# 17 實質循環模型

我們花了相當篇幅徜徉於 Ramsey 的世界, 讀者或許已能感受到此一模型的威力。就像八爪章魚, 這是一個「侵略性」極強的理論模型, 不但可用之分析資本累積, 景氣波動及經濟成長等傳統總體課題, 它的觸角還可伸向污染外部性, 最適租稅, 年金財源, 資產定價, 國防支出, 甚至軍備競賽及以後會納入討論的貨幣政策等重要而有趣的問題。事實上, 幾乎所有動態經濟學關心的問題, Ramsey 模型都不缺席。因此, 我們說這是當代總體理論最重要的入門模型, 並非無的放矢。

然而, Ramsey 模型有其侷限, 任何涉及就業或勞動選擇的問題都無法在此一理論世界中分析。事實上, 正因爲勞動供給是外生給定的, 各期產出是一個前定變數, 因此 Ramsey 模型挪移跨期資源的機制並不完整。例如, 面對短暫生產衝擊, 整體經濟及個別成員透過儲蓄能夠改變未來的產出和消費, 但面對未來衝擊, 雖然個別消費者及廠商能夠調整今天的選擇, 但整體經濟卻不能, 因爲今天的產出已經給定了。面對未來的苦日子, 阿達努力儲蓄, 他多麼期待今天的產出能夠增加, 如此便不必那麼辛苦地「勒緊褲帶」了, 但這種可能性在 Ramsey 模型中不存在。簡言之, Ramsey 模型挪移跨期資源的能力是單向的, 預期未來干擾無法影響今天的總體產出, 而個別消費者及廠商的選擇空間也因之受限。

本章要將跨期勞動選擇納入 Ramsey 的世界, 不但廠商可以累積資本, 消費者也可以選擇今天工作或未來工作。這是讓 Ramsey 模型更爲完整的關鍵拼圖, 就業及產出波動等景氣循環現象自此有了更爲細緻的討論空間。此一理論從 1980 年代開始發展, 直到今天仍是研究景氣波動的基本模型, 文獻中稱爲**實質循環模型** (Real Business Cycle Model, 簡稱 **RBC 模型**)。此一冠名來自學者 John Long 及 Charles Plosser 於 1983 年發表的一篇論文, 其用意是強調生產衝擊及政府財政政策等實質干擾是影響景氣波動的主要因素。當時的理性預期貨幣學派及凱因斯學派從貨幣面分析景氣循環的成因及後果, RBC 學者認爲貨幣政策即使有實質效果, 但效果不顯著, 而且影響方向難以確定。時至今日, 實質模型與名目模型的界線已經逐漸模糊, 讀者不必在意這些理論爭辯。

學術文獻大多從集權式經濟的角度切入 RBC 模型, 由於模型外觀及數學運算較爲醜陋, 初學者經常對之望而生畏。其實, RBC 模型一點都不可怕, 讀者不要自己嚇自己, 輕易就繳械投降。事實上, RBC 模型的所有組成元素已然藏在前面幾章的討論中, 我們只要將這些元素再加組合, 即可輕鬆進入 RBC 的理論世界。

## 17.1 模型經濟

除勞動供給外, RBC 模型考慮的經濟世界與 Ramsey 模型並無不同 (見第 13 章圖 13.1), 模型中包括政府及衆多同質的消費者及廠商, 這些成員在三個完全競爭的市場中交易, 包括勞動市場, 商品市場及借貸市場。關於消費者的跨期勞動選擇, 上冊第 12 章已經介紹過這樣的動態選擇問題, 爲方便參考, 我們再爲讀者複習主要結論。

### 消費者的跨期選擇

站在任何 $t$ 期, 消費者的所得除股利所得 $d_t$ 及利息所得 $r_{t-1}b_{t-1}$ 外, 還包

括工作 $n_t$ 小時的勞動所得 $w_t n_t$, 扣掉定額稅淨額 $T_t$ 後, 可支配所得可用於消費 $c_t$ 及儲蓄 $(b_t - b_{t-1})$。令 $a_t = d_t - T_t$ 表示外生非勞動所得, 則各期預算限制可寫成

$$c_t + b_t = a_t + w_t n_t + (1 + r_{t-1}) b_{t-1},\ \forall t。$$

除以上預算限制外, 消費者也面對 $l_t + n_t = 1$ 的時間限制, 其中 $l_t$ 是休閒時間。令 $q_t$ 表示 $t$ 期折現價格, 則消費者的終身預算限制滿足 (假設起始債券餘額 $b_0 = 0$)

$$\sum_{t=1}^{\infty} q_t c_t = \sum_{t=1}^{\infty} q_t (a_t + w_t n_t) = x。$$

上式隱含消費者不能倒債, 也不會累積過多的資產, 因此終身財富 $x$ 會在無窮的生命期間消費殆盡。與 Ramsey 模型比較, 此處的終身財富是非勞動所得及工資所得的折現總值, 對消費者而言, 這是內生變數, 因爲他可以決定勞動供給。根據時間限制, 各期勞動是 $n_t = 1 - l_t$, 代入上式, 則消費者的終身預算限制也可表示成

$$\sum_{t=1}^{\infty} q_t (c_t + w_t l_t) = \sum_{t=1}^{\infty} q_t (a_t + w_t) = \overline{x}。$$

上式表示: 消費者會將外生的**完全財富** $\overline{x}$ 在無窮的生命期間耗盡, 包括購買商品 $c_t$ 及休閒時間 $w_t l_t$。讀者應還記得, 實質工資率既是勞動的邊際報酬, 也是休閒的商品價格或機會成本。

消費者的效用受消費及休閒影響, 寫成 $u(c_t, l_t)$。依循往例, 我們假設 $u_c, u_l > 0$, $u_{cc}, u_{ll} < 0$, 且消費及休閒同爲正常財。面對各期市場利率 $r_t$, 實質工資率 $w_t$ 及非勞動所得 $a_t$, 代表性消費者的跨期選擇問題是

$$\begin{aligned} \max_{\{c_t, b_t, n_t\}_{t=1}^{\infty}} \quad & \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} u(c_t, 1 - n_t) \\ \text{subject to} \quad & c_t + b_t = a_t + w_t n_t + (1 + r_{t-1}) b_{t-1},\ \forall t。 \end{aligned}$$

此一選擇問題的最適邊際條件可從兩個角度思考。首先, 站在任何 $t$ 期, 消費者面臨消費與休閒之間的取捨。假設消費者增加一單位工作時間, 則當期的效用損失是 $u_l(c_t, l_t)$, 這是勞動的邊際成本。根據預算限制, 一單位工作時間可以賺取 $w_t$ 的工資所得, 若當期即用以購買商品, 則效用增量是 $u_c(c_t, l_t)w_t$, 這是勞動的邊際利益。效用極大要求勞動的邊際利益等於邊際成本, 故一階必要條件是

$$u_l(c_t, l_t) = u_c(c_t, l_t)w_t。 \tag{17.1}$$

這是「今天休閒」與「今天消費」之間的取捨, 讀者應該不陌生 (見上冊第 5, 12 兩章)。今天的勞動所得當然不必當下即消費完畢, 消費者可以購買債券等到明天再消費。根據預算限制, 今天一單位工作時間可以換得明天 $w_t(1 + r_t)$ 的消費, 因此以下條件也要滿足,

$$u_l(c_t, l_t) = \beta u_c(c_{t+1}, l_{t+1}) \left[w_t(1 + r_t)\right]。 \tag{17.1a}$$

這是「今天休閒」與「未來消費」之間的取捨。與 Ramsey 模型比較, RBC 模型中的消費者透過勞動供給有較大的空間挪移所得及平滑消費; 今天勞動不但可以增加當下消費, 也可以增加未來消費。

消費者面臨的第二個取捨是消費或儲蓄。此一取捨的最適邊際條件要求儲蓄的效用損失等於效用增益, 亦即,

$$u_c(c_t, l_t) = \beta u_c(c_{t+1}, l_{t+1})(1 + r_t)。 \tag{17.2}$$

這是「今天消費」與「明天消費」之間的取捨, 讀者應已爛熟。利用 (17.1) 式將上式兩邊的邊際效用 $u_c$ 代掉, 則下式也成立,

$$u_l(c_t, l_t) = \beta u_l(c_{t+1}, l_{t+1}) \left[\frac{w_t(1 + r_t)}{w_{t+1}}\right]。 \tag{17.2a}$$

