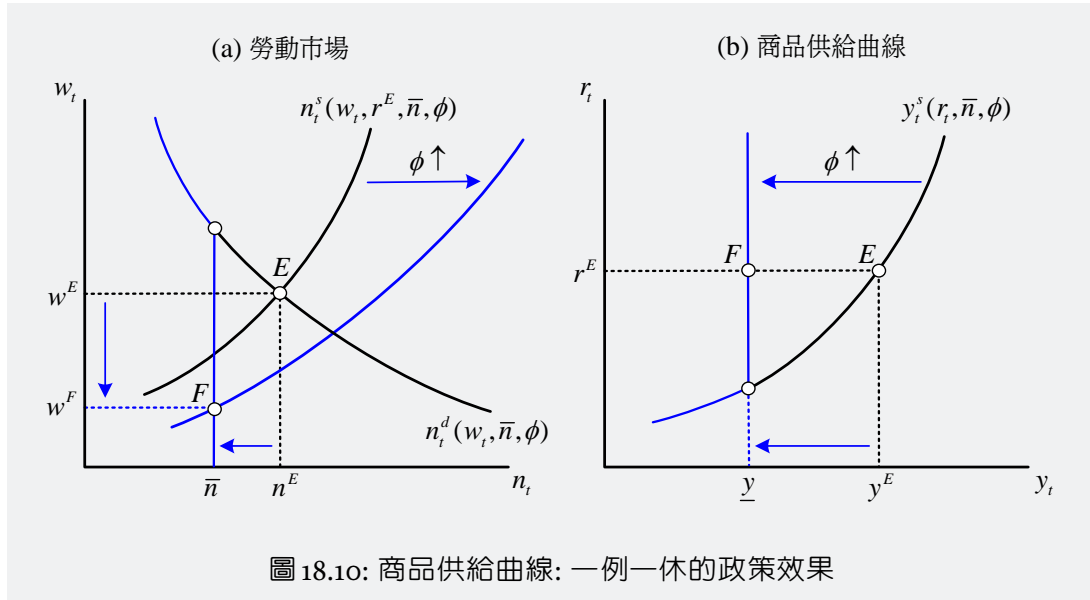


圖 18.10: 商品供給曲線: 一例一休的政策效果

變動, 長期下, 均衡勞動必然下降, 而資本存量, 產出及消費者的恆常所得也因之下降, 透過**財富效果**, 消費者的工作意願會進一步上升。綜上所述, 一例一休政策會使勞動供給上升, 也會使勞動供給的工資彈性變大。以符號表示, 勞動供給函數可寫成 $n_t^s(w_t, r_t, \bar{n}, \phi, \dots)$ 。

商品供給曲線

根據勞動供需的變化, 我們即可分析一例一休政策對商品供給的影響。圖 18.10 中, 勞動市場的原始均衡落於 E 點, 均衡勞動是 n^E 。在現行利率水準 r^E 下, n^E 對應的產出水準是 y^E , 落於商品供給曲線上的 E 點。根據前面的分析, 一例一休政策會使消費者的工作意願上升, 而廠商的勞動需求下降, 前者使勞動供給曲線右移, 斜率較為平緩, 後者使勞動需求曲線在法定工時近乎垂直。如圖所示, 新均衡落於 F 點, 勞動及工資率都下降。既然勞動下降, 則在利率水準 r^E 下, 商品供給量也會從 E 點降至 F 點, 產出水準是 y 。以上推論對任何利率水準均適用, 因此商品供給曲線會在 y

位置產生轉折，低於 \underline{y} 的區域不受影響，高於 \underline{y} 的區域斜率變陡，甚至近乎垂直。簡言之，一例一休政策會使商品供給下降，也會導致商品供給的利率彈性變小。此一結果顯然源自勞動需求的變動，勞動供給幾乎沒有影響。以符號表示，商品供給函數可寫成 $y_t^s(r_t, \bar{n}, \phi, \dots)$ 。

一例一休政策的恆定效果

至此，讀者當可看出一例一休究竟是一個什麼樣的政策。對總體經濟而言，此一政策使生產活動趨於僵化，勞動需求的工資彈性及商品供給的利率彈性都變小，市場價格失去引導資源有效利用的關鍵角色，其後果不問自知。如前所述，廠商的勞動選擇是我們理解一例一休政策效果的關鍵切入點，一旦知道廠商會如何回應，我們已可斷言後續的骨牌效應。長期下，勞動下降打擊廠商的投資意願，導致恆定資本存量及產出下降。對消費者而言，財富下降使消費能力下降，而工作意願上升，但正如圖18.10(a)所示，消費者再怎麼想努力工作也是枉然，因為廠商就是不埋單，最後的均衡工資率及勞動都下降。

簡單的說，一例一休政策會使勞動市場供不應求，造成工資下降壓力，按理說，工資率下降應會引導廠商增加雇用量，但此時的勞動需求曲線近乎垂直，廠商對工資下降毫無反應，導致勞工必須承受供需調整的全部壓力，最後不但工作時間下降，加班費也拿不到。政策的骨牌效應還未結束，因為長期下，資本存量下降會使勞動需求進一步下降，導致需求曲線在小於 \bar{n} 的區域左移。讀者不難想見，在這麼悽慘的情形下，恆定或長期勞動水準甚至可能低於法定工時！

商品市場的變動非常單純。首先，一例一休政策使商品供給下降，供給曲線近乎垂直。其次，財富效果使消費需求下降，而恆定勞動下降又使廠商的投資需求下降。因為商品供需都下降，故恆定產出，消費及資本存量必然下降。針對以上分析，讀者請自行繪圖補充。

小結

一例一休的政策爭議強迫我們靜下來好好反思政府的諸多施政作為。此一政策試圖改善勞工的福利, 立意或許良善, 但我們思考政策, 不管支持或反對, 不能光憑善意或滿腔熱血, 不經大腦的愚蠢作為往往更為可怕。想像某人的手機從台北 101 頂樓落下, 過程中, 手機的原子或分子結構不會改變, 根據手機質量, 物理學家可以預測手機落地粉碎的時間。經濟學不是自然科學, 在經濟社會中, 消費者及廠商是構成整體經濟的細微原子, 面對外來干擾, 你我不會無動於衷, 因此經濟學家比較可憐, 要預測一例一休或任何外來干擾對經濟社會的影響, 我們不能假設這些個體或原子的行為不會改變。以上的道理平民百姓都懂, 手握生殺大權的政府大員豈能無視? 成天胡整惡整, 不知所云, 真是不知從何說起? 作者有感而發, 用詞尖銳, 讀者莫怪。

本章摘要

- 政府消費短暫增加的短期效果是: 實質利率, 產出及勞動上升, 民間消費, 投資及實質工資率下降。
- 政府消費短暫增加會排擠民間消費及投資, 故產出的增幅必然小於政府支出的增幅, 亦即, 乘數效果不存在。
- 政府支出變動不是各國景氣波動的主因。
- 政府消費永久增加的長期效果是: 民間消費下降, 投資, 資本存量, 勞動及產出上升, 實質工資率不變。
- 政府消費永久增加的短期效果是: 實質利率, 產出, 勞動及投資上升, 民間消費及實質工資率下降。
- 政府消費短暫增加會同時排擠民間消費及投資, 而永久性增加只會排擠消費, 投資反而上升。在永久性政策下, 消費的下降尤為明顯。

- 政府消費永久增加的產出效果較為明顯,但乘數效果幾乎不存在。
- 政府消費增加,不論短暫或永久,都會使消費者的終身效用下降。
- 廠商盈餘反映資本的邊際生產力,因此對廠商盈餘課稅即是對股東或消費者的資本所得課稅。
- 消費稅與勞動所得稅性質相同,都是對消費者的勞動課稅。
- 勞動所得稅率或消費稅率永久上升沒有跨期替代效果,但會產生期內替代效果,使消費需求及勞動供給下降。
- 公司(資本)所得稅率永久上升侵蝕資本的稅後邊際報酬,導致廠商的投資需求下降。
- 勞動所得稅率(或消費稅率)永久上升的恆定效果是:產出,勞動,消費及資本存量下降。在規模報酬不變的生產技術下,產出,勞動及資本存量等比例下降,故稅前工資率不變,而稅後工資率下降。
- 資本所得稅率永久上升的恆定效果是:產出,消費,資本存量及實質工資率下降,但勞動無法確定。若工資率下降的替代效果大於恆常所得下降的財富效果,則恆定勞動下降,反之則上升。
- 為使課稅造成的扭曲極小,資本所得稅率應該等於零,這是最適租稅理論的經典命題,爭議性極高。
- 對資本所得課稅猶如對未來消費課稅。長期下,因為資本的稅率彈性趨近無窮大,根據 Ramsey 課稅原則,資本所得稅率應等於零。
- 一例一休政策會使廠商的勞動需求下降,並導致勞動需求的工資彈性變小,需求曲線在法定工時水準近乎垂直。
- 一例一休政策會使消費者的工作意願上升,並導致勞動供給的工資彈性變大,供給曲線變得較為平緩。
- 一例一休政策會使商品供給下降,並導致商品供給的利率彈性變小,供給曲線在法定工時水準近乎垂直。

- 一例一休政策會產生嚴重的扭曲效果, 長期下, 產出, 消費, 勞動, 資本存量及實質工資率都下降。

習題

1. 政府消費上升的均衡效果: 在恆定狀態下, RBC 模型的均衡條件包括以下三式 (不考慮生產衝擊):

$$\frac{u_l(c, 1-n)}{u_c(c, 1-n)} = F_n(k, n), \quad (1a)$$

$$F_k(k, n) = \rho + \delta, \quad (1b)$$

$$c + \delta k + G = y = F(k, n). \quad (1c)$$

- (a) 恆定解: 上一章的習題曾經請讀者求算過恆定解, 本題要再複習一次。假設政府消費與產出維持固定比例, 寫成 $G = gy$, $g \in (0, 1)$, 全部以定額稅融通。令生產函數 $y = k^\alpha n^{1-\alpha}$, $\alpha \in (0, 1)$, 效用函數是 CRRA 形式:

$$u(c, l) = \frac{c^{1-\gamma}}{1-\gamma} - \frac{\theta(1-l)^{1+\sigma}}{1+\sigma}, \quad \gamma, \sigma, \theta > 0.$$

請計算恆定解, 並討論 g 上升的恆定效果。

- (b) 數學證明*: 爲了得到公式解, 上題假設政府支出是產出的固定比例。本題要放鬆此一假設, 請讀者利用均衡條件 (1a)-(1c) 以數學推導 G 上升的恆定效果。[提示: 請參考上一章 17.6 節。]
- (c) 生產外部性: 某些政府消費支出也可能存在生產外部性, 例如, 國防支出使廠商安心生產, 產出因而上升。爲了簡單, 本題假設一單位政府支出可以使產出增加 $\phi \in (0, 1)$ 單位, 故生產函數可寫成

$$y_t = F(k_{t-1}, n_t) + \phi G_t, \quad \phi \in (0, 1).$$

請分析 G_t 永久上升的當期效果。你的結論與本文是否相同?

- (d) **預期政策**: 假設政府宣告其消費支出將從明天開始永久上升, 請分析此一政策宣示對今天的總體均衡有何影響? 請畫出商品市場及債券市場的供需變動。
2. **數值運算***: 考慮上題的 Cobb-Douglas 生產函數及 CRRA 效用函數。令 $\beta = 0.97, \gamma = \sigma = 1, \theta = 20, \alpha = 0.4, \delta = 0.1$ 。此外, 假設政府消費與產出之比 $g_t = G_t/y_t$ 遵循一階自我相關過程:

$$g_t = (1 - \rho_g) \bar{g} + \rho_g g_{t-1} + \epsilon_t, \text{ 其中,}$$

$$\rho_g \in (0, 1), \bar{g} = 0.2, E(\epsilon_t) = 0, \sigma_\epsilon = 0.02。$$

請利用線性近似法回答以下各題。

- (a) **恆定解**: 請計算非隨機恆定狀態的數值解, 包括資本存量, 勞動, 消費, 投資, 產出, 實質利率及實質工資率。
- (b) **策略函數**: 令 $\rho_g = 0.1$, 請計算以上變數的策略函數。依循慣例, 請將策略函數以比例變動表達, 例如, $\tilde{y}_t = \ln y_t - \ln y^*$ 。實質利率及政策變數 g_t 的單位已是百分比, 一般不再取自然對數。請根據你的數值解討論 ϵ_t 上升的當期 (短期) 效果。
- (c) **衝擊反應函數**: [承上題] 經濟社會從恆定狀態開始, 假設 ϵ_t 上升一個標準差 (即 $\sigma_\epsilon = 0.02$), 請畫出對應的衝擊反應函數。你的計算結果與 18.1 節的分析是否相符?
- (d) **策略函數**: 令 $\rho_g = 0.9999$, 請計算內生變數的策略函數。請根據你的數值解討論 ϵ_t 上升的當期效果。你的計算結果與 18.2 節的分析是否一致?
- (e) **衝擊反應函數**: [承上題] 經濟社會從恆定狀態開始, 假設 ϵ_t 上升一個標準差, 請畫出對應的衝擊反應函數。你的計算結果與 18.2 節的分析是否相符?