這是「今天勞動」與「明天勞動」之間的取捨, 其直觀意義也不難理解。消費者今天多工作一單位時間可以使明天的所得增加 $w_t(1 + r_t)$, 這相當於

明天的休閒可以增加 $w_t(1+r_t)/w_{t+1}$。條件 (17.2a) 要求: 無論今天工作或明天工作都不能有套利空間。請注意, 條件 (17.1a)-(17.2a) 可由其他兩式引伸而得, 故真正關鍵的一階條件是 (17.1)-(17.2) 兩式。

以上一階條件, 連同預算限制, 共同決定消費者的商品需求及勞動供給。這些行爲函數受 $\{a_t, r_t, w_t\}_{t=1}^{\infty}$ 等三組外生變數影響, 分項歸納於下。

1. 非勞動所得變動: 非勞動所得上升會產生**財富效果**, 導致各期消費需求上升, 勞動供給下降。若所得上升極爲短暫, 則財富效果小, 儲蓄意願及債券需求上升, 反之, 若所得永久等幅上升, 則恆常所得也等幅上升, 此時的儲蓄意願及債券需求大抵不變。最後, 若未來所得上升而本期不變, 則儲蓄意願及債券需求下降。

2. 實質利率變動: 對整體經濟而言, 實質利率變動沒有財富效果, 只有**跨期替代效果**。根據一階條件 (17.2) 及 (17.1a)-(17.2a) 三式, 當本期或未來利率上升時, 今天消費及休閒的機會成本較高, 故消費者會減少消費, 增加勞動, 換言之, 實質利率變動會同時對消費及勞動產生跨期替代效果。從儲蓄的角度看, 利率上升導致儲蓄意願上升, 在 RBC 模型中, 消費者不但可以「勒緊褲帶, 減少消費」, 也可以「努力工作, 增加所得」; 這兩個手段都能幫助消費者增加儲蓄。

3. 實質工資率變動: 對整體經濟而言, 市場工資率變動也沒有財富效果, 因爲工資既是消費者的所得, 也是廠商的成本, 兩相抵銷後, 消費者的所得不受影響。工資率變動會產生兩種替代效果。根據一階條件 (17.1), 今天的工資率上升會引導消費者增加勞動及消費, 這是當下休閒與消費之間的取捨, 稱爲**期內或同期替代效果**。根據 (17.2a) 式, 工資率短暫上升還會產生**跨期替代效果**, 刺激勞動進一步上升。同理, 若未來工資率上升而本期不變, 這也會產生跨期替代效果, 使今天的勞動下降, 消費上升。簡言之, 消費者會選擇勞動報酬相對較高時努

力工作。若各期工資率等比例上升,這種永久性變動不影響跨期相對工資,因此只有期內替代效果,沒有跨期替代效果。

綜合上述,整體經濟的消費需求及勞動供給函數可以表示成

$$c_t^d = c_t^d(\underset{(-)}{r_t}, \underset{(-)}{r_{t+1}}, \cdots; \underset{(+)}{w_t}, \underset{(+)}{w_{t+1}}, \cdots; \underset{(+)}{a_t}, \underset{(+)}{a_{t+1}}, \cdots),$$

$$n_t^s = n_t^s(\underset{(+)}{r_t}, \underset{(+)}{r_{t+1}}, \cdots; \underset{(+)}{w_t}, \underset{(-)}{w_{t+1}}, \cdots; \underset{(-)}{a_t}, \underset{(-)}{a_{t+1}}, \cdots)。$$

此外,民間部門或代表性消費者對債券的淨需求也可寫成

$$b_t^d = b_t^d(\underset{(+)}{r_t}, \underset{(+)}{r_{t+1}}, \cdots; \underset{(+)}{w_t}, \underset{(-)}{w_{t+1}}, \cdots; \underset{(+)}{a_t}, \underset{(-)}{a_{t+1}}, \cdots)。$$

請注意,工資率短暫上升使當期勞動及消費上升,故儲蓄的變動方向似乎難以確定,但根據跨期替代效果,工資率短暫上升也會使未來勞動下降,這表示今天的所得相對較高,故儲蓄意願及債券需求上升。

### 廠商的跨期選擇

廠商的選擇問題與 Ramsey 模型相同,爲便於參考,我們再爲讀者重述於下。面對各期要素生產力 $A_t$,市場利率 $r_t$ 及工資率 $w_t$,代表性廠商追求各期股利的折現總值極大,其跨期選擇問題是

$$\max_{\{n_t,k_t\}_{t=1}^{\infty}} \sum_{t=1}^{\infty} q_t \left[A_t F(k_{t-1}, n_t) - w_t n_t - i_t\right]$$

$$\text{subject to} \quad i_t = k_t - (1-\delta)k_{t-1}, \ \forall t。$$

最適選擇要求勞動及資本投入的邊際產出等於機會成本,分別是

$$\text{MPL}_t = A_t F_n(k_{t-1}, n_t) = w_t, \tag{17.3}$$

$$\text{MPK}_{t+1} = A_{t+1} F_k(k_t, n_{t+1}) = r_t + \delta。 \tag{17.4}$$

一階條件 (17.3) 決定廠商的勞動需求。根據邊際產出遞減及要素互補性質, 實質工資率上升使勞動需求下降, 而要素生產力或期初資本存量上升使勞動需求上升。商品供給也受這三個變數影響, 而且方向與勞動需求相同, 故勞動需求及商品供給函數可以表示成

$$n_t^d = n_t^d(\underset{(-)}{w_t}, \underset{(+)}{A_t}, \underset{(+)}{k_{t-1}}), \qquad y_t^s = y_t^s(\underset{(-)}{w_t}, \underset{(+)}{A_t}, \underset{(+)}{k_{t-1}})。$$

一階條件 (17.4) 決定投資需求。根據第 13 章的分析, 投資需求是實質利率, 未來要素生產力及期初資本存量的函數, 寫成

$$i_t^d = i_t^d(\underset{(-)}{r_t}, \underset{(+)}{A_{t+1}}, \underset{(-)}{k_{t-1}})。$$

### 政府預算限制

政府向消費者課徵定額稅 $T_t$, 稅收用以支應消費支出 $G_t$, 若收支不平衡, 政府可以發行公債 $b_t^g$。給定期初公債餘額 $b_{t-1}^g$, 政府各期預算滿足

$$G_t + (1 + r_{t-1})b_{t-1}^g = T_t + b_t^g, \ \forall t。$$

以現值表達, 政府的終身預算限制可寫成 (假設起始公債餘額 $b_0^g = 0$)

$$\sum_{t=1}^{\infty} q_t G_t = \sum_{t=1}^{\infty} q_t T_t。$$

與消費者一樣, 政府不能以債養債, 短期或能借貸度日, 但所有支出最終都必須靠課稅支應。以上設定也與 Ramsey 模型相同。

## 17.2 全面均衡

給定各期要素生產力 $\{A_t\}_{t=1}^{\infty}$ 及政府政策 $\{G_t, T_t\}_{t=1}^{\infty}$, 全面均衡要求消費者終身效用極大, 廠商價值極大, 政府預算限制滿足及市場供需平衡, 包

括商品市場 $c_t^d + i_t^d + G_t = y_t^s$, 勞動市場 $n_t^d = n_t^s$ 及債券市場 $b_t^d = b_t^g$。根據 Walras 市場法則, 若兩個市場已然結清, 則第三個市場也必然處於均衡狀態, 讀者請自行驗證。

除勞動市場外, 以上均衡體系與 Ramsey 模型並無不同, 關鍵均衡條件包括消費者效用極大的 (17.1)-(17.2) 兩式, 廠商價值極大的 (17.3)-(17.4) 兩式及商品市場結清條件。利用資本移動方程式 $i_t = k_t - (1-\delta)k_{t-1}$ 及生產函數 $y_t = A_t F(k_{t-1}, n_t)$, 商品市場結清條件也可寫成

$$c_t + [k_t - (1-\delta)k_{t-1}] + G_t = A_t F(k_{t-1}, n_t)。$$

以上五個條件剛好可決定兩個市場價格 $\{w_t, r_t\}$ 及三個交易量, 包括消費 $c_t$, 勞動工時 $n_t$ 及期末資本存量 $k_t$ (或投資 $i_t$)。看似複雜, 但我們若利用 (17.3)-(17.4) 兩式將消費者一階條件 (17.1)-(17.2) 中的利率及工資率代掉, 則全面均衡條件可化簡成以下三式:

$$\frac{u_l(c_t, l_t)}{u_c(c_t, l_t)} = A_t F_n(k_{t-1}, n_t), \tag{17.5}$$

$$u_c(c_t, l_t) = \beta u_c(c_{t+1}, l_{t+1}) \left[A_{t+1} F_k(k_t, n_{t+1}) + (1-\delta)\right], \tag{17.6}$$

$$c_t + [k_t - (1-\delta)k_{t-1}] + G_t = A_t F(k_{t-1}, n_t)。 \tag{17.7}$$

這是一組包括前後期消費, 勞動及資本存量的一階聯立差分方程式, 與 Ramsey 模型比較, 多了均衡勞動必須決定, 但並無本質不同。我們的終極目標是利用以上各式分析外生衝擊的動態效果, 稍後再討論。

### 柏拉圖最適狀態: Crusoe 的荒島經濟

讀者想必已能猜知, 以上的市場均衡應該也是柏拉圖最適狀態。確實如此。想像 Crusoe 在荒島上栽種椰果, 他必須決定每天要花多少時間爬樹摘果, 吃幾顆椰果及累積多少果種。給定天晴天雨等生產衝擊 $\{A_t\}_{t=1}^{\infty}$ 及

被土人掠奪或猴兒偷吃的椰果 $\{G_t\}_{t=1}^{\infty}$, 他的選擇問題是

$$\begin{aligned} \max_{\{c_t, k_t, n_t\}_{t=1}^{\infty}} \quad & \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} u(c_t, 1 - n_t) \\ \text{subject to} \quad & c_t + [k_t - (1-\delta)k_{t-1}] + G_t = A_t F(k_{t-1}, n_t), \ \forall t。\end{aligned}$$

此一選擇問題的最適條件不難推導。首先, 站在任意 $t$ 期, Crusoe 多爬一小時樹可增加 $A_t F_n(k_{t-1}, n_t)$ 的產出及消費, 最適選擇要求勞動的主觀願受價格, 即消費與休閒之間的邊際替代率 $u_l(c_t, l_t)/u_c(c_t, l_t)$, 等於勞動的邊際產出, 此即市場均衡的 (17.5) 式。其次, Crusoe 多累積一顆椰果能爲明天創造 $A_{t+1} F_k(k_t, n_{t+1})$ 的產出, 剩下的 $(1-\delta)$ 也可食用, 最適選擇要求儲蓄的效用損失等於效用增量, 這是市場均衡的 (17.6) 式。最後, 荒島的資源限制即是競爭均衡的市場結清條件 (17.7) 式。

顯然, 在 RBC 模型中, 競爭均衡即是柏拉圖狀態, 而柏拉圖狀態也是競爭均衡, 故福利第一及第二定理均成立。這是學術文獻多從集權式經濟角度切入 RBC 模型 (及 Ramsey 模型) 的主要原因。就分析目的而言, 特別是某些強調或需要量化的分析, 集權式模型比較容易操作, 因爲我們不必面對市場價格。一旦決定了最適選擇, 如消費, 勞動及投資, 我們即可利用影子價格或不可套利條件還原對應的均衡市場價格。作者要再次強調, Crusoe 的荒島只是一種隱喻, 不是經濟學家躲在象牙塔裡刻意創造的「恐龍」。我們不是真的相信所有競爭均衡都是柏拉圖狀態; 福利定理能夠適用固然方便, 但如果不成立, 如存在外部性或扭曲性租稅時, 則除了面對價格及市場供需外, 別無他途。

### 市場供需模型

讓我們將分析焦點對準市場供需, 暫時忘掉 (17.5)-(17.7) 等三個均衡條件。根據 Walras 市場法則, 我們只需考慮商品市場及勞動市場即已足夠。由

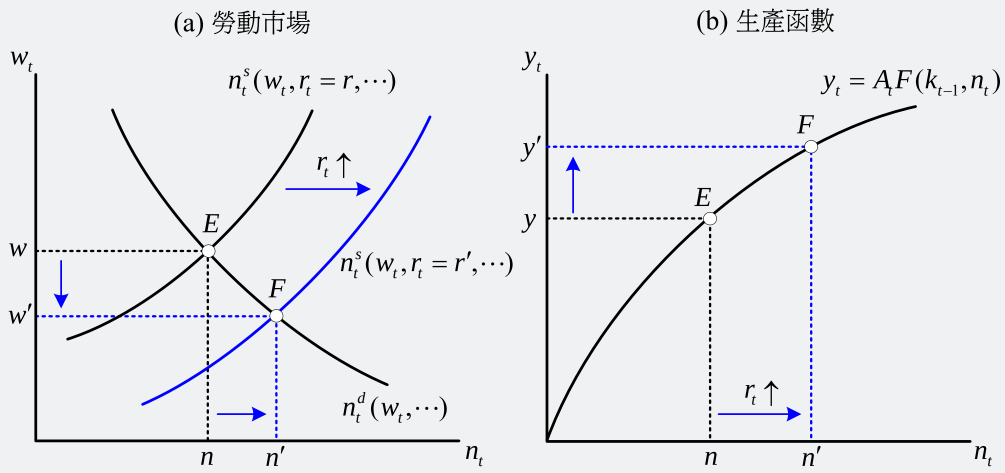



圖 17.1: 實質利率與商品供給

17.1 節的分析可知, 這兩個市場的結清條件可分別寫成

$$
\begin{aligned}
&\text{勞動市場：} \quad n_t^d(w_t, \cdots) = n_t^s(w_t, r_t, \cdots), \\
&\text{商品市場：} \quad c_t^d(r_t, w_t, \cdots) + i_t^d(r_t, \cdots) + G_t = y_t^s(w_t, \cdots)。
\end{aligned}
$$

爲了簡潔, 除當期實質利率及工資率外, 略去其他影響變數不寫。以上兩式共同決定均衡利率及均衡工資率, 但分析起來不甚靈便, 因爲這是一個聯立體系, 任何一個市場的價格改變會同時影響另外一個市場。仿照上冊第 12 章的步驟, 我們要利用勞動市場結清條件將商品供需函數中的工資率代掉, 這會大幅減輕以後的分析負擔。

圖 17.1(a)-(b) 分別畫出勞動市場的供需均衡及生產函數。假設現行市場利率是 $r_t = r$, 則勞動市場的均衡落於圖 (a) 的 $E$ 點, 對應的均衡工資率是 $w$, 勞動工時是 $n$, 代入圖 (b) 的生產函數, 產出水準是 $y$。假設實質利率從 $r$ 升至 $r'$, 這種變動不影響勞動需求, 但會產生跨期替代效果, 使勞動供給曲線右移至 $n_t^s(w_t, r')$ 的藍線位置, 市場均衡從 $E$ 點移向 $F$ 點,

工資率降爲 $w'$, 而勞動增爲 $n'$, 對應的產出也從 $y$ 增至 $y'$。顯然, 其他條件不變下, 爲維持勞動市場均衡, 利率上升會導致商品產出上升, 換言之, **商品供給是實質利率的正向函數**。此一結論相當合乎直觀。想像阿達在自家後院植樹摘果, 他既是消費者, 也是生產者, 當實質利率上升時, 爲了增加儲蓄, 他會努力爬樹摘果, 增加生產。

商品供給不但是實質利率的函數, 也受消費者的非勞動所得影響。假設非勞動所得上升, 則財富效果會使勞動供給曲線左移 (圖中未畫出), 但勞動需求不變, 導致工資率上升, 而勞動下降, 對應的產出也下降。顯然, **商品供給是消費者非勞動所得的負向函數**。這也相當合乎直觀。當財富增加時, 阿達何必那麼辛苦的爬樹摘果? 除實質利率及非勞動所得外, 商品供給當然也受要素生產力及期初資本存量等原始變數影響, 故商品供給函數可寫成 $y_t^s(r_t, a_t, A_t, k_{t-1}, \cdots)$。

消費需求同時受實質利率及工資率影響, 但從以上的分析可知, 當利率上升時, 爲維持勞動市場均衡, 工資率必須下降, 這會產生同期替代效果, 使消費需求下降。顯然, 消費需求最終仍是實質利率的負向函數, 而這種反向關係除了反映利率變動的**跨期替代效果**外, 也包括工資率變動而衍生的**同期替代效果**。綜合上述, 我們不需另外考慮消費需求函數中的工資率, 因爲其他條件不變下, 勞動市場均衡保證實質利率與工資率維持反向關係, 故消費需求可簡單的寫爲 $c_t^d(r_t, a_t, \cdots)$。