3. **稅率上升的均衡效果:** 在恆定狀態下, 納入扭曲性租稅的全面均衡滿足以下三式 (不考慮消費稅及政府消費):

$$\frac{u_l(c, 1-n)}{u_c(c, 1-n)} = (1-\tau^n)F_n(k, n), \quad (3a)$$

$$(1-\tau^k)F_k(k, n) = \rho + \delta, \quad (3b)$$

$$c + \delta k = y = F(k, n). \quad (3c)$$

政府預算滿足 $v_t = \tau^n w_t n_t + \tau^k (y_t - w_t n_t)$, 其中, v_t 是消費者的移轉所得。假設生產函數是 $y = k^\alpha n^{1-\alpha}$, 效用函數是前面的 CRRA 形式。

- (a) **恆定解:** 請計算恆定解, 並分別討論 τ^n 上升及 τ^k 上升的恆定效果。你的結論與 18.3 節有何異同? 請解釋。
- (b) **數學證明*:** 假設 $\tau^k = 0$, 請根據均衡條件 (3a)-(3c) 證明 (a) 小題有關 τ^n 變動的結論具有一般性。
- (c) **τ^n 上升的短期效果:** 請分析 τ^n 永久上升的當期效果, 並畫出對應的衝擊反應函數。[初學者可略過衝擊反應函數]
- (d) **數學證明*:** 假設 $\tau^n = 0$, 請根據均衡條件 (3a)-(3c) 證明 (a) 小題有關 τ^k 變動的結論具有一般性。[本題刻意為難讀者, 若諸位已經撐過 (a) 小題的試煉, 可直接略過。]
- (e) **τ^k 上升的短期效果:** 請分析 τ^k 永久上升的當期效果, 並畫出對應的衝擊反應函數。[請針對你認為最可能發生的均衡變動分析。初學者可略過衝擊反應函數。]
- (f) **短暫政策:** 假設今天的資本所得稅率 τ_t^k 上升, 但未來不變, 請問這種短暫的稅率上升是否會影響總體均衡?
4. **數值運算*:** 考慮前面的 Cobb-Douglas 生產函數及 CRRA 效用函數。令 $\beta = 0.97, \gamma = \sigma = 1, \theta = 20, \alpha = 0.4, \delta = 0.1$ 。假設原始稅率是 $\tau^k = \tau^n = 0.3$ 。請利用線性近似法回答以下各題。

- (a) 恆定解: 請計算恆定狀態的數值解, 包括資本存量, 勞動, 消費, 投資, 產出, 實質利率及實質工資率。
- (b) 策略函數: 請計算內生變數的策略函數, 並分別討論 τ^k 上升及 τ^n 上升的短期效果。你的結果與題 3c 及 3e 的分析是否一致?
- (c) τ^n 上升的動態效果: 經濟社會從恆定狀態開始, 假設勞動所得稅率 τ^n 自 0.3 永久上升至 0.32, 請畫出對應的衝擊反應函數, 包括 $\{k_t, n_t, c_t, i_t, y_t, r_t, w_t\}$ 。請說明你的計算結果。
- (d) τ^k 上升的動態效果: 經濟社會從恆定狀態開始, 假設資本所得稅率 τ^k 自 0.3 永久上升至 0.32, 請畫出對應的衝擊反應函數, 包括 $\{k_t, n_t, c_t, i_t, y_t, r_t, w_t\}$ 。請說明你的計算結果。
5. 政府消費支出與租稅政策: 本題要同時考慮政府消費支出與扭曲性租稅。假設政府沒有移轉性給付, 其消費支出 G_t 與產出 y_t 永遠維持固定比例 $g \in (0, 1)$, 政府預算滿足 (不考慮消費稅)

$$G_t = g y_t = \tau^n w_t n_t + \tau^k \pi_t, \quad \pi_t = y_t - w_t n_t.$$

根據上式, 政府在 $\{g, \tau^k, \tau^n\}$ 中, 只能自由選擇其中的兩個。假設生產函數是 $y = k^\alpha n^{1-\alpha}$, 效用函數是 $u(c, l) = \ln c + \ln l$ 。

- (a) 恆定解: 給定 g 及 τ^k , 請計算恆定解, 包括資本存量, 勞動, 產出, 消費, 勞動所得稅率 τ^n 及稅後工資率 $\tilde{w} = (1 - \tau^n)w$ 。
- (b) g 上升的恆定效果: 令 $\beta = 0.97, \alpha = 0.4, \delta = 0.1$ 。假設 $\tau^k = 0, g$ 落於 $[0, 0.3]$ 區間。請畫出 g 變動對恆定狀態的影響, 包括資本存量, 勞動, 產出, 消費, 稅後工資率及勞動所得稅率。你的結果與題 1a 有何不同? 請說明。
- (c) τ^k 上升的恆定效果: [承上題參數] 假設 $g = 0.3, \tau^k \in [-0.5, 0.7]$ 。我們允許 $\tau^k < 0$, 亦即, 政府對資本累積補貼。請畫出 τ^k 變動對

恆定狀態的影響, 包括資本存量, 勞動, 產出, 消費, 稅後工資率及勞動所得稅率。請說明你的發現。

(d) **終身效用**: [承上題] 請畫出 τ^k 變動對終身效用 $u(c, l)/(1-\beta)$ 的影響。終身效用極大對應的 τ^k 及 τ^n 各為多少? 你的結果與 18.4 節不同, 難道最適租稅理論有誤? 請解釋。

(e) **最適租稅***: 請仿照 18.4 節的方法, 推導本題的最適稅率。

6. **投資租稅扣抵**: 假設政府對廠商的淨投資 $(k_t - k_{t-1})$ 給予固定比例 $\phi \in (0, 1)$ 的租稅抵免, 財源全部來自消費者的定額稅 T_t 。假設折舊率 $\delta = 0$, 故投資 $i_t = k_t - k_{t-1}$ 。面對 ϕ 及各期價格 $\{r_t, w_t\}$, 代表性廠商的跨期選擇問題是

$$\max_{\{n_t, k_t\}_{t=1}^{\infty}} \sum_{t=1}^{\infty} \left[\frac{d_t}{(1+r_1) \cdots (1+r_{t-1})} \right]$$

$$\text{subject to } d_t = F(k_{t-1}, n_t) - w_t n_t - (1-\phi)(k_t - k_{t-1}), \forall t.$$

消費者的選擇問題與基準模型相同, 不再重複。租稅補貼既非政府消費也非政府投資, 故市場結清條件仍然是 $c_t + i_t = y_t$ 。[提示: 投資抵減等同資本所得稅率 τ^k 下降, 請參考 18.3 節及題 3。]

(a) **一階必要條件** 請寫下廠商最適選擇的一階必要條件, 並簡要說明。[提示: 請參考第 13 章 13.5 節。]

(b) **恆定狀態**: 假設生產函數是 $y = k^\alpha n^{1-\alpha}$, 效用函數是 $u(c, 1-n) = \ln(c) + \ln(1-n)$ 。請計算恆定解, 並討論 ϕ 上升的恆定效果。

(c) 為了簡單, 本題假設折舊率 $\delta = 0$ 。若 $\delta > 0$, 則上小題的結論有何改變? 請解釋。

(d) **衝擊反應函數***: 令 $\beta = 0.97, \alpha = 0.4, \delta = 0.1$, 原始租稅扣抵是 $\phi = 0$ 。假設 ϕ 升為 $\phi = 0.1$, 請畫出對應的衝擊反應函數, 包括 $\{k_t, n_t, c_t, i_t, y_t, r_t, w_t\}$ 。請說明你的計算結果。

7. **最適國防支出***: 第 14 章 14.6 節曾經在 Ramsey 模型中分析過國防支出的經濟效果, 本題要在 RBC 模型中考慮相同問題。Crusoe 在荒島上靠種植椰果為生, 椰果除供食用消費及栽種投資外, 還可製成「椰彈」, 對付土人的掠奪。假設 Crusoe 於 t 期期初擁有 x_{t-1} 的椰彈存量, 若當期的自衛支出是 G_t , 則期末的椰彈存量是 $x_t = G_t + (1 - \delta_x)x_{t-1}$, 這是荒島的軍備累積方程式, 其中, $\delta_x \in (0, 1)$ 是椰彈折舊率。荒島的資源限制滿足 $c_t + i_t + G_t = y_t = F(k_{t-1}, n_t)$, 其中, 投資支出 $i_t = k_t - (1 - \delta_k)k_{t-1}$, $\delta_k \in (0, 1)$ 。

椰彈不能作為生產投入, 但能為 Crusoe 帶來「相對安全感」。假設土人擁有 z 的武器裝備, 則 Crusoe 從椰彈存量 x_{t-1} 可獲得 $h(x_{t-1}, z)$ 的效用。此一效用函數滿足 (1) $h_x > 0, h_{xx} < 0$, (2) $h_z < 0, h_{zz} < 0$, (3) $h_{xz} > 0$ 。除 $h(x_{t-1}, z)$ 外, Crusoe 的效用還受消費及休閒影響, 寫成 $u(c_t) + v(1 - n_t)$, $u', v' > 0, u'', v'' < 0$ 。

給定 $\{k_0, x_0\}$ 及土人的武器裝備 z , Crusoe 的跨期選擇問題是

$$\begin{aligned} \max_{\{c_t, n_t, k_t, x_t\}_{t=1}^{\infty}} & \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} [u(c_t) + v(1 - n_t) + h(x_{t-1}, z)] \\ \text{subject to} & \quad c_t + i_t + G_t = F(k_{t-1}, n_t), \quad \forall t, \\ & \quad i_t = k_t - (1 - \delta_k)k_{t-1}, \quad \forall t, \\ & \quad G_t = x_t - (1 - \delta_x)x_{t-1}, \quad \forall t. \end{aligned}$$

- (a) **一階必要條件**: 請推導上述問題的一階必要條件, 並簡要說明背後直觀。
- (b) **恆定狀態**: 請分析 z 永久上升對恆定狀態的影響, 包括消費, 勞動, 資本存量, 武器存量及產出。
- (c) **恆定解**: 假設生產函數: $F(k, n) = k^\alpha n^{1-\alpha}$, 效用函數: $u(c) = \ln c$,

$$v(1-n) = \theta \ln(1-n), \theta > 0, h(x, z) = \psi \ln(x-z), \psi > 0. \text{ 令}$$

$$\beta = 0.97, \theta = 5, \psi = 1, \delta_k = 0.1, \delta_x = 0.1, \alpha = 0.4.$$

假設 $z = 1$, 請計算恆定狀態的數值解, 包括 $\{x, k, n, c, y\}$ 及 G/y 。
若 z 升至 $z = 2$, 恆定狀態有何變化? 你的結果與上題是否一致?
若 $\psi = 2$, 恆定狀態有何變化? 請解釋。[提示: 本題存在公式解, 但形式醜陋, 讀者可使用數值軟體計算近似解。]

(d) 衝擊反應函數: [承上題] 請計算並畫出 z 永久上升的衝擊反應函數, 包括 $\{x_t, k_t, n_t, c_t, G_t, y_t\}$ 及影子利率 r_t 。請解釋你的結果。

8. 一例一休與勞動需求: 根據 18.5 節的分析, 一例一休政策對總體經濟的影響取決於勞動需求的變動, 而勞動需求的變動又取決於加班費有多高。2016 年政府規定廠商必須對超時勞動給付將近兩倍的加班費。本題要以實例計算此一政策對勞動需求的數值影響。假設正常工資率 w 落於 $[0.5, 1.5]$ 區間, 生產函數是 $y = k^\alpha n^{1-\alpha}$, 資本存量 $k = 1$ 。根據國民所得資料, 台灣近年的勞動份額 (受雇人員報酬佔要素所得比例) 約為 0.55, 故令 $\alpha = 0.45$ 。

(a) 首先, 請計算政策實施前的勞動需求函數。令 $w_i \in [0.5, 1.5], i = 1, 2, \dots, N, N$ 是節點總數, 可自行決定。請在 $w \in [0.5, 1.5]$ 區間畫出對應的勞動需求曲線。

(b) 假設法定最高工時 $\bar{n} = 0.25$, 加班費率 $\phi = 1.67$, 請計算並畫出政策實施後的勞動需求曲線。若 $\phi = 0.33$, 結果有何變化? [提示: (1) 根據上題, 先決定勞動需求量的變動區間 $[n_{min}, n_{max}]$; (2) 對所有工資水準 $w_i \in [0.5, 1.5]$, 計算利潤函數 $\pi(n), n \in [n_{min}, n_{max}]$, 再據以找出最適雇用量。提醒讀者, 若 $n \leq \bar{n}$, 則雇用成本是 $w_i n$, 若 $n > \bar{n}$, 則雇用成本是 $w_i \bar{n} + (1 + \phi)w_i(n - \bar{n})$ 。]

部分習題解答

1a 首先, 利用 (1b) 式, 恆定資本存量與產出維持固定比例:

$$k = \phi y, \quad \phi = \left(\frac{\alpha}{\rho + \delta} \right).$$

代入市場結清條件 (1c) 式, 消費 $c = (1 - g - \phi\delta)y$ 。假設 $g + \phi\delta < 1$, 否則 $c < 0$, 失去分析意義。本題的 $u_l/u_c = \theta c^\gamma n^\sigma$, 一階條件 (1a) 式可寫成 $\theta c^\gamma n^\sigma = (1 - \alpha)y/n$, 將恆定消費代入, 整理後可得

$$\theta (1 - g - \phi\delta)^\gamma n^{1+\sigma} = (1 - \alpha)y^{1-\gamma}.$$

利用 $k = \phi y$ 及生產函數, 產出 $y = \phi^{\alpha/(1-\alpha)} n$, 代入上式, 整理後以自然對數表達, 得到

$$\ln n = \ln \Lambda - \left(\frac{\gamma}{\sigma + \gamma} \right) \ln (1 - g - \phi\delta).$$

這是恆定勞動的最終解, 其中, 常數 $\Lambda > 0$ 與政策 g 無關, 略去不寫。其他變數可輕易求出, 請自行補充。根據上式, g 上升使恆定勞動上升, 這顯然是因為財富效果之故。根據要素互補性質, 恆定勞動上升導致 MPK 永久上升, 故資本存量及產出也上升。產出雖然上升, 但因為消費者要繳稅, 其恆常所必然下降, 導致消費下降 (請自證)。最後, 在一階齊次生產函數下, 產出及勞動等比例上升, 故工資率 (MPL) 不變。

1b 首先, 利用生產函數的一階齊次性質, 人均或單位產出 $\tilde{y} = y/n$ 可寫成 $\tilde{y} = f(\tilde{k})$, $f' > 0$, $f'' < 0$, 其中, $\tilde{k} = k/n$ 是資本勞動比。其次, 資本及勞動的邊際產出也可表為 \tilde{k} 的函數, 分別是 $F_k(k, n) = f'(\tilde{k})$ 及 $F_n(k, n) = f(\tilde{k}) - \tilde{k}f'(\tilde{k})$ 。

利用以上結果, 一階條件 (1b) 式可寫成 $f'(\tilde{k}) = \rho + \delta$ 。顯然, \tilde{k} 恆為定值, 與政策 G 無關, 這表示 G 變動時, 資本存量必然與勞動同比例同向

變動。據此，工資率 $w = F_n(k, n)$ 也恆為定值，不受 G 變動影響。最後，市場結清條件 (1c) 式可寫成 $c + G = \phi n$ ，其中，常數 $\phi = f(\tilde{k}) - \delta\tilde{k} > 0$ ，也與 G 無關。綜合上述，(1a)-(1c) 兩式可分別寫成

$$u_l(c, 1 - n) = u_c(c, 1 - n)w, \quad (1a)$$

$$c + G = \phi n, \quad \phi > 0. \quad (1c)$$

為了判斷 G 變動的影響，首先對 (1a) 式全微分 (w 為常數，不需考慮)，整理後可得 (利用 $u_l/u_c = w$)

$$\left[u_{cl} - \frac{u_l}{u_c} u_{cc} \right] dc + \left[\frac{u_l}{u_c} u_{cl} - u_{ll} \right] dn = 0.$$

因為消費及休閒同為正常財，上式左邊的兩個括弧項均為正值，分別令為 $\theta_1 > 0$ 及 $\theta_2 > 0$ ，則上式可寫為 $\theta_1 dc + \theta_2 dn = 0$ 。其次，對 (1c) 式全微分，得到 $dc + dG = \phi dn$ 。兩式聯立求解可得

$$\frac{dn}{dG} = \frac{\theta_1}{\phi\theta_1 + \theta_2} > 0, \quad \frac{dc}{dG} = \frac{-\theta_2}{\phi\theta_1 + \theta_2} < 0.$$

顯然， G 上升會導致恆定勞動上升，而恆定消費下降，這是財富效果之故。因為 \tilde{k} 及 $\tilde{y} = f(\tilde{k})$ 恆為定值，故 G 上升會導致資本存量，產出及勞動同比例上升。最後，實質工資率 $w = f(\tilde{k}) - \tilde{k}f'(\tilde{k})$ 不受 G 變動影響。以上結論與題 (a) 的特殊解完全相符。

- 1c** 加入生產外部性不會改變政府支出增加的政策效果。圖 18.11(a) 中，原始均衡落於 e 點，政府支出增加一單位使商品供給曲線右移至 a 點位置，其中除了財富效果外，也包括 ϕ 單位產出的外部效果。請注意，因為 $\phi \in (0, 1)$ ，政府支出增加仍會導致消費者的財富下降。政府消費增加當然也會影響商品需求。首先，直接效果使商品需求曲線右移至 b 點的虛線位置。其次，財富效果使消費需求下降，但其降

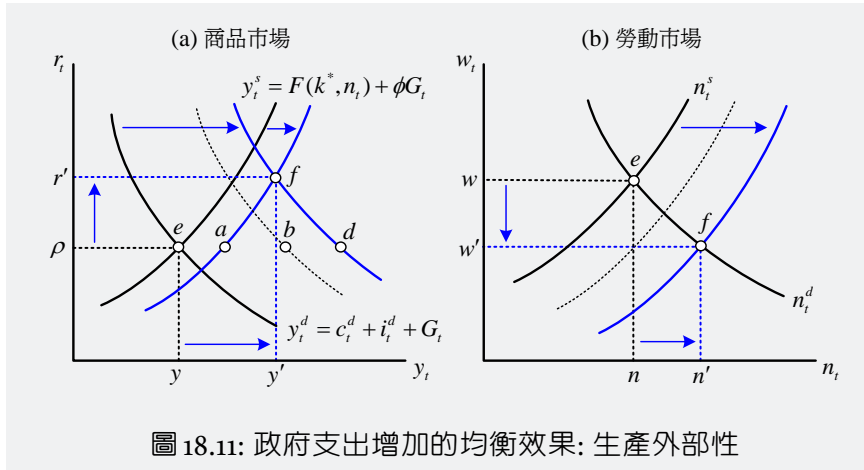


圖 18.11: 政府支出增加的均衡效果: 生產外部性

幅必然小於 ab 單位, 理由有二: (1) 對消費者而言, ϕ 單位的產出外部性猶如退稅, (2) 因為恆定產出或未來所得相對較高, 故恆常所得的降幅必然小於當期所得的降幅 ab 。最後, 恆定勞動上升也會使投資需求上升。以上三個效果導致商品需求曲線右移至 d 點位置, 商品市場供不應求, 造成利率上升壓力。隨著利率上升, 最後的均衡落於 f 點, 利率及產出都上升。在新的均衡點, 消費必然下降, 而投資上升, 細節與本文相同, 不再重複。在勞動市場中, 勞動需求曲線不動, 但財富下降及利率上升使勞動供給上升, 導致均衡勞動上升, 而工資率下降。

- 1d** 預期未來政府支出上升對當期商品需求沒有直接效果, 但仍會產生負向財富效果, 使消費需求下降, 而商品供給上升。圖 18.12 中, 商品市場及債券市場的原始均衡落於 e 點。當政策宣告時, 上述財富效果使商品需求曲線左移至 a 點位置, 而商品供給曲線右移至 b 點位置, 此時的商品市場存在 ab 的超額供給。這當然不是最後的供需位置, 因為恆定勞動上升會使廠商的投資需求上升, 導致商品需求曲線再從 a 點向右移動。顯然, 最後的均衡取決於投資需求的增幅。若投資的增幅小於 ab , 則市場仍有超額供給, 這會使利率下降; 反之, 若投資的增幅

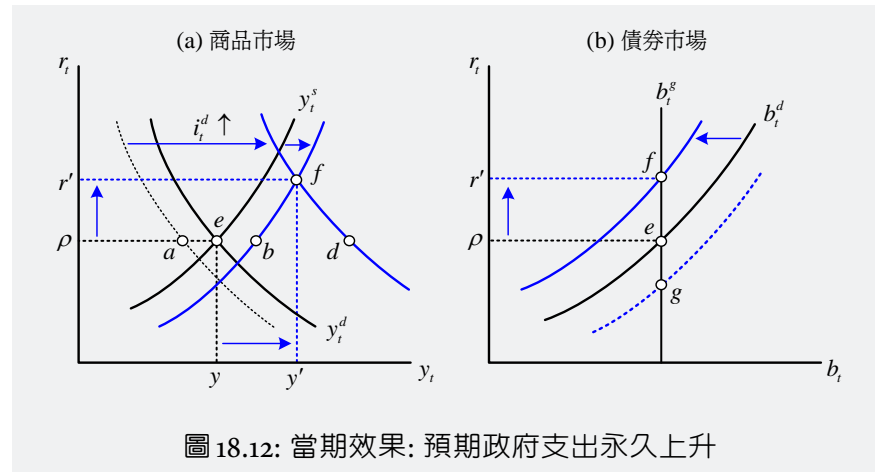


圖 18.12: 當期效果: 預期政府支出永久上升

大於 ab , 則新均衡落於 f 點, 利率上升。簡言之, 預期未來政府支出上升對當期利率的影響不能確定。

我們也可以從儲蓄的角度理解以上結果。讀者知道, 消費者的儲蓄意願取決於當期所得與未來所得的相對變化。當未來政府支出增加時, 有兩股力量主宰跨期所得的變動。第一, 消費者預期未來稅賦增加, 這會使未來的可支配所得下降, 但當期所得不變, 爲了繳稅, 消費者的儲蓄意願上升; 第二, 恆定資本存量上升使未來的所得相對較高, 換言之, 在資本存量還未上升前, 當期所得相對較低, 這會使消費者的儲蓄意願下降。圖 (b) 中, 若前者的力量較大, 則儲蓄上升, 債券需求曲線右移, 新均衡落於 g 點, 實質利率下降。根據理論模擬, 後者的力量通常較大, 導致債券需求下降, 新均衡落於 f 點, 實質利率上升。

不論利率上升或下降, 政策宣告必然會使當期產出, 投資及勞動上升, 而消費及工資率下降, 其中道理與當期政府支出永久上升的情形相同, 請自行補充。直觀上, 當政府宣示未來支出增加時, 爲了減輕未來的租稅負擔, 消費者會「勒緊褲帶, 努力生產」, 而廠商也會加緊投資, 因爲未來的 MPK 或投資報酬上升了。

3a 本題的求解步驟與 18.3 節完全相同。首先，利用 (3b)-(3c) 兩式及生產函數，資本存量，消費及產出可分別表為

$$\begin{aligned} k &= (1 - \tau^k)\phi y, \quad \phi = \alpha/(\rho + \delta), \\ c &= [1 - (1 - \tau^k)\phi\delta] y, \quad (1 - \tau^k)\phi\delta \in (0, 1), \\ y &= [(1 - \tau^k)\phi]^{\alpha/(1-\alpha)} n. \end{aligned}$$

其次，一階條件 (3a) 可寫成 $\theta c^\gamma n^\sigma = (1 - \alpha)(1 - \tau^n)y/n$ ，將以上的消費及產出代入，整理後以自然對數表達，恆定勞動的最終解是 (略去與稅率無關的常數項不寫)

$$\ln n = \dots + \left(\frac{1}{\sigma + \gamma} \right) \left[\ln(1 - \tau^n) + \frac{\alpha(1 - \gamma) \ln(1 - \tau^k)}{1 - \alpha} - \gamma \ln [1 - (1 - \tau^k)\phi\delta] \right].$$

其他變數可輕易求出，請自行補充。

首先討論稅率 τ^n 上升的恆定效果。觀察上式， τ^n 上升使恆定勞動下降，其影響幅度是

$$\frac{d \ln n}{d \tau^n} = \frac{-1}{(\sigma + \gamma)(1 - \tau^n)} < 0.$$

根據上式，若 $\sigma = \gamma = 1$ ，原始稅率 $\tau^n = 0$ ，則 τ^n 上升一個百分點會導致恆定勞動下降 $1/2 = 0.5\%$ 。顯然，恆定產出，消費及資本存量也會等比例下降，而工資率不受影響。以上結論與 18.3 節相同，其中道理請參照本文，不再重複。

資本所得稅率 τ^k 上升的影響要複雜一些。根據勞動的恆定解， τ^k 變動對恆定勞動的影響是

$$\frac{d \ln n}{d \tau^k} = \left(\frac{-1}{\sigma + \gamma} \right) \left[\frac{\alpha(1 - \gamma)}{(1 - \alpha)(1 - \tau^k)} + \frac{\gamma\phi\delta}{1 - (1 - \tau^k)\phi\delta} \right].$$

爲了簡潔, 令 $\psi = (1 - \tau^k)\phi\delta \in (0, 1)$, 則上式可改寫成

$$\begin{aligned}\frac{d \ln n}{d \tau^k} &= \left(\frac{-\phi\delta}{\sigma + \gamma} \right) \left[\frac{\alpha(1 - \gamma)}{(1 - \alpha)\psi} + \frac{\gamma}{1 - \psi} \right] \\ &= \left(\frac{-\phi\delta}{\sigma + \gamma} \right) \left[\frac{\alpha(1 - \psi) + \gamma(\psi - \alpha)}{(1 - \alpha)\psi(1 - \psi)} \right].\end{aligned}$$

上式的正負方向取決於第二個括弧項的分子, 其中, 第一項 $\alpha(1 - \psi)$ 恆爲正值, 但第二項 $\gamma(\psi - \alpha)$ 爲負值, 因爲利用 $\phi = \alpha/(\rho + \delta)$,

$$\psi - \alpha = \frac{\alpha(1 - \tau^k)\delta}{\rho + \delta} - \alpha = \frac{-\alpha(\rho + \tau^k\delta)}{\rho + \delta} < 0.$$