總結以上分析, 我們可以透過勞動市場結清條件將商品供需函數中的工資率代掉, 故商品市場結清條件可寫成

$$c_t^d(\underset{(-)}{r_t}, \underset{(+)}{a_t}, \cdots) + i_t^d(\underset{(-)}{r_t}, \underset{(+)}{A_{t+1}}, \underset{(-)}{k_{t-1}}, \cdots) + G_t = y_t^s(\underset{(+)}{r_t}, \underset{(-)}{a_t}, \underset{(+)}{A_t}, \underset{(+)}{k_{t-1}}, \cdots)。$$

上式與工資率無關, 可單獨決定實質利率及產出水準。一旦均衡利率決定了, 我們便可回到勞動市場決定均衡勞動及均衡工資率。讀者看到, 透過以上的代換過程, 我們將一個聯立體系變成一個遞迴系統: 先面對商品

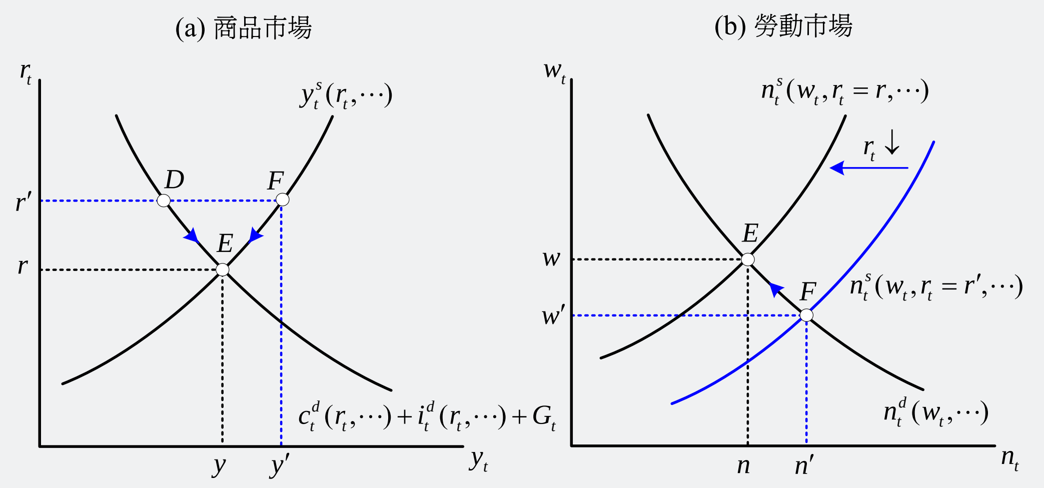



圖 17.2: 全面均衡: 商品市場與勞動市場

市場, 然後再回到勞動市場。從數學的角度看, 我們不過是將勞動市場結清條件視爲利率及工資率的隱函數, 透過此一函數關係, 我們可以用實質利率取代商品供需函數中的工資率。

圖 17.2(a)-(b) 畫出商品市場及勞動市場的全面均衡。首先, 商品供給是利率的正向函數, 與負斜率的商品需求曲線交於 $E$ 點, 對應的均衡利率及產出水準是 $r$ 及 $y$。在勞動市場中, 給定實質利率 $r_t = r$, 均衡也落於 $E$ 點, 工資率及勞動水準是 $w$ 及 $n$。假設現行市場利率 $r'$ 高於均衡水準, 則如圖所示, 商品市場存在 $DF$ 的超額供給, 這表示整體經濟的資金過於寬鬆, 故債券市場會出現超額需求 (請自行繪圖補充)。在勞動市場中, 因爲利率 $r' > r$, 勞動供給曲線會落於全面均衡狀態右側的藍線位置, 與勞動需求曲線交於 $F$ 點, 工資率 $w'$ 低於全面均衡水準 $w$, 而勞動 $n'$ 高於全面均衡水準 $n$。以上狀況當然無法維持, 因爲商品市場有超額供給, 而債券市場有超額需求, 導致利率下降。隨著利率下降, 商品需求量, 包括消費及投資, 從 $D$ 點向 $E$ 點遞增, 而商品供給量從 $F$ 點向 $E$ 點遞減。在勞

動市場中, 勞動供給曲線隨利率下降而左移, 但勞動需求曲線不動。只要商品市場仍然存在超額供給, 市場利率就會持續下降, 而工資率也會持續上升, 直到恢復全面均衡的 $E$ 點爲止。

以上的價格調整過程沒有什麼高深的學問, 但作者要提醒, 利率變動使需求量及供給量改變, 在商品市場中, 這些改變是線上的移動, 但在勞動市場中, 因爲縱軸衡量的是工資率, 利率變動會導致整條勞動供給曲線移動。這些分析細節本是自明之理, 但初學者經常會混淆。

## 17.3 恆定狀態 – 長期均衡

任何動態均衡模型都應該從恆定狀態或長期均衡開始分析, 道理很簡單: 不知未來何去何從, 我們如何得知當下應如何自處? 因此正式分析之前, 我們要先決定 RBC 模型的恆定狀態。

RBC 模型的恆定狀態要比 Ramsey 模型複雜一些。首先, 令各期要素生產力及政府消費支出固定不變, 即 $A_t = A, G_t = G, \forall t$。在恆定狀態下, 所有內生變數都靜止不動, 根據一階條件 (17.2) 式,

$$1 = \beta(1 + r^*) \quad \Rightarrow \quad r^* = \rho。$$

顯然, 恆定狀態仍然要求實質利率等於時間偏好率, 這是保證各期消費及勞動固定不變的必要條件, 也是 RBC 模型與 Ramsey 模型的唯一相似之處。其他變數必須同時滿足均衡條件 (17.5)-(17.7) 式。

令各期消費, 勞動及資本存量固定不變, 則 (17.5)-(17.7) 三式可寫成

$$\frac{u_l(c^*, 1 - n^*)}{u_c(c^*, 1 - n^*)} = AF_n(k^*, n^*) = w^*, \tag{17.8}$$

$$AF_k(k^*, n^*) = \rho + \delta, \tag{17.9}$$

$$c^* + \delta k^* + G = y^* = AF(k^*, n^*)。 \tag{17.10}$$

以上各式共同決定 $\{c^*, k^*, n^*, y^*, w^*\}$ 等五個變數的恆定均衡值。條件 (17.9) 要求資本的邊際產出等於恆定利率 $\rho$ 加上資本折舊率 $\delta$。這是 RBC 模型的修正後累積金率, 與 Ramsey 模型相似, 但無法單獨決定恆定資本存量, 因爲其中的勞動必須與其他變數聯合決定。理論上, 爲了分析外生衝擊對恆定狀態的影響, 我們可以對以上各式全微分, 然後聯立求解。這種分析方式比較複雜, 我們留待必要時再爲讀者補充。以下要用實例求算恆定狀態的公式解, 這些恆定解可以幫助我們思考 RBC 模型的長期均衡究竟受哪些力量影響。

假設效用函數是對數形式: $u(c,l) = \ln c + \ln l$, 生產函數是 Cobb-Douglas 形式: $y = Ak^\alpha n^{1-\alpha}, \alpha \in (0,1)$。此外, 假設政府消費與產出維持固定比例, 即 $G = gy, g \in (0,1)$。讓我們從 (17.9) 式開始。利用 $\mathrm{MPK} = \alpha y/k$, 條件 (17.9) 可寫成

$$\frac{\alpha y^*}{k^*} = \rho + \delta \quad \Rightarrow \quad k^* = \phi y^*,\ \phi = \left(\frac{\alpha}{\rho + \delta}\right)。$$

顯然, 恆定資本存量與產出維持固定比例, 且**資本產出比** $\phi$ 與外生變數無關。此一特徵與 Ramsey 模型完全相同 (見第 14 章)。將 $k = \phi y$ 及 $G = gy$ 代入市場結清條件 (17.10), 則恆定消費也與產出維持固定比例:

$$c^* + \delta k^* + G = y^* \quad \Rightarrow \quad c^* = (1 - \delta\phi - g)y^*。\tag{17.11}$$

爲保證 $c^*$ 恆爲正值, 我們假設 $\delta\phi + g < 1$。利用 $\mathrm{MPL} = (1-\alpha)y/n$ 及 $\mathrm{MRS} = u_l/u_c = c/(1-n)$, 均衡條件 (17.8) 可寫成

$$\frac{u_l}{u_c} = AF_n(k,n) \quad \Rightarrow \quad \frac{(1-\delta\phi - g)y^*}{1-n^*} = \frac{(1-\alpha)y^*}{n^*}。$$