我們在 18.3 節也見過此一不等式。顯然, 若 $\gamma(\alpha - \psi) < \alpha(1 - \psi)$ 或 $\gamma < \alpha(1 - \psi)/(\alpha - \psi) = \gamma^*$, 則 $d \ln n/d \tau^k < 0$, 即稅率 τ^k 上升會使恆定勞動下降, 但若 $\gamma = \gamma^*$, 則稅率上升對恆定勞動無影響, 而若 $\gamma > \gamma^*$, 則 τ^k 上升反而會導致恆定勞動上升! 綜合上述, 決定 τ^k 影響方向的關鍵因素是效用參數 γ ; 當 γ 小於臨界值 γ^* 時, τ^k 上升才會使恆定勞動下降。爲便於參考, 此一臨界值是 (不重要, 以下不會用到)

$$\gamma^* = \frac{\alpha(1 - \psi)}{\alpha - \psi} = \frac{\rho + [1 - \alpha(1 - \tau^k)]\delta}{\rho + \tau^k\delta} > 0.$$

以上結論有簡單的直觀解釋。

首先, 讓我們回到 18.3 節的圖 18.7(a)。如圖所示, 當 τ^k 上升時, 財富效果使勞動供給上升, 但工資率下降的替代效果使勞動供給下降, 故勞動的變化方向無法確定; 當替代效果大於財富效果時, 勞動才會下降。顯然, 影響勞動變化方向的因素是勞動供給的工資彈性。在本題的 CRRA 效用函數下, 消費者的最適選擇要求 $MRS = \theta c^\gamma n^\sigma = \tilde{w}$, 其中 $\tilde{w} = (1 - \tau^n)w$ 是稅後工資率。在恆定狀態下, 消費與勞動維持比例關係, 以上的一階條件可以表示成 $n^{\sigma+\gamma} \propto \tilde{w}$ 或 $\ln n \propto \ln \tilde{w}/(\sigma + \gamma)$ 。顯然, 參數 γ 的值越小, 則勞動供給的工資彈性越大, 表示工資變動的

替代效果也越大。本例中，當 γ 小於臨界值 γ^* 時，工資率下降的替代效果大於財富效果，故 τ^k 上升會使恆定勞動下降。

雖然 τ^k 上升對恆定勞動的影響不能確定，但恆定產出，消費，資本存量及工資率都下降，請自行補充。

3b 本題與題 1b 幾乎相同。首先，根據 (3b) 式，因為 τ^k 不變，資本勞動比 $\tilde{k} = k/n$ 與政策 τ^n 無關。據此，均衡條件 (3a)-(3c) 可分別寫為

$$u_l(c, 1-n) = u_c(c, 1-n)(1-\tau^n)w, \quad (3a)$$

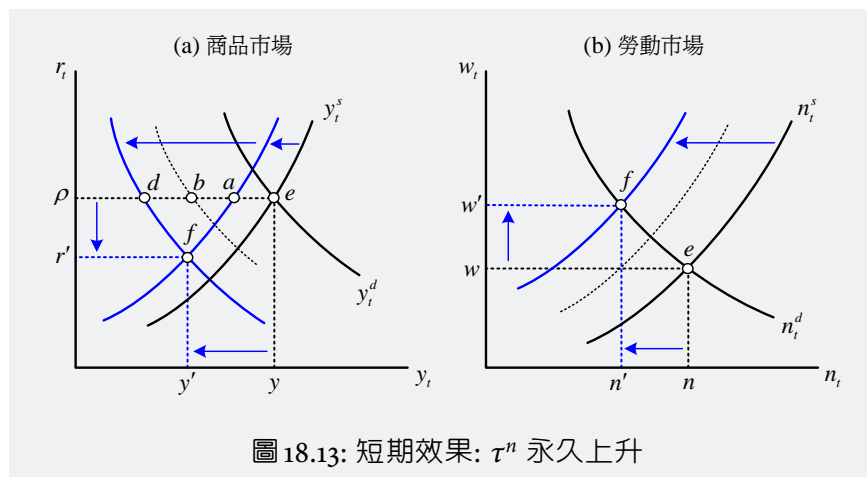
$$c = \phi n, \quad \phi = f(\tilde{k}) - \delta\tilde{k} > 0. \quad (3c)$$

對以上兩式全微分，可得 $dc = \phi dn$ 及 $\theta_1 dc + \theta_2 dn = -wu_c d\tau^n$ ，其中 $\theta_1, \theta_2 > 0$ (正常財條件)，聯立求解得到

$$\frac{dn}{d\tau^n} = \frac{-wu_c}{\phi\theta_1 + \theta_2} < 0, \quad \frac{dc}{d\tau^n} = \frac{-\phi wu_c}{\phi\theta_1 + \theta_2} < 0.$$

正如預期，稅率 τ^n 上升會使恆定勞動及消費下降，產出及資本存量也等比例下降。以上結論與 (a) 小題的特殊解一致。

3c 圖 18.13 中， e 點是原始均衡點，當 τ^n 上升時，勞動供給下降，導致商品供給曲線左移至 a 點位置。根據恆定狀態的分析， τ^n 永久上升會使消費者的恆常所得下降，導致消費需求下降。站在當下，因為資本存量還未向下調整，故恆常所得或消費需求的降幅必然大於當期所得的降幅 ea ，導致商品需求曲線左移至 b 點位置。最後，恆定勞動下降使 MPK 永久下降，故廠商的投資需求也下降，導致商品需求曲線再從 b 點左移至 d 點的最後位置。在原利率水準下，商品市場出現 ad 的超額供給，造成利率下降壓力。隨著利率下降，商品供給下降，而消費需求及投資需求上升，最後抵達新的均衡點 f 。

圖 18.13: 短期效果: τ^n 永久上升

比較前後均衡點，產出必然下降，因為 τ^n 上升使商品供需同步下降，利率也必然下降，因為 τ^n 上升使商品市場供過於求。理論上，均衡消費的變動不能確定，因為財富效果使消費需求下降，但利率下降使消費需求上升。正常情形下，財富效果通常較強，故均衡消費比較可能下降。最後，均衡投資必然下降，因為 MPK 下降使資源從商品市場流向債券市場，導致最後的投資量下降。

在勞動市場中，稅率 τ^n 上升不影響勞動需求，但替代效果使勞動供給曲線左移至虛線位置，而利率下降又使其繼續左移。在原均衡工資水準下，勞動市場供不應求，導致稅前工資率上升，而均衡勞動下降。衝擊反應函數請見題 4c 解答。

3d 本題運算較為複雜。令 $\tilde{k} = k/n$, $\tilde{c} = c/n$, $\tilde{y} = y/n$ 及實質工資率 $w = f(\tilde{k}) - \tilde{k}f'(\tilde{k})$ ，則均衡條件可寫成

$$u_l(c, 1 - n) = u_c(c, 1 - n)w, \quad (3a)$$

$$(1 - \tau^k)f'(\tilde{k}) = \rho + \delta, \quad (3b)$$

$$\tilde{c} = f(\tilde{k}) - \delta\tilde{k}. \quad (3c)$$

首先, 根據 (3b) 式, τ^k 變動對 \tilde{k} 及 $\tilde{y} = f(\tilde{k})$ 的影響分別是

$$\frac{d\tilde{k}}{d\tau^k} = \frac{f'(\tilde{k})}{(1-\tau^k)f''(\tilde{k})} < 0, \quad \frac{d\tilde{y}}{d\tau^k} = f'(\tilde{k})\frac{d\tilde{k}}{d\tau^k} < 0。$$

此外, 實質工資率 $w = f(\tilde{k}) - \tilde{k}f'(\tilde{k})$, 故

$$\frac{dw}{d\tau^k} = [-\tilde{k}f''(\tilde{k})]\frac{d\tilde{k}}{d\tau^k} < 0。$$

根據市場結清條件 (3c) 式,

$$\frac{d\tilde{c}}{d\tau^k} = \theta_1 \frac{d\tilde{k}}{d\tau^k} < 0, \quad \theta_1 = f'(\tilde{k}) - \delta > 0。 \quad (3d)$$

上式中, θ_1 必為正值, 因為根據 (3b) 式, $f'(\tilde{k}) = (\rho + \delta)/(1 - \tau^k) > \delta$ 。
最後, 對 (3a) 式全微分, 整理後可得 (請自行驗證)

$$\left[u_{cl} - \frac{u_l}{u_c} u_{cc} \right] \frac{dc}{d\tau^k} + \left[\frac{u_l}{u_c} u_{cl} - u_{ll} \right] \frac{dn}{d\tau^k} = u_c \frac{dw}{d\tau^k} = [-u_c \tilde{k} f''(\tilde{k})] \frac{d\tilde{k}}{d\tau^k}。$$

上式中, 左邊兩個括弧項均為正值 (正常財條件), 分別令為 θ_2 及 θ_3 ,
而右邊的括弧項亦為正值, 令為 θ_4 , 則上式可簡單的寫為

$$\theta_2 \frac{dc}{d\tau^k} + \theta_3 \frac{dn}{d\tau^k} = \theta_4 \frac{d\tilde{k}}{d\tau^k}, \quad \theta_2, \theta_3, \theta_4 > 0。 \quad (3e)$$

接下來, 我們要想辦法將左邊的 $dc/d\tau^k$ 或 $dn/d\tau^k$ 代掉。根據定義,
 $\ln \tilde{c} = \ln c - \ln n$, 全微分並移項整理, 可得

$$\frac{dn}{d\tau^k} = \frac{1}{\tilde{c}} \frac{dc}{d\tau^k} - \frac{n}{\tilde{c}} \frac{d\tilde{c}}{d\tau^k} = \frac{1}{\tilde{c}} \frac{dc}{d\tau^k} - \theta_1 \frac{n}{\tilde{c}} \frac{d\tilde{k}}{d\tau^k}。 \quad (3f)$$

第二個等式用到 (3d) 式。上式還可繼續化簡, 但就我們的目的而言,
這樣已經足夠。將上式代回 (3e) 式, 整理後可得

$$\frac{dc}{d\tau^k} = \left[\frac{\theta_4 \tilde{c} + \theta_1 \theta_3 n}{\theta_2 \tilde{c} + \theta_3} \right] \frac{d\tilde{k}}{d\tau^k} < 0。$$

將上式再代回 (3f) 式, 得到

$$\frac{dn}{d\tau^k} = \left[\frac{\theta_4 - \theta_1 \theta_2 n}{\theta_2 \tilde{c} + \theta_3} \right] \frac{d\tilde{k}}{d\tau^k} \begin{matrix} \geq \\ \leq \end{matrix} 0 \Leftrightarrow \theta_4 \begin{matrix} \leq \\ \geq \end{matrix} \theta_1 \theta_2 n。$$

根據定義, $\ln k = \ln \tilde{k} + \ln n$, 微分並利用 (3f) 式, 整理後可得

$$\begin{aligned} \frac{dk}{d\tau^k} &= n \frac{d\tilde{k}}{d\tau^k} + \tilde{k} \frac{dn}{d\tau^k} = n \frac{d\tilde{k}}{d\tau^k} + \frac{\tilde{k}}{\tilde{c}} \left[\frac{dc}{d\tau^k} - \theta_1 n \frac{d\tilde{k}}{d\tau^k} \right] \\ &= \frac{\tilde{k}}{\tilde{c}} \frac{dc}{d\tau^k} + \frac{n}{\tilde{c}} [\tilde{c} - \theta_1 \tilde{k}] \frac{d\tilde{k}}{d\tau^k}。 \end{aligned}$$

利用市場結清條件 $\tilde{c} = f(\tilde{k}) - \delta \tilde{k}$ 及 $\theta_1 = f'(\tilde{k}) - \delta$ (見 (3d) 式), 上式右邊的第二個括弧項剛好等於 MPL: $\tilde{c} - \theta_1 \tilde{k} = f(\tilde{k}) - \tilde{k} f'(\tilde{k}) = w > 0$, 故稅率 τ^k 變動對恆定資本存量的影響是

$$\frac{dk}{d\tau^k} = \frac{\tilde{k}}{\tilde{c}} \frac{dc}{d\tau^k} + \frac{wn}{\tilde{c}} \frac{d\tilde{k}}{d\tau^k} < 0。$$

最後, 根據市場均衡條件 $y = c + \delta k$,

$$\frac{dy}{d\tau^k} = \frac{dc}{d\tau^k} + \delta \frac{dk}{d\tau^k} < 0。$$

至此, 所有變數已全部解出, 除恆定勞動的變動方向不能確定外, τ^k 上升會使恆定消費, 資本存量, 產出及工資率下降。以上結論與 (a) 小題的特殊解一致, 背後直觀, 請參考本文及該題解答, 不再重複。

- 3e 圖18.14 中, 原始均衡落於 e 點, 當 τ^k 永久上升時, 消費者預期未來所得或恆定產出下降, 這會產生財富效果, 導致勞動供給上升而消費需求下降, 前者使商品供給曲線右移至 a 點位置, 而後者使商品需求曲線左移至 b 點位置。對廠商而言, 稅率 τ^k 永久上升使投資的稅後邊際報酬下降, 導致投資需求下降, 故商品需求曲線又會從 b 點繼續左移至 d 點位置。在原利率水準下, 商品市場出現 ad 的超額供給, 實質利率因之下降, 新的均衡落於 f 點。

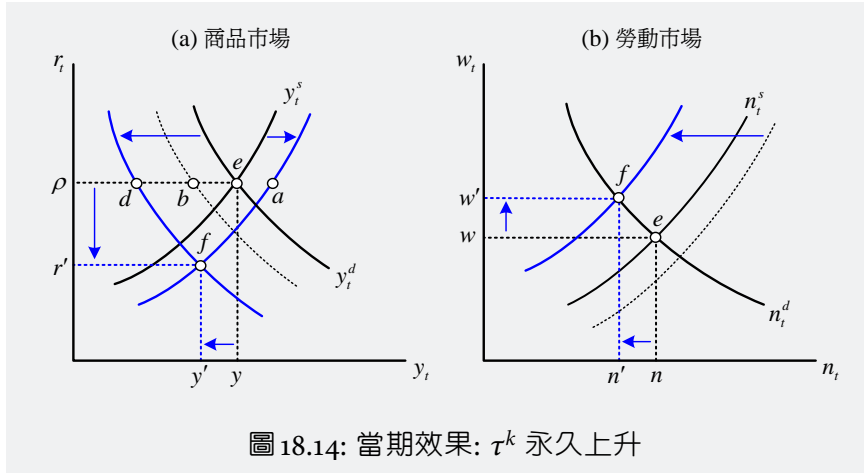


圖 18.14: 當期效果: τ^k 永久上升

我們也可從儲蓄的角度理解利率的變動。對消費者而言，資本所得稅上升猶如對未來消費課稅，站在當下，期初資本存量未變，故今天的所得一定比未來高，這會使消費者的儲蓄意願或對債券的需求上升，導致市場利率下降。理論上，產出的變動方向不能確定，因為商品供給上升而需求下降，但直觀上，資本所得稅上升對經濟社會最主要的影響是投資需求下降，故一般情形下，商品需求的降幅相對較大，導致均衡產出下降。同理，均衡投資也會下降。

影響消費的有兩股力量：財富效果使消費需求下降，而利率下降使消費需求上升，但正如前述，資本所得稅猶如對未來消費課稅，故家計單位會選擇在當下消費，導致均衡消費上升。綜合上述，稅率 τ^k 永久上升雖然使恆定消費下降，但短期下，產出會從被課稅的投資轉向消費，導致短期消費上升。以上的分析與第 14 章 14.5 節類似。

在勞動市場中，稅率 τ^k 上升不影響短期勞動需求，但財富效果使勞動供給曲線右移，而利率下降又使其左移至藍線位置，與勞動需求曲線交於 f 點，工資率上升，但勞動下降，與產出的變動一致。衝擊反應函數請見題 4d 解答。

3f 資本所得稅率短暫上升沒有財富效果，對廠商的投資需求也無影響，故總體均衡不變。

5a 首先計算勞動所得稅率 τ^n 。根據一階條件 $w = F_n(k, n) = (1 - \alpha)y/n$ ，勞動所得及廠商利潤分別是 $wn = (1 - \alpha)y$ 及 $\pi = \alpha y$ 。顯然，政府預算滿足 $g = \alpha\tau^k + (1 - \alpha)\tau^n$ 。給定 $\{g, \tau^k\}$ ，勞動所得稅率 τ^n 的解是

$$\tau^n = \frac{g - \alpha\tau^k}{1 - \alpha}。$$

假設 $g - \alpha\tau^k < 1 - \alpha$ 或 $g < 1 - \alpha(1 - \tau^k)$ ，否則 $\tau^n \geq 1$ ，失去分析意義。其他變數的求解步驟與 18.3 節相同。利用上式，並令 $\psi = (1 - \tau^k)\phi\delta$ 及 $\phi = \alpha/(\rho + \delta)$ ，則恆定勞動的最終解是（請自行驗證）

$$n = \frac{1 - g - \alpha(1 - \tau^k)}{(1 - g - \psi) + [1 - g - \alpha(1 - \tau^k)]}。$$

其他變數可輕易求出，分別是

$$y = [(1 - \tau^k)\phi]^{\alpha/(1-\alpha)} n$$

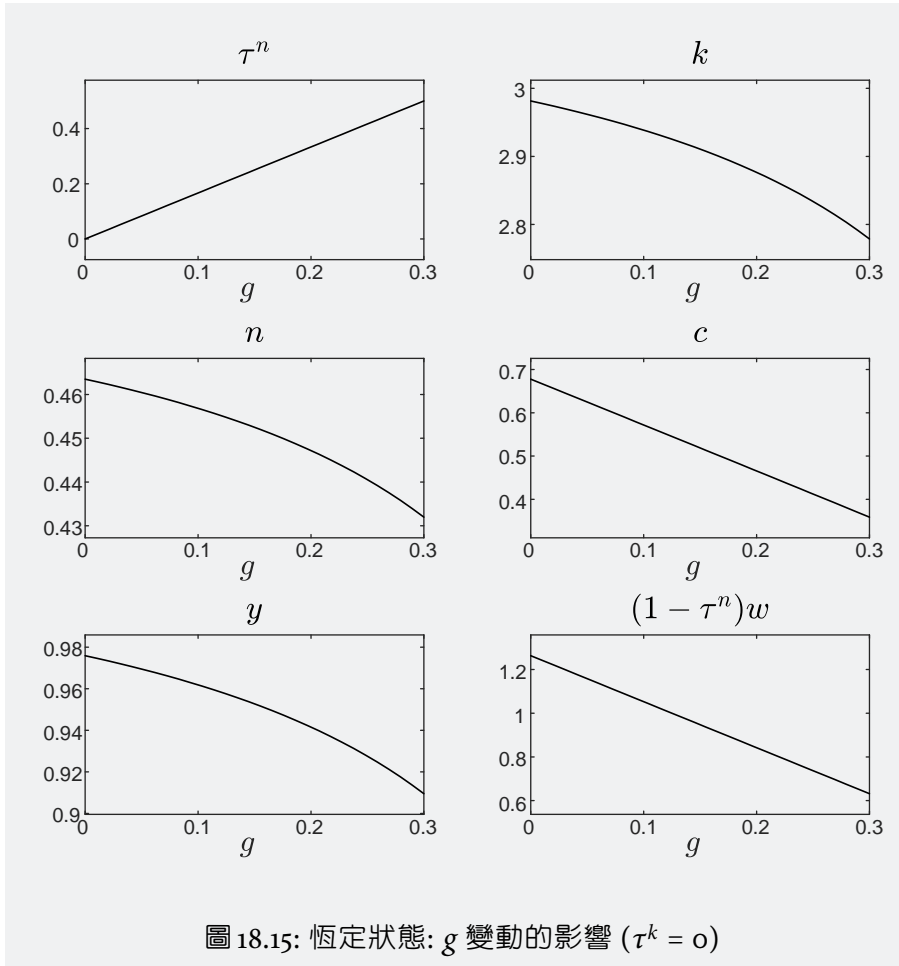
$$k = (1 - \tau^k)\phi y, \phi = \alpha/(\rho + \delta),$$

$$c = (1 - g - \psi)y, g + \psi \in (0, 1) \text{ [請自證]},$$

$$\tilde{w} = [1 - g - \alpha(1 - \tau^k)][(1 - \tau^k)\phi]^{\alpha/(1-\alpha)}。$$

提醒讀者，恆定解要表達成 $\{g, \tau^k\}$ 的函數才算完成。

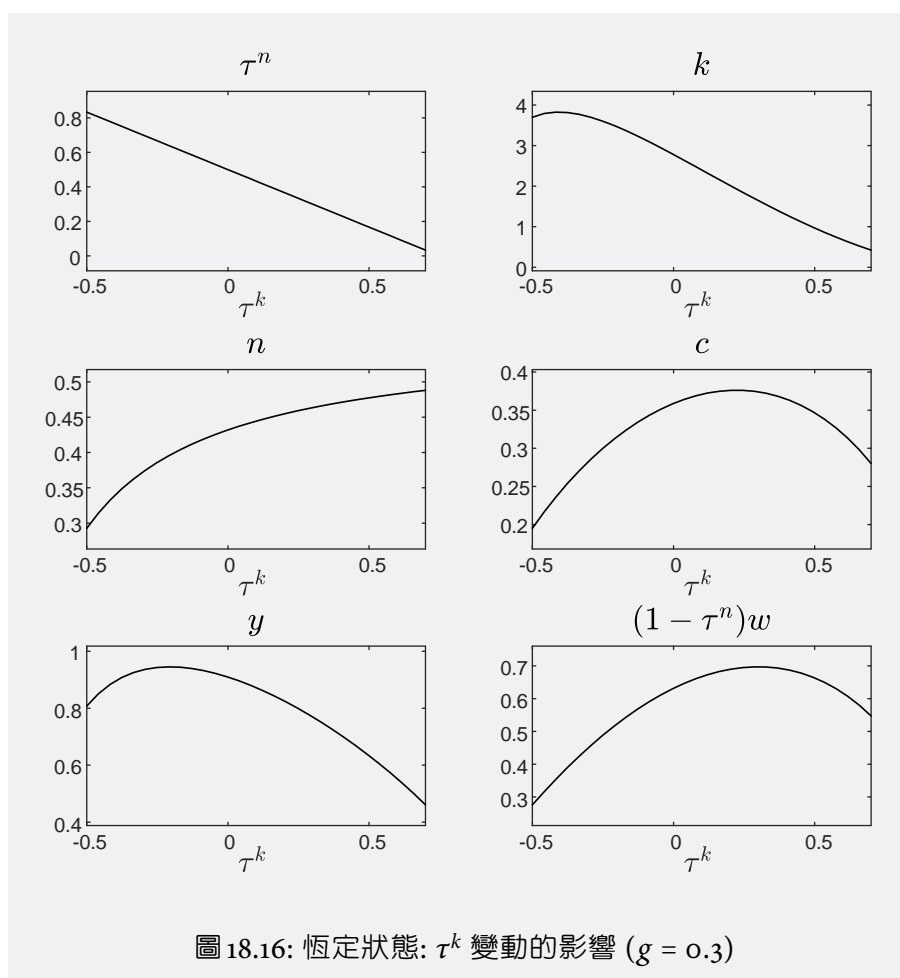
5b 圖 18.15 是 g 變動對恆定狀態的影響，與題 1a 的分析結論明顯不同，背後直觀不難理解。在題 1a 中，政府支出全部以定額稅融通，故 g 上升只會產生負向財富效果，導致恆定資本存量，勞動及產出上升，而消費下降。本題中，當 g 上升時，為平衡預算，勞動所得稅率 τ^n 也必須上升，因此除了財富效果外，還有替代效果。根據 18.3 節的分析，當 τ^n 永



久上升時, 替代效果使恆定資本存量, 勞動, 產出, 消費及稅後工資率都下降。綜合財富效果及替代效果, 消費必然下降, 但勞動的變動方向不能確定。顯然, 在本題的函數設定下, 替代效果大於財富效果, 導致勞動隨 $\{g, \tau^n\}$ 上升而下降, 而資本存量及產出也隨之下降。

5c 圖 18.16 是 τ^k 變動對恆定狀態的影響。如圖所示, 情形有些複雜, 但也不難理解。基本上, 當資本所得稅率 τ^k 上升時, 有兩股力量影響恆定狀態的改變。第一, 根據 18.3 節及題 3a 的分析, τ^k 上升會打擊廠商的

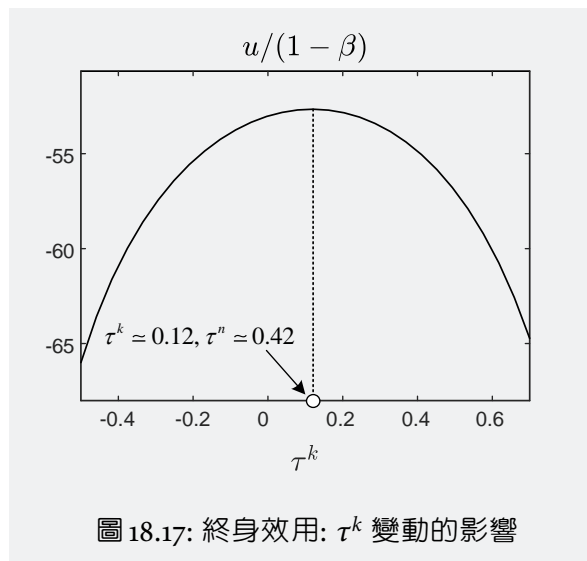
投資意願, 導致恆定資本存量, 產出, 消費及工資率下降, 但勞動的變動不能確定。在本題的函數設定下 (與 18.3 節相同), 工資率下降的替代效果大於財富效果, 故勞動下降。第二, 當 τ^k 上升時, 因為 g 不變,



為平衡預算, 勞動所得稅率 τ^n 必須下降, 這會產生替代效果, 使恆定資本存量, 勞動, 產出, 消費及稅後工資率上升。以上兩股力量方向相反, 但如圖所示, 當 τ^k 開始上升時, τ^n 下降的力量主導恆定狀態的改變, 導致一開始的勞動, 消費, 產出及稅後工資率上升, 而資本存量僅

微幅下降。隨著 τ^k 不斷上升，資本存量下降的力量開始顯現，導致消費，產出及稅後工資率下降，而恆定勞動的增幅也減緩。

5d 圖 18.17 畫出 τ^k 變動對消費者終身效用的影響。如圖所示，終身效用 $u(c, 1-n)/(1-\beta)$ 主要受消費變動的影響。當 τ^k 開始上升時，終身效