兩邊消去 $y^*$ 並移項整理, 恆定勞動的最終解是

$$n^* = \frac{(1-\alpha)}{(1-\alpha) + (1-\delta\phi - g)} \in (0,1)。\tag{17.12}$$

一旦解出了恆定勞動, 其他變數即迎刃而解。利用生產函數及 $k^* = \phi y^*$, 恆定產出水準是

$$y^* = A(\phi y^*)^\alpha n^{*(1-\alpha)} \quad \Rightarrow \quad y^* = (A\phi^\alpha)^{1/(1-\alpha)} n^*。 \tag{17.13}$$

據此, 恆定資本存量 $k^* = \phi y^*$ 及恆定消費 $c^* = (1 - \delta\phi - g)y^*$ 也同時解出。最後, 實質工資率是

$$w^* = \text{MPL} = \frac{(1-\alpha)y^*}{n^*} = (1-\alpha)(A\phi^\alpha)^{1/(1-\alpha)}。 \tag{17.14}$$

至此, 所有變數的恆定解已全數解出, 形式稍嫌醜陋, 但運算過程不難。提醒讀者, 均衡解要表示成外生變數 $A$ 及 $g$ 的函數才算完成。利用以上的公式解, 我們可以分析要素生產力及政府消費永久變動的長期效果。

### 生產力永久上升的恆定效果

首先考慮要素生產力永久上升的效果。觀察 (17.12) 式, $A$ 並未出現在勞動的恆定解中, 故 $A$ 上升不影響長期勞動水準。我們可以從 Crusoe 或消費者及廠商的角度解釋此一結果。首先, Crusoe 既是消費者, 也是生產者, 當要素生產力上升時, 勞動的邊際產出上升, 替代效果使消費及勞動上升, 而財富效果使消費上升, 勞動下降。顯然, 在對數效用及 Cobb-Douglas 生產函數下, 這兩個效果對勞動的影響剛好抵銷, 故最後的均衡勞動不變。這是本例的特殊之處, 一般情況下未必成立 (見習題 1)。根據以上的分析, 因爲替代效果及財富效果對勞動的影響方向相反, 恆定勞動即使改變, 幅度應該也不會太大。

在市場經濟中, 消費者及廠商面對的是市場利率及工資率。從消費者的角度看, 因爲恆定狀態下的實質利率永遠等於時間偏好率, 故 $A$ 永久變動沒有跨期替代效果。然而, $A$ 上升會使終身財富及工資率上升 (見 (17.14) 式), 前者產生財富效果, 使消費上升, 勞動下降, 而後者產生替代

效果, 使消費及勞動上升。綜合考慮後, 消費必然上升, 但勞動的變動方向無法確定。顯然在本例中, 財富效果及替代效果對勞動供給的影響正好抵銷, 故最後的勞動供給量不變。同樣的, 從廠商的角度看, $A$ 上升使 MPL 上升, 導致勞動需求上升, 但工資率上升使勞動需求下降, 這兩個效果相互抵銷, 故最後的勞動需求量也不變。

要素生產力永久上升必然使恆定資本存量上升。圖 17.3 中, 原來的恆定狀態落於 MPK 曲線與 $\rho + \delta$ 相交的 $E$ 點, 資本存量是 $k^*$。由前面的分析可知, $A$ 變動不影響恆定勞動水準 (或影響太小忽略不計), 故 $A$ 上升會使 MPK 曲線右移, 新的恆定狀態落於 $F$ 點, 資本存量從 $k^*$ 增至 $k'$。既然資本存量上升而勞動投入不變, 故恆定產出必然上升。此外, 資本存量上升也會進一步推升勞動的邊際生產力, 因此工資率上升也有部分源自資本存量的上升。

總結以上分析, 要素生產力永久上升會使恆定資本存量, 產出及實質工資水準上升。透過財富效果及工資率上升的替代效果, 恆定消費必然上升, 但勞動不確定。理論分析通常假設替代效果與財富效果抵銷, 故恆定勞動不變。

### 政府消費永久上升的恆定效果

政府消費永久變動的長期效果也不難決定。觀察 (17.12) 式, $g$ 永久上升會導致恆定勞動上升。我們同樣可從 Crusoe 及代表性消費者的最適選擇解釋此一結果。從 Crusoe 的角度看, 猴兒偷吃椰果使他的終身財富下降, 故勞動意願上升, 這是財富效果。同樣的, 從消費者的角度看, 政府消費永久上升使終身租稅負擔上升, 導致恆常所得下降, 透過財富效果, 勞動供給上升。

政府消費永久增加也會導致恆定資本存量上升。圖 17.3 中, $g$ 上升使恆定勞動上升, 根據要素互補性質, MPK 曲線右移, 恆定資本存量從 $k^*$

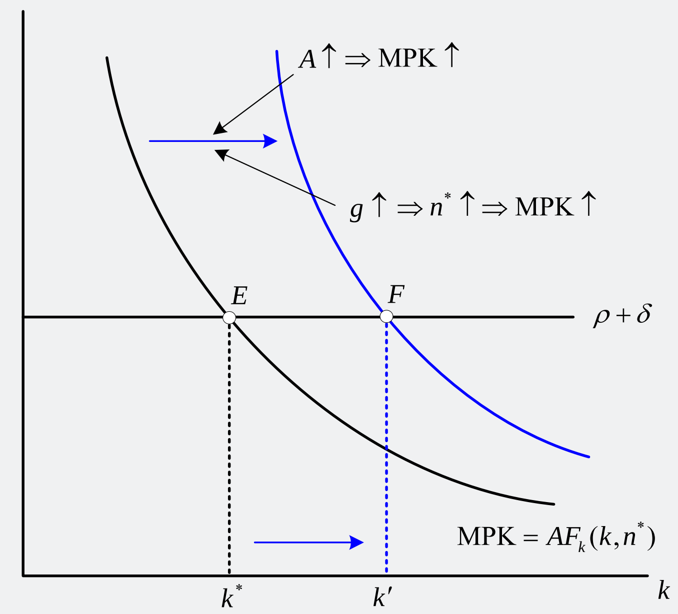



圖 17.3: 恆定資本存量: $A$ 或 $g$ 上升的影響

增至 $k'$。既然資本存量及勞動都上升, 因此恆定產出必然上升。此外, 資本存量上升會反過來推升勞動的邊際生產力, 故廠商的勞動需求也上升。市場均衡要求勞動需求等於前述因財富效果而上升的勞動供給。以上結論與 Ramsey 模型截然不同。在 Ramsey 模型中, 因爲勞動固定不變, 政府消費永久變動不影響恆定資本存量及產出水準。

利用產出的恆定解 (17.13) 式, 我們可以進一步追問產出究竟會增加多少。以比例變動衡量, $g$ 上升對恆定產出的影響是

$$\frac{d\ln y^*}{dg} = \frac{d\ln n^*}{dg} = \frac{1}{(1-\alpha)+(1-\delta\phi-g)} > 0。$$

讀者還記得, 爲了保證 $c^* > 0$, 我們假設 $g+\delta\phi < 1$ 或 $g < 1-\delta\phi$, 故上式必然大於零。簡單運算後, 我們同時發現: 若 $g > 1-\delta\phi-\alpha$, 則 $d\ln y^*/dg > 1$, 反之, 則 $d\ln y^*/dg < 1$ (請自行驗證)。用白話說, 當 $g$ 夠高時, 政府消費永

久上升存在**長期乘數效果**。直觀上, 這是因爲此時的財富效果夠強, 導致恆定勞動及資本存量顯著上升。不過現實世界中, 這種乘數效果不太可能存在。根據資料, 台灣及美國的資本份額約爲 $\alpha = 40\%$, 時間偏好率約爲 $\rho = 3\%$。若資本折舊率 $\delta = 10\%$, 則資本產出比約爲 $\phi = \alpha/(\rho+\delta) \cong 3$。在本例中, 當 $g > 1 - \delta\phi - \alpha \cong 30\%$ 時, 才可能產生乘數效果。台灣的政府消費約爲 GDP 的 15%, 美國約爲 20%, 故正常情形下, 政府消費永久增加不太可能產生長期乘數效果。