用隨消費而上升，當 $\tau^k \approx 0.12$ 及 $\tau^n \approx 0.42$ 時，達到最高點，其後則逐漸下降。根據 18.4 節的分析，最適資本所得稅率應該等於零，以上結論似乎與最適租稅模型的預測衝突。

其實，本題刻意誤導讀者，問了一個錯誤的問題。首先，在 Ramsey 課稅問題中，最適稅率除了要滿足市場均衡條件外，更要考慮政策的邊際社會成本及利益，即一階條件 (18.16) 式。本題完全沒有考慮此一條件，故兩個模型不能直接比較。其次，在 Ramsey 課稅問題中，政府支出水準固定不變，而本題的 g 雖然不變，但政府支出會隨產出而變動，與 Ramsey 模型的基本假設不合。

5e 本題的 g 不變，但政府支出 $G_t = gy_t$ 會隨產出而改變。仿照 18.4 節的

步驟, 政府預算限制可寫成

$$G_t = (1 - g)F(k_{t-1}, n_t) = \tilde{w}_t n_t + \tilde{r}_t^k k_{t-1}.$$

上式中, $\tilde{w}_t = (1 - \tau^n)w_t$ 及 $\tilde{r}_t^k = (1 - \tau^k)r_t^k$ 分別是勞動及資本的稅後價格。給定 $\{g, \tilde{w}_t, \tilde{r}_t^k\}$, Ramsey 課稅問題是

$$\begin{aligned} & \max_{\{c_t, n_t, k_t\}_{t=1}^{\infty}} \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} u(c_t, 1 - n_t) \\ \text{subject to } & c_t + [k_t - (1 - \delta)k_{t-1}] = (1 - g)F(k_{t-1}, n_t), \forall t, \\ & (1 - g)F(k_{t-1}, n_t) = \tilde{w}_t n_t + \tilde{r}_t^k k_{t-1}, \forall t, \\ & u_l(c_t, 1 - n_t) = u_c(c_t, 1 - n_t) \tilde{w}_t, \forall t, \\ & u_c(c_t, 1 - n_t) = \beta u_c(c_{t+1}, 1 - n_{t+1}) (1 + \tilde{r}_t^k - \delta), \forall t. \end{aligned}$$

令 λ_t 及 μ_t 分別是資源限制及政府預算限制的拉氏乘數, 則政府選擇資本存量的一階條件是 (請自行驗證)

$$\begin{aligned} \lambda_t &= \beta \lambda_{t+1} [(1 - g)F_k(k_t, n_{t+1}) + (1 - \delta)] + \\ & \quad \beta \mu_{t+1} [(1 - g)F_k(k_t, n_{t+1}) - \tilde{r}_{t+1}^k] \\ &= \beta \lambda_{t+1} [1 + (1 - g)r_{t+1}^k - \delta] + \beta \mu_{t+1} [(1 - g)r_{t+1}^k - \tilde{r}_{t+1}^k]. \end{aligned}$$

在恆定狀態下, 上式可寫成

$$\lambda = \beta \lambda [1 + (1 - g)r^k - \delta] + \beta \mu [(1 - g)r^k - \tilde{r}_t^k].$$

利用一階條件 $\beta(1 + \tilde{r}_t^k - \delta) = 1$, 上式化簡後可得 (請自行驗證)

$$\beta(\lambda + \mu)r^k(\tau^k - g) = 0.$$

顯然, 最適資本所得稅率是 $\tau^k = g$, 而利用政府預算限制, 最適勞動所得稅率也是 $\tau^n = g$ 。

7a Crusoe 的最適勞動與投資選擇與基準模型並無不同，一階必要條件分別是

$$v'(1 - n_t) = u'(c_t)F_n(k_{t-1}, n_t), \quad (7a)$$

$$u'(c_t) = \beta u'(c_{t+1}) [F_k(k_t, n_{t+1}) + (1 - \delta_k)]. \quad (7b)$$

最適國防選擇的一階條件與投資非常類似，假設 Crusoe 於 t 期減少一單位消費轉而製成一顆椰彈，則效用損失是 $u'(c_t)$ 。這一顆椰彈能為明天帶來 $h_x(x_t, z) > 0$ 的額外安全感，剩下的 $(1 - \delta_x)$ 可供消費，其效用價值是 $u'(c_{t+1})(1 - \delta_x)$ ，兩項加總即是椰彈的效用增益。最適選擇要求國防支出的效用成本等於效用增益，故一階條件是

$$u'(c_t) = \beta h_x(x_t, z) + \beta u'(c_{t+1})(1 - \delta_x)。$$

合併 (7b) 及上式，最適國防支出的一階條件也可寫成

$$\frac{h_x(x_t, z)}{u'(c_{t+1})} = F_k(k_t, n_{t+1}) + (\delta_x - \delta_k)。 \quad (7c)$$

上式左邊是椰彈 x_t 與消費 c_{t+1} 之間的 MRS，這是 Crusoe 為了自衛所願意放棄的消費量，即 Crusoe 針對國防安全的願付價格，右邊是製造椰彈的機會成本，包括因為製造椰彈而損失的未來產出 MPK_{t+1} 及椰彈與果種資本的折舊差異 $(\delta_x - \delta_k)$ 。

7b 直觀上，當外敵威脅 z 上升時，椰彈 x 帶來的邊際效用也較高（因為 $h_{xz} > 0$ ），因此 Crusoe 會增加國防支出，累積武器存量。為了分配更多的資源在自衛上，Crusoe 必須「勒緊褲帶，減少消費」，同時「努力勞動，增加產出」。長期下，勞動上升使 MPK 上升，故資本存量及產出也上升。以下要利用數學驗證以上的直觀臆測，過程與前面幾題類似，但運算較為複雜。

全面均衡要求 (7a)-(7c) 三式及資源限制式同時滿足。首先, 在恆定狀態下, (7b) 式可寫成 $F_k(k, n) = f'(\tilde{k}) = \rho + \delta_k$ 。顯然, 資本勞動比 $\tilde{k} = k/n$ 為一定值, 與外生變數 z 無關, 而 $F_n(k, n) = f(\tilde{k}) - \tilde{k}f'(\tilde{k})$ 也與 z 無關, 故 (7a) 式可寫成 $v'(1-n) = u'(c)w$, 其中 $w = f(\tilde{k}) - \tilde{k}f'(\tilde{k})$ 。此外, 利用 $F_k(k, n) = \rho + \delta_k$, (7c) 式可寫成 $h_x(x, z) = u'(c)(\rho + \delta_x)$ 。最後, 資源限制滿足 $c + \delta_k k + \delta_x x = F(k, n) = nf(\tilde{k})$, 移項後亦可寫成 $c + \delta_x x = \phi n$, 其中, $\phi = f(\tilde{k}) - \delta_k \tilde{k} > 0$, 也與外生變數 z 無關。綜合上述, 均衡條件重寫於下:

$$v'(1-n) = u'(c)w, \quad (7a)$$

$$h_x(x, z) = u'(c)(\rho + \delta_x), \quad (7c)$$

$$c + \delta_x x = \phi n. \quad (7d)$$

給定外生變數 z , 以上三式共可決定 $\{c, n, x\}$ 等三個變數的恆定狀態。我們的分析目的是推導 z 變動對恆定狀態的影響。對以上聯立體系全微分並以矩陣表達可得 (請自行驗證)

$$\begin{bmatrix} -wu'' & -v'' & 0 \\ (\rho + \delta_x)u'' & 0 & -h_{xx} \\ 1 & -\phi & \delta_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dc \\ dn \\ dx \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ h_{xz} \\ 0 \end{bmatrix} dz,$$

利用 Cramer's Rule, $\{dc, dn, dx\}$ 的解是 (略去無關的項目不寫)

$$\begin{bmatrix} dc \\ dn \\ dx \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} \cdots & v''\delta_x & \cdots \\ \cdots & -wu''\delta_x & \cdots \\ \cdots & -(wu''\phi + v'') & \cdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ h_{xz} \\ 0 \end{bmatrix} dz,$$

其中, $\Delta = (v'' + wu''\phi)h_{xx} + (\rho + \delta_x)u''v''\delta_x > 0$ (利用 $u'', v'', h_{xx} < 0$)。

根據上式, z 變動對 $\{c, n, x\}$ 的影響分別是 (利用 $h_{xz} > 0$)

$$\begin{aligned}\frac{dc}{dz} &= v'' \delta_x h_{xz} / \Delta < 0, \\ \frac{dn}{dz} &= -wu'' \delta_x h_{xz} / \Delta > 0, \\ \frac{dx}{dz} &= -(wu'' \phi + v'') h_{xz} / \Delta > 0.\end{aligned}$$

最後, 因為 $\tilde{k} = k/n$ 恆為定值, 故資本存量必然與勞動同方向比例變動, 即 $dk/dz > 0$ 。顯然, 產出也會與 z 同向變動, 即 $dy/dz > 0$ 。

總結以上分析, 外敵威脅上升導致 Crusoe 對自衛的需求更為殷切, 為了滿足國防需求, Crusoe 必須「勒緊褲帶, 努力生產」。長期下, 消費下降, 而勞動, 產出, 資本存量及武器存量都上升。

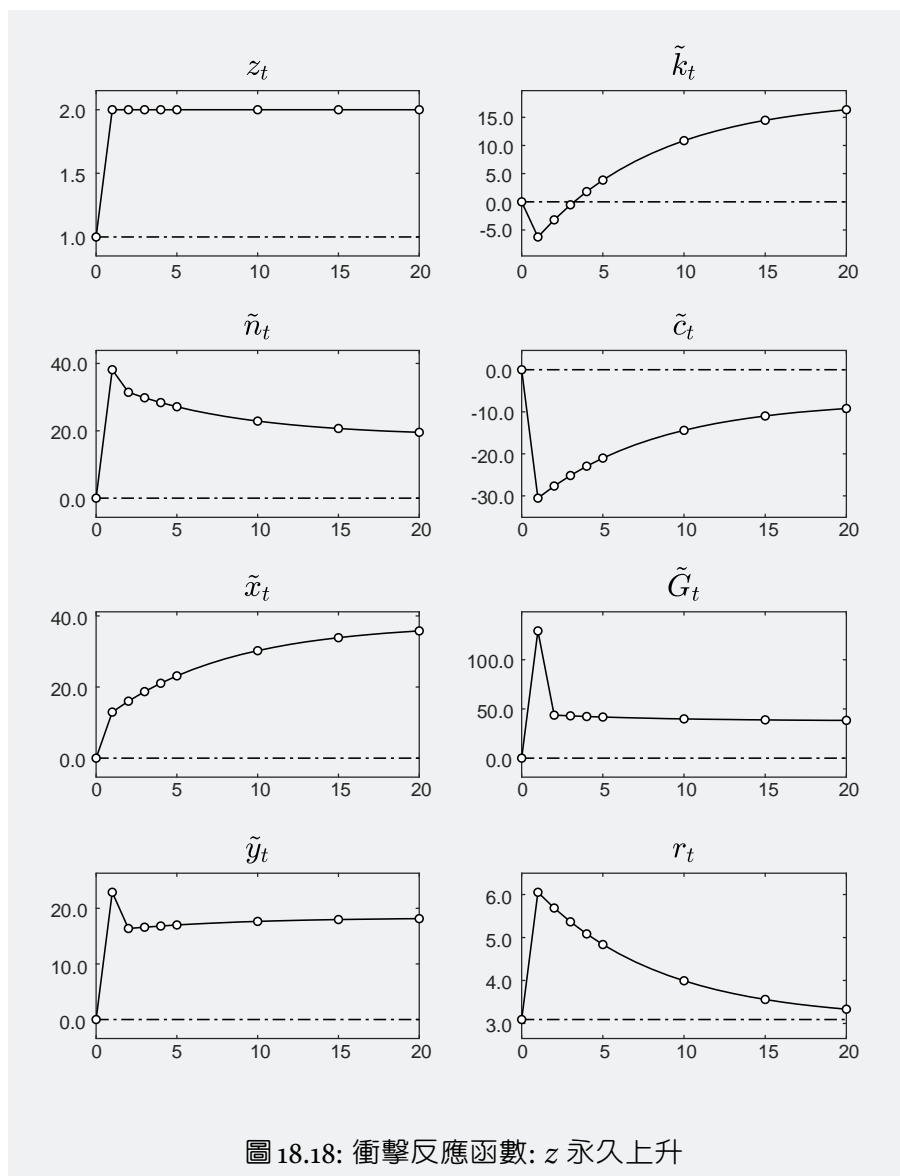
7c 表 18.1 列示恆定狀態的數值解。首先, 當 z 上升時, 除消費下降外, 其他變數均上升, 與上題的分析結論一致。其次, 當效用參數 $\psi = 2$ 時,

表 18.1: 恆定解

	x	k	n	c	y	G/y
$z = 1$	2.378	1.840	0.286	0.180	0.602	0.395
$z = 2$	3.277	2.177	0.338	0.167	0.713	0.460
$\psi = 1$	2.378	1.840	0.286	0.180	0.602	0.395
$\psi = 2$	3.503	2.262	0.352	0.164	0.740	0.473

消費下降, 其他變數都上升, 其中道理不難理解。直觀上, Crusoe 對自衛的需求取決於 x 的邊際效用。在本題的效用函數下, $h_x = \psi/(x-z)$ 及 $h_{xz} = \psi/(x-z)^2$ 。當 ψ 上升時, h_x 及 h_{xz} 都上升, 這表示 Crusoe 對自衛更為殷切, 故消費下降, 而生產活動及 G/y 比例都上升。

7d 圖 18.18 畫出 z 永久上升的衝擊反應函數。依循慣例, 經濟社會從恆定狀態開始, 土人的原始武器存量是 $z = 1$ 。當 z 永久增為 $z = 2$ 時,

圖 18.18: 衝擊反應函數: z 永久上升

當期的國防支出立即上升。為了滿足此一自衛需求，經濟社會必須減少消費，同時努力勞動，但短期下，因為期初資本存量不變，產出的增加仍然無法滿足國防需求，這表示商品供不應求，影子利率因而上升。正因為利率上升了，消費會進一步下降，而投資及期末資本存量也下

降。簡言之，當外敵威脅上升時，短期下，為了滿足國防需求及累積武器存量，不但消費下降，投資支出也必須下降。

在過渡期間，隨著利率下降，消費，勞動，資本存量及武器存量逐漸收斂至最後的恆定狀態。長期下，消費低於原始恆定水準，而產出，勞動，資本存量及武器存量均高於原始恆定水準。

- 8a 利用一階條件 $F_n(k, n) = (1 - \alpha)k^\alpha n^{-\alpha} = w$ ，移項整理並令 $k = 1$ ，勞動需求函數是

$$n^d = \left(\frac{1 - \alpha}{w} \right)^{1/\alpha}。$$

圖 18.19 在 $w \in [0.5, 1.5]$ 區間畫出對應的勞動需求曲線。

- 8b 圖 18.19 分別畫出 $\phi = 1.67$ 及 $\phi = 0.33$ 時的勞動需求函數。正如本文

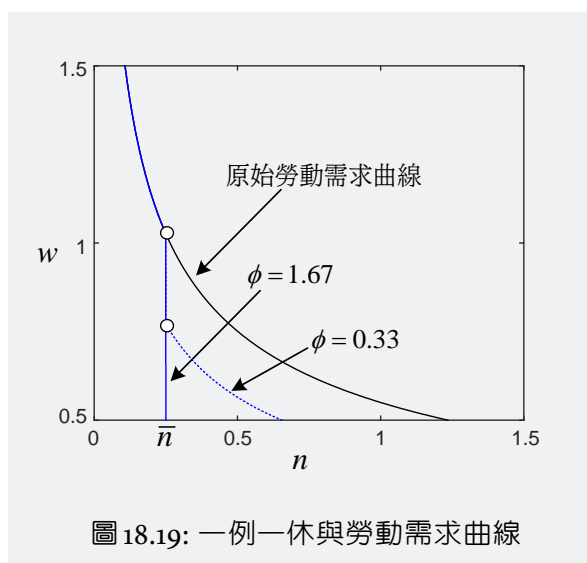


圖 18.19: 一例一休與勞動需求曲線

所述，當 $\phi = 1.67$ 時，因為加班費實在太高了，勞動需求曲線在法定工時 \bar{n} 變成垂直線，工資彈性趨近零。若 $\phi = 0.33$ ，則勞動需求仍然下降，但情形較為緩和。

第 18 章

2a 表 18.2 是恆定狀態的數值解。

表 18.2: 恆定解

	k	n	c	i	y	r	w
恆定解	1.584	0.246	0.256	0.158	0.519	0.031	1.263

2b 本題的 $\rho_g = 0.1$, 故政府消費變動的持續時間極為短暫, 表 18.3 列示對應的策略函數。根據計算結果, 當 ϵ_t 上升時, 除勞動, 產出及實質利率

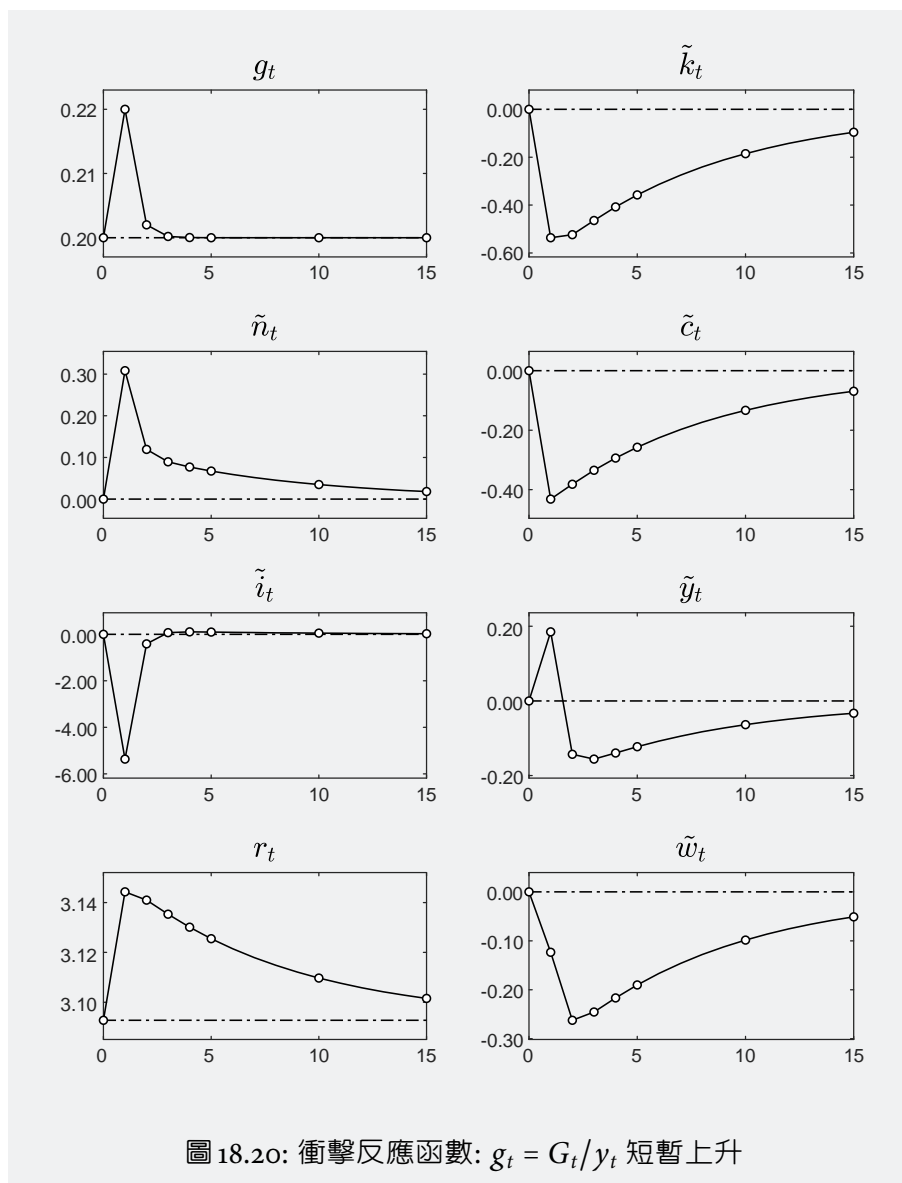
表 18.3: 策略函數: $\rho_g = 0.1$

	\tilde{k}_t	\tilde{n}_t	\tilde{c}_t	\tilde{i}_t	\tilde{y}_t	r_t	\tilde{w}_t
\tilde{k}_{t-1}	0.877	-0.165	0.631	-0.233	0.301	-0.080	0.466
g_{t-1}	-0.027	0.015	-0.022	-0.268	0.009	0.003	-0.006
ϵ_t	-0.268	0.154	-0.216	-2.682	0.092	0.026	-0.062

上升外, 其餘變數都下降。以上結果與 18.1 節的分析一致。請注意, 政府消費短暫上升對投資的排擠效果特別明顯。如表所示, g_t 上升一個百分點會使投資下降將近 2.7%, 而消費僅下降 0.22%。

2c 圖 18.20 畫出 g_t 上升兩個百分點的衝擊反應函數, 結果與 18.1 節的分析相符, 細節請參考本文, 不再重複。

2d 本題的 $\rho_g = 0.9999$, 故政府消費變動幾乎是永久的, 表 18.4 列示對應的策略函數。根據計算結果, 當 ϵ_t 上升時, 除消費及實質工資率下降外, 其餘變數都上升。以上結果與 18.2 節的分析一致, 細節請參考本文, 不再重複。



2e 圖 18.21 畫出 g_t 上升兩個百分點的衝擊反應函數, 結果與 18.2 節的分析相符, 細節請參考本文, 不再重複。

4a 表 18.5 是恆定狀態的數值解。

表 18.4: 策略函數: $\rho_g = 0.9999$

	\tilde{k}_t	\tilde{n}_t	\tilde{c}_t	\tilde{i}_t	\tilde{y}_t	r_t	\tilde{w}_t
\tilde{k}_{t-1}	0.877	-0.165	0.631	-0.233	0.301	-0.080	0.466
g_{t-1}	0.124	1.177	-1.648	1.244	0.706	0.081	-0.471
ϵ_t	0.124	1.177	-1.648	1.244	0.706	0.081	-0.471

表 18.5: 恆定解

	k	n	c	i	y	r	w
恆定解	0.580	0.163	0.213	0.058	0.271	0.031	0.996

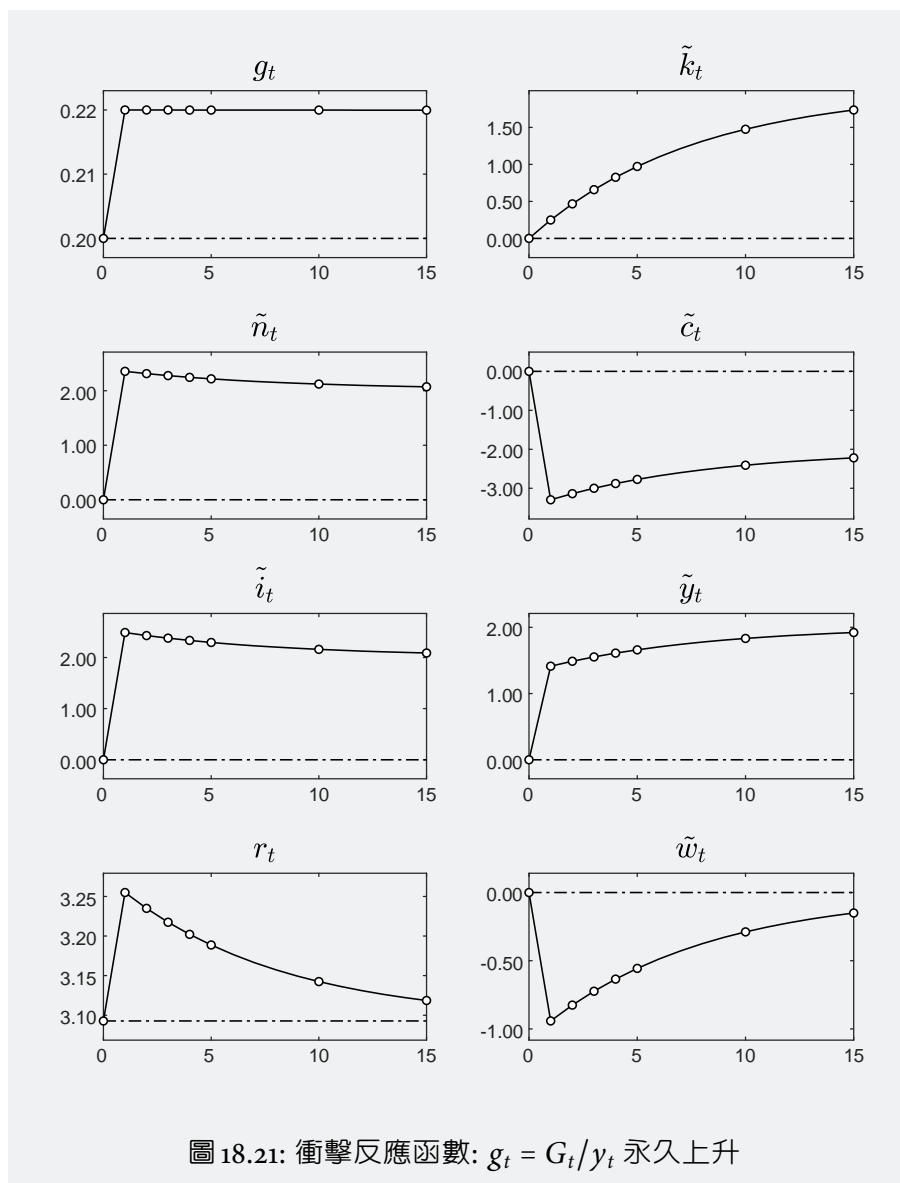
4b 表 18.6 列示稅率永久變動的策略函數。如表所示, 勞動所得稅率 τ^n 上升會使當期稅前工資率上升, 其他變數都下降, 而資本所得稅率 τ^k

表 18.6: 策略函數: τ^k 及 τ^n 永久變動

	\tilde{k}_t	\tilde{n}_t	\tilde{c}_t	\tilde{i}_t	\tilde{y}_t	r_t	\tilde{w}_t
\tilde{k}_{t-1}	0.865	-0.095	0.533	-0.354	0.343	-0.074	0.438
τ^k	-0.349	-0.438	0.614	-3.487	-0.263	-0.191	0.175
τ^n	-0.097	-0.782	-0.334	-0.967	-0.469	-0.053	0.313