對於以上的直觀解釋, 關鍵在於政府消費上升衍生的財富效果。首先, 因爲財富下降了, 所以勞動上升; 其次, 因爲勞動上升了, 所以資本存量上升; 最後, 因爲資本及勞動都上升, 所以產出上升。細心的讀者或許會疑惑: 政府消費永久增加使產出及稅賦同時上升, 我們怎能確知消費者的終身財富或恆常所得一定會下降? 這是一個好問題, 因爲恆常所得若因政府支出增加而上升, 則財富效果應會使勞動下降而非上升。果真如此, 以上推論豈非自相矛盾? 這問題不難回答。

在恆定狀態下, 所有變數都靜止不動, 因此消費者的各期可支配所得 $(d+wn-T)$ 即是他的恆常所得。根據定義, 股利所得是 $d = y-wn-i$, 因此恆常所得也等於 $(y - i - T)$。在本例中, 各期平均稅負是 $T = G = gy$, 恆定投資是 $i = \delta k = \delta\phi y$, 故恆常所得即爲 $(1-\delta\phi-g)y$。觀察 (17.11) 式, 恆常所得剛好等於恆定消費, 這當然不令人意外。以比例變動衡量, $g$ 變動對恆定消費或恆常所得的影響是 (請自證)

$$\frac{d\ln c^*}{dg} = \frac{-(1-\alpha)}{\left[(1-\alpha)+(1-\delta\phi-g)\right](1-\delta\phi-g)} < 0。$$

我們由此得知, 政府消費永久增加雖然使產出上升, 但租稅上升的幅度更大, 故恆常所得必然下降, 導致勞動上升而消費下降。

最後, 觀察工資率的恆定解 (17.14) 式, 我們發現 $g$ 變動不影響長期工資水準。此一結果可從兩個角度解釋。首先, 勞動上升使 MPL 下降, 而

資本存量上升使 MPL 上升, 故一般情形下, 工資率的變動方向無法確定, 但在固定規模報酬的生產技術下, 資本及勞動等比例上升 (爲什麼?), 以上兩個效果剛好抵銷, 故恆定工資率不變。其次, 從供需的角度看, 勞動供給因財富下降而上升, 而勞動需求也因資本存量上升而上升, 因此均衡勞動必然上升, 但工資率的變動方向要看勞動供需的相對變動幅度而定。在本例中, 兩者的上升幅度相當, 導致恆定工資率不變。

總結以上分析, 政府消費永久增加會使恆定勞動及資本存量上升, 故恆定產出也上升。直觀上, 面對政府支出及稅賦永久上升, 消費者及廠商增加勞動及投資, 試圖以此對付政府增稅對所得及產出的影響, 但這種努力只能部分抵銷增稅的效果, 導致終身財富及恆定消費下降。在規模報酬固定的生產函數下, 資本存量及勞動上升對邊際勞動生產力的影響剛好抵銷, 故恆定工資率不變。

## 17.4 生產力短暫下降的均衡效果

本節要利用市場供需模型分析要素生產力短暫下降 (例如, 油電價格短暫上升) 的動態效果。這種短暫干擾不影響長期均衡, 因此不需考慮恆定狀態改變對當下選擇的影響。

### 當期 (短期) 效果

圖 17.4 中, 假設原來各期 $A_t = A$, 商品市場處於恆定狀態, 均衡落於圖 (a) 的 $E$ 點, 對應的利率及產出水準是 $\rho$ 及 $y^*$。給定均衡利率 $r_t = \rho$, 勞動市場的均衡也落於 $E$ 點, 工資率及勞動工時分別是 $w^*$ 及 $n^*$。假設要素生產力於 $t$ 期從 $A$ 降至 $A'$, 但未來各期不變; 這是一個暫時性的負向供給面衝擊, 讀者在前面已邂逅多次。

根據 17.2 節的討論, 我們可以暫時擱置勞動市場, 直接從商品市場開始分析。首先, 要素生產力下降使商品供給曲線左移至藍線位置, 在原利

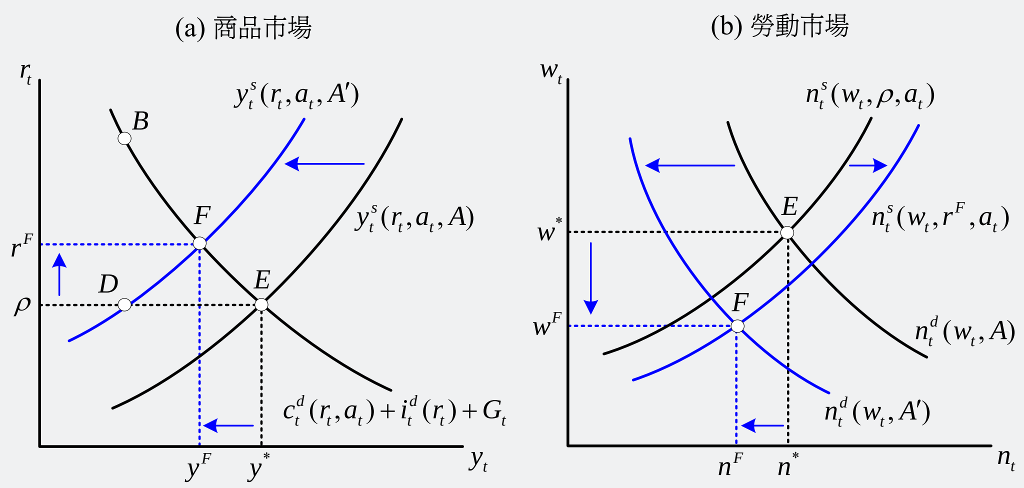



圖 17.4: 當期效果: 要素生產力短暫下降

率水準下, 產出下降 $ED$ 單位, 這是生產力下降的**直接效果**。對消費者而言, 產出下降使股利或非勞動所得下降, 但因持續時間極爲短暫, 財富效果對消費需求 (及勞動供給) 的影響微乎其微, 可忽略不計。此外, 由於未來生產力並未改變, 廠商的投資需求也不變。顯然, 短暫生產衝擊不影響整體經濟對商品的需求, 因此在原利率水準下, 商品市場存在 $ED$ 的超額需求。從儲蓄的角度看, 商品之所以供不應求, 是因爲面對所得短暫下降, 消費者會減少儲蓄, 試圖挪借未來所得, 故債券市場必然出現超額供給, 導致借貸利率上升。隨著利率上升, **跨期替代效果**使勞動供給上升, 商品供給量從 $D$ 點向 $F$ 點遞增, 而商品需求量, 包括消費及投資, 也隨利率上升從 $E$ 點向 $F$ 點遞減。只要商品市場仍然存在超額需求, 利率就會持續上升, 直到新的均衡點 $F$ 爲止。比較前後均衡點, 生產力短暫下降會使均衡利率上升, 而產出, 消費及投資下降。

讀者再度看到, **利率水準反映商品的相對稀少性**。面對短暫的經濟衰退, 產出不敷使用, 市場透過利率上升告訴消費者及廠商:「這不是消費及

投資的好時機!」儘管不願意, 減少支出仍然是他們的最佳選擇。以上結論與 Ramsey 模型相似, 但仍有些許差異值得一提。圖 17.4(a) 中, 生產力衝擊使產出下降 $ED$ 單位。在 Ramsey 模型中, 因爲商品供給與實質利率無關, 利率必須升至 $D$ 點正上方需求曲線上的 $B$ 點, 市場才能重新達成均衡, 但在 RBC 模型中, 利率上升使商品供給增加, 故利率上升及產出下降的幅度相對較小, 而消費及投資的下降幅度也較小。簡言之, 透過勞動供給的改變, RBC 模型中的消費者有較大的空間平滑消費, 面對外來干擾, 產出, 消費及投資的波動幅度也相對緩和。

一旦商品市場的均衡決定了, 我們便可回到勞動市場決定均衡工資率及均衡勞動。圖 17.4(b) 中, 原始均衡落於 $E$ 點, 生產力下降使勞動需求曲線左移至 $n_t^d(w_t, A')$ 的藍線位置。因爲財富效果不明顯, 勞動供給不變, 但由商品市場的分析可知, 均衡利率從 $\rho$ 升至 $r^F$, 故跨期替代效果會使勞動供給曲線右移至 $n_t^s(w_t, r^F, a_t)$ 的藍線位置。在原工資水準下, 勞動市場存在超額供給, 導致工資率下降。理論上, 均衡勞動的變動方向無法確定, 但正常情形下, 均衡勞動會下降, 理由有二。