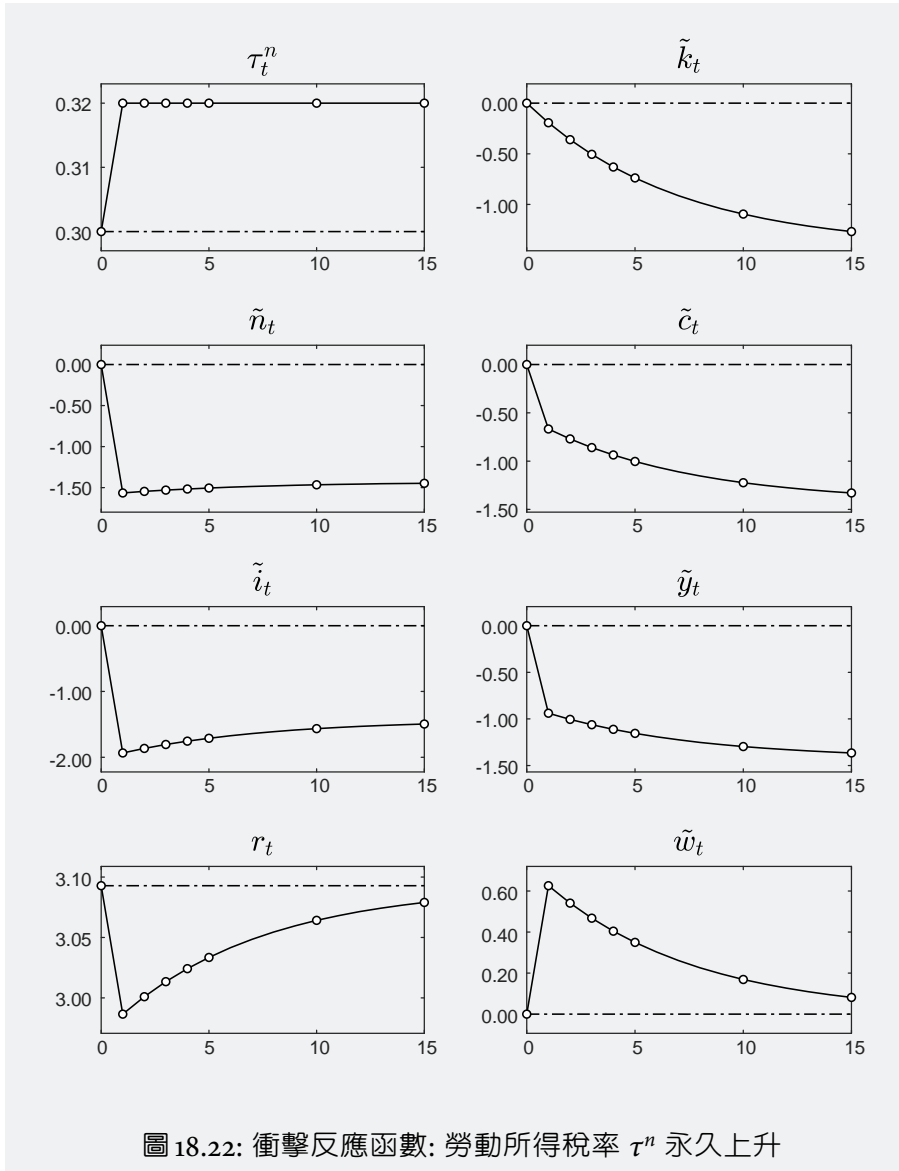
上升會使當期消費及工資率上升, 其他變數都下降。以上結果與題 3c 及 3e 的分析一致, 細節請參考該題解答。

4c 圖 18.22 是 τ^n 自 0.3 永久上升至 0.32 的衝擊反應函數。根據題 3c 的分析, τ^n 永久上升會使當期稅前工資率上升, 而消費, 投資, 勞動, 產出及實質利率下降。衝擊過後, 資本存量開始下降, 這是引導整體經濟動態調整的主要力量。在過渡期間, 隨著資本存量下降, 商品 (投資) 需



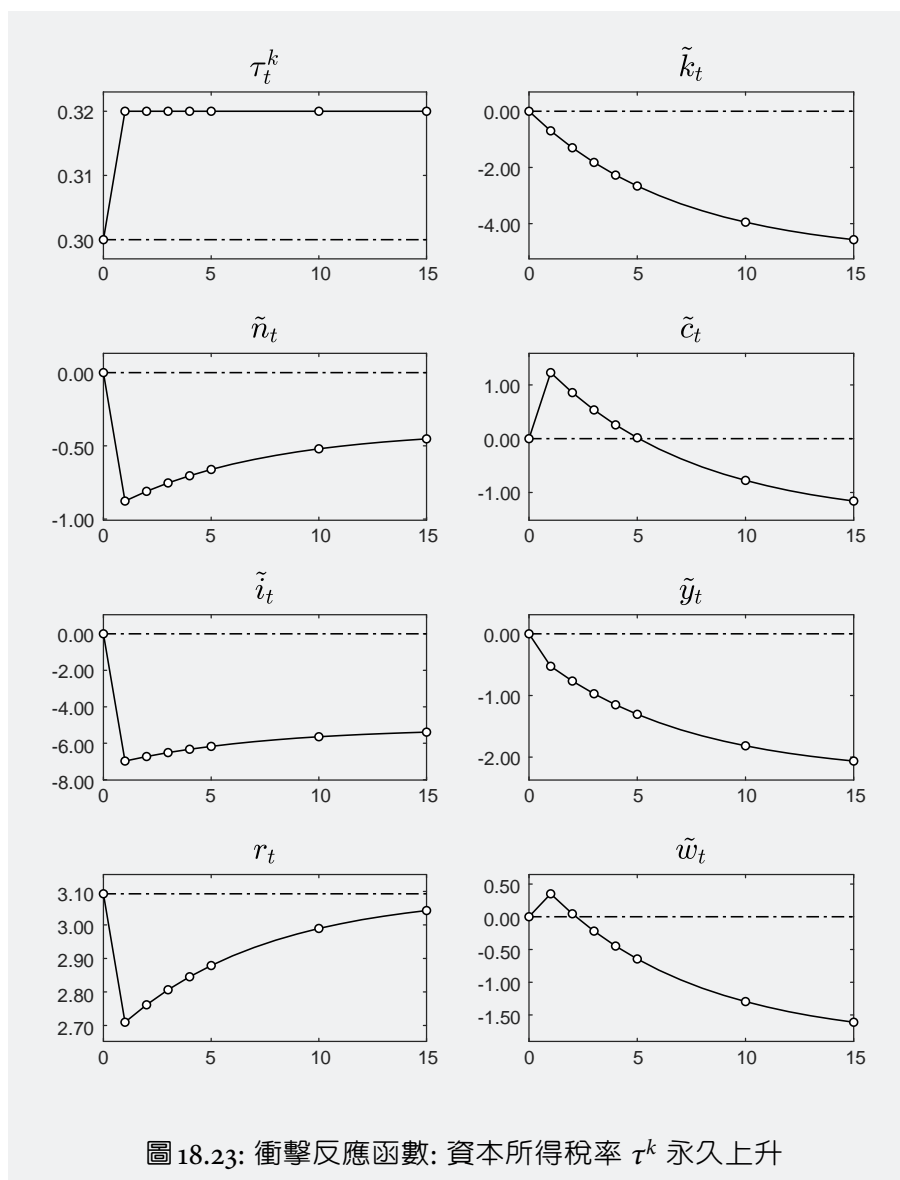
求上升而商品供給下降, 市場出現超額需求, 導致利率從低點開始回升, 透過跨期替代效果, 消費隨時間遞減至最後的恆定狀態。

勞動的時間軌跡受兩股力量影響: 利率上升的跨期替代效果使勞動供給上升, 而資本存量下降使勞動需求下降。這兩股力量約略抵銷, 故如



圖所示, 衝擊過後的勞動已經非常接近最後的恆定狀態了。此外, 隨著資本存量下降, 實質產出及稅前工資率也逐漸下降, 直到收斂到最後的恆定狀態。請注意, 在一階齊次的生產函數下, 稅前工資率會回到原始恆定狀態。

4d 圖 18.23 是 τ^k 自 0.3 永久上升至 0.32 的衝擊反應函數。根據題 3e 的分析, 當 τ^k 上升時, 當期投資, 勞動, 產出及實質利率下降, 但消費及工資



率上升。正如前述, 此一政策干擾使長期消費下降, 但短期下, 產出從投資流向消費, 導致短期消費上升。明天過後, 資本存量逐漸下降, 邊

際生產力及對應的實質利率隨之上升。從市場供需的角度看, 資本存量下降導致商品供給下降而投資需求上升, 市場存在超額需求, 利率因之上升。隨著利率上升, 跨期替代效果使消費下降而勞動上升, 直到最後的恆定狀態。

根據前面的分析 (見 18.3 節及題 3a), 稅率 τ^k 變動對恆定勞動的影響取決於效用參數 γ ; 當 γ 相對較小時, 勞動供給的工資彈性較大, 此時 τ^k 上升會使恆定勞動下降。本例的 $\gamma = 1$ 小於臨界值 $\gamma^* \cong 1.69$ (見題 3a 解答), 故勞動收斂到較低水準。

- 6a** 首先, 最適勞動選擇的一階條件仍然是 $F_n(k_{t-1}, n_t) = w_t$ 。其次, 廠商若於 t 期增加一單位投資, 則邊際成本是 $(1 - \phi)$, 次期的投資報酬包括 $F_k(k_t, n_{t+1})$ 及新增資本存量的市場價值 $(1 - \phi)$ 。最適選擇要求投資的邊際成本等於折現邊際報酬, 故一階條件是

$$1 - \phi = \frac{F_k(k_t, n_{t+1}) + (1 - \phi)}{1 + r_t},$$

移項整理後亦可寫成

$$F_k(k_t, n_{t+1}) = (1 - \phi)r_t。$$

根據上式, 若租稅扣抵率 ϕ 上升, 則期待資本存量上升, 效果與資本所得稅率 τ^k 下降相同。

- 6b** 在恆定狀態下, 均衡條件滿足以下三式 (本題的 $\delta = 0$):

$$\frac{u_l(c, 1 - n)}{u_c(c, 1 - n)} = F_n(k, n) \Rightarrow \frac{c}{1 - n} = \frac{(1 - \alpha)y}{n}, \quad (6a)$$

$$F_k(k, n) = (1 - \phi)\rho \Rightarrow \frac{\alpha y}{k} = (1 - \phi)\rho, \quad (6b)$$

$$c = y = F(k, n) \Rightarrow c = y。 \quad (6c)$$

因為 $\delta = 0$, 本題的運算非常簡單。首先, 根據 (6c) 式, 恆定消費等於產出, 代入 (6a) 式, 整理後可得恆定勞動的最終解是

$$n = \frac{1 - \alpha}{2 - \alpha}。$$

其次, 利用 (6b) 式及生產函數, 資本存量與產出 (消費) 分別滿足

$$k = \left[\frac{\alpha}{(1 - \phi)\rho} \right] y, \quad c = y = \left[\frac{\alpha}{(1 - \phi)\rho} \right]^{\alpha/(1-\alpha)} n。$$

利用 $w = F(k, n) = (1 - \alpha)y/n$, 實質工資率的解是

$$w = (1 - \alpha) \left[\frac{\alpha}{(1 - \phi)\rho} \right]^{\alpha/(1-\alpha)}。$$

觀察以上各式, 恆定勞動與投資扣抵 ϕ 無關, 故 ϕ 上升對長期勞動水準沒有影響, 但恆定產出, 消費, 資本存量及工資率都上升。

以上結果不難解釋。租稅扣抵降低廠商投資的機會成本, 導致恆定資本存量及產出上升。對消費者而言, 所得永久上升的財富效果使勞動供給下降, 而資本存量上升使廠商的勞動需求也上升, 故工資率必然上升, 但勞動的變動方向不能確定。本例中, 勞動供需的反向變動剛好抵銷, 故均衡勞動不變。從勞動供給的角度觀之, 財富效果與工資率上升的替代效果剛好抵銷, 故均衡勞動不受影響。針對以上分析, 讀者請仿照圖 18.7 自行補充。

- 6c** 當 $\delta > 0$ 時, 恆定解與 18.3 節的實例非常類似, 請自行補充。此時, 工資率上升的替代效果大於所得永久上升的財富效果, 導致恆定勞動上升, 而產出, 消費, 資本存量及實質工資率也上升。事實上, 根據 18.3 節的分析, 投資扣抵上升 (即稅率 τ^k 下降) 對恆定勞動的影響不能確定, 最後結果取決於勞動供給的工資彈性; 若工資彈性小, 則財富效果會大於工資率上升的替代效果, 導致恆定勞動下降。細節請參考本文及第 3 題解答, 不再重複。

6d 圖18.24 畫出 ϕ 永久上升的衝擊反應函數。直觀上, 投資扣抵等同資本所得稅率 τ^k 下降, 故動態效果與圖18.23 剛好相反。相關分析請見 3e 及 4d 兩題解答, 不再重複。