第一, 許多實證研究發現, 利率變動對勞動供給的跨期替代效果不大, 故圖中勞動供給曲線的右移幅度相對較小; 第二, 面對生產力暫時下降, 工資率的下降極爲短暫, 消費者會等到未來生產力或工資率相對較高時才努力工作, 換言之, 因爲跨期替代效果, 勞動供給對工資率短暫變動的彈性較大, 故圖中的勞動供給曲線相對平緩。基於以上兩個理由, 當工資率下降時, 雖然廠商的勞動需求上升, 但勞動供給下降的幅度更大, 導致均衡勞動下降。

### 過渡期間調整過程*

RBC 模型的動態調整分析與 Ramsey 模型極爲相似。因爲過程稍許複雜, 讀者第一次閱讀時可先略過 (其實也不難)。圖 17.5(a) 中, $E$ 點是原始恆定

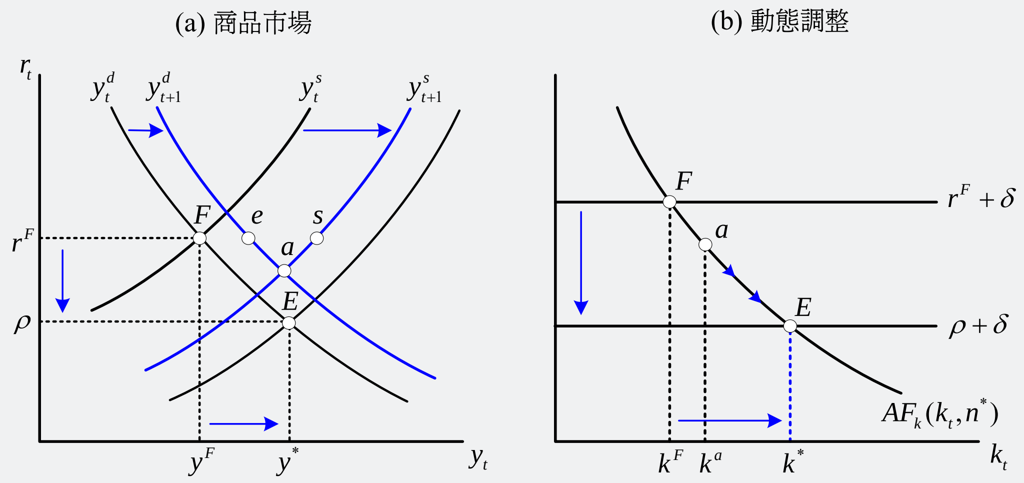



圖 17.5: 資本累積與動態調整: 生產力短暫下降

狀態, 生產力短暫下降使 $t$ 期的均衡從 $E$ 點移至 $F$ 點, 產出從 $y^*$ 降至 $y^F$, 而實質利率從 $\rho$ 升至 $r^F$。圖17.5(b) 畫出資本存量的變動, 原來的恆定資本存量是 $k^*$, 生產力短暫下降不影響 MPK 曲線, 但實質利率上升使投資下降, 期末資本存量從 $k^*$ 降至 $k^F$。

廠商帶了 $k_t = k^F < k^*$ 的資本存量進入 $t+1$ 期, 此時干擾消失, 生產力回升至原來水準 $A$。若資本存量仍是 $k^*$, 則商品供給曲線應會向右移回原來的恆定狀態位置, 但因資本存量下降了, 最後的商品供給曲線 $y_{t+1}^s$ 會落於稍左的藍線位置。商品需求方面, 期初資本存量下降使 $t+1$ 期的投資需求上升, 但不影響消費需求, 因爲財富效果已在昨天衝擊發生時充分反映, 更何況本例的財富效果極小, 可忽略不計。綜合考慮後, $t+1$ 期的商品需求曲線也會右移至 $y_{t+1}^d$ 的藍線位置。一般情形下, 期初資本存量變動對商品供需的相反影響約略抵銷, 因此在利率水準 $r^F$ 下, 商品市場出現 $es$ 的超額供給, 導致利率下降, 均衡從 $F$ 點移向 $a$ 點。圖17.5(b) 中, 隨著利率下降, 資本存量從 $k^F$ 回升至 $k^a$ 水準。

歸納以上分析, 生產力短暫下降使衝擊當期的商品市場供不應求, 導致利率上升, 但進入次期後, 市場出現超額供給, 利率開始回降, 而消費及投資也隨之回升。在勞動市場中, 生產力回升使勞動需求上升, 故實質工資率及勞動也開始回升。

明天過後, 資本存量改變是影響市場供需的唯一力量。隨著資本存量回升, 商品供給曲線逐漸右移, 而商品需求曲線逐漸左移, 導致利率持續下降, 直到降回原來的 $E$ 點爲止。圖 17.5(b) 中, 資本存量也隨著利率下降收斂回原來的恆定狀態。讀者看到, RBC 模型與 Ramsey 模型一樣, 恆定狀態是穩定的; 面對外來干擾, 市場均衡透過利率及資本存量的調整, 會向恆定狀態收斂。這種收斂過程緩慢而穩定, 但只要一開動, 不需藉助外力, 終將抵達最後的恆定狀態, 稱爲**大道性質**。

### 衝擊反應函數

總結本節分析, 圖 17.6 畫出生產力短暫下降的衝擊反應函數。短期下, 此一干擾使產出下降, 導致商品供不應求, 利率因之上升, 而消費及資本存量 (投資) 也隨之下降。要素生產力下降使勞動需求下降, 導致勞動市場供過於求, 故勞動及工資率下降。

衝擊過後, 商品市場出現超額供給, 利率開始回降, 而勞動市場出現超額需求, 工資率也開始回升。隨著利率下降, 消費及資本存量逐漸回升至原來的恆定狀態。在過渡期間, 利率下降及工資率上升會對勞動產生方向相反的影響, 前者使勞動供給下降, 而後者使勞動供給上升。若利率變動的跨期替代效果大於工資率變動的替代效果, 則如黑線所示, 勞動會先越過恆定水準, 然後再隨著利率下降逐漸降至恆定狀態。反之, 若工資率變動的替代效果較強, 則如藍色虛線所示, 勞動會隨工資率上升遞增至恆定狀態。以上兩種動態軌跡的數值差異極小, 因爲干擾消失後, 均衡勞動已經非常接近恆定水準了。

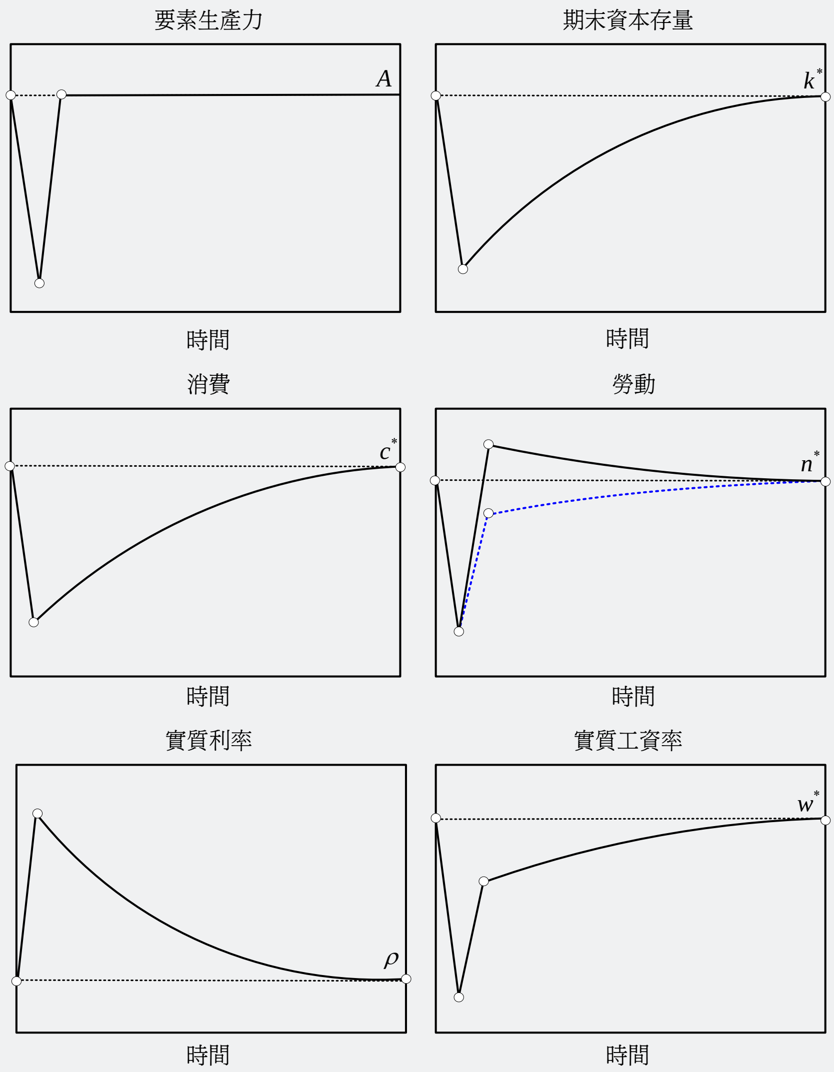



圖 17.6: 衝擊反應函數: 生產力短暫下降

從 Crusoe 的角度思考, 以上的動態景象也頗合直觀。想像某日風雨交加, Crusoe 的生產力短暫下降。他知道明天太陽終將升起, 因此明智之舉是躲在山洞中弄猴自娛, 等到天氣放晴後才爬樹摘果。雨天弄猴固然

賞心, 但產出下降, 椰果不夠吃也令人苦惱, 爲免消費過度下降, Crusoe 會減少一些果種累積, 這是產出短暫下降對消費及儲蓄的影響。明天過後, Crusoe 恢復生產, 消費及投資逐漸回升, 而隨著果種累積, 對應的邊際產出或影子利率也逐漸回降。讀者看到, Crusoe 的最適選擇即是競爭市場的交易結果。用這種「說故事」的直觀方式思考問題比較輕鬆, 或許也能減輕讀者在面對生硬均衡分析時的些許壓力。

## 17.5 生產力永久下降的均衡效果

本節要繼續前面的分析, 考慮生產力永久下降的均衡效果。這種永久性衝擊會影響長期均衡, 因此必須考慮預期恆定狀態改變對當下選擇的影響。本節內容較爲複雜, 但基本觀念與 Ramsey 模型並無不同, 讀者可搭配第 14 章 14.2 節閱讀。

### 當期 (短期) 效果

圖 17.7(a) 中, 商品市場原來處於恆定狀態, 均衡落於供需相等的 $E$ 點, 實質利率及產出水準分別是 $\rho$ 及 $y^*$。假設從 $t$ 期開始, 因爲「缺水缺電, 產業轉型困難」等結構因素, 要素生產力自 $A$ 永久下降爲 $A'$。這種外來干擾是否真的會永遠持續不是重點, 只要體系成員信其爲真, 則對未來的預期就必然影響他們的當下行爲。爲了強調財富變動對消費者的影響, 圖中以財富 $x_t$ 取代供需函數中的非勞動所得 $a_t$, 例如, 若恆定終身財富是 $x$, 則 $c_t^d(r_t, x)$ 即是對應於 $x$ 的消費需求函數。

站在 $t$ 期, 要素生產力永久下降使商品供給曲線左移至虛線位置, 這是 $A$ 下降的**直接效果**。根據 17.3 節的分析, 這種永久性生產干擾會使財富明顯下降, 導致勞動供給上升, 故商品供給曲線會再從虛線位置右移。因爲消費及休閒同爲正常財, 此一財富效果僅會抵銷部分的直接效果, 故最後的商品供給曲線落於 $y_t^s(r_t, x', A')$ 的藍線位置, 在原均衡利率水準下,

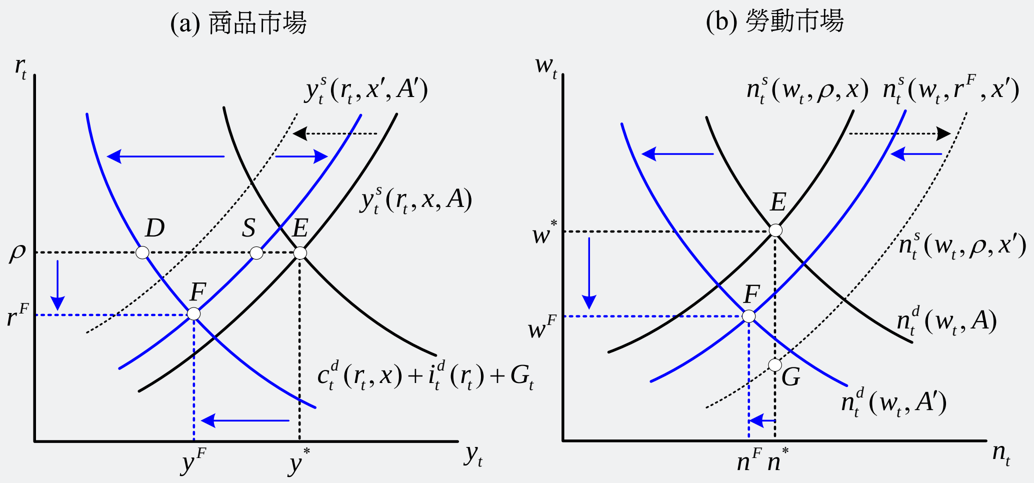



圖 17.7: 當期效果: 要素生產力永久下降

商品供給量下降 $ES$ 單位。與短暫生產干擾比較, 因為存在明顯的財富效果, 生產力永久下降對當期商品供給的影響相對較小。

永久性生產衝擊對商品需求的影響也與短暫衝擊不同。首先, 生產力永久下降使未來的 MPK 下降, 導致期待資本存量下降, 故廠商的投資需求下降。其次, 消費者的商品需求也會因為財富效果而明顯下降, 且其降幅**必然大於**商品供給的降幅 $ES$。理由很簡單。根據 17.3 節的分析, $A$ 永久下降會使未來資本存量下降, 導致恆定產出下降。站在 $t$ 期, 期初資本存量仍然等於原來相對較高的恆定水準 $k^*$, 因此 $A$ 下降之所以使當期的商品供給僅僅下降了 $ES$ 單位, 是因為資本存量還未開始調整。長期下, 因為資本存量下降, 產出的降幅更大, 因此恆常所得或消費需求的降幅必然大於商品供給的降幅, 亦即 $\Delta c_t^d > \Delta y_t^s = ES$。

對消費者而言, 生產力永久下降的情形極為「悽慘」。今天所得下降, 日子難過, 但未來更難過, 因為所得更低。面對如此慘況,「阿達今日雖窮, 但尚能果腹, 如果不儲存一些, 明天只能變成田野餓殍。」換言之, 即使今

天所得下降,但未來所得更低,爲平滑消費,消費者仍會增加儲蓄,這與所得短暫下降的情形截然不同。

既然消費需求及投資需求都下降, 而且消費需求的降幅大於商品供給的降幅, 因此商品市場必然供過於求。如圖所示, 在原利率水準下, 商品需求曲線左移至 $D$ 點的藍線位置, 市場出現 $DS$ 的超額供給。從儲蓄的角度看, 因爲未來所得較低, 消費者的儲蓄意願上升, 故債券市場必然出現超額需求, 這表示資金相對充裕, 利率因之下降 (請自行繪圖補充)。隨著利率下降, **跨期替代效果**使商品供給量自 $S$ 點向 $F$ 點遞減, 而商品需求量, 包括消費及投資, 也隨利率下降自 $D$ 點向 $F$ 點遞增。最後的均衡落於 $F$ 點, 實質利率及產出水準分別降至 $r^F$ 及 $y^F$。

歸納以上分析, 產出之所以下降, 是因爲商品供需都下降, 而利率之所以下降,是因爲商品需求的降幅大於商品供給的降幅,導致商品市場供過於求。產出下降表示消費及投資的加總量也下降。首先,消費的變動取決於兩股力量: 財富效果使消費需求下降, 但利率下降的跨期替代效果使消費需求上升。若財富效果大於跨期替代效果,則均衡消費會下降,反之則上升。正常情形下,消費比較可能下降,因爲利率之所以下降正是源自消費需求巨幅下降之故。其次, 實質利率下降也使廠商的投資意願上升,但這只會抵銷一部份因爲生產力下降對投資需求的影響。事實上,利率下降反映的正是資本的邊際生產力下降,債券具有相對吸引力,資金從商品市場流向借貸市場購買債券,故最後的投資仍會下降。

一旦均衡利率決定了, 我們便可討論勞動市場的變動。圖 17.7(b) 中,原始均衡落於 $E$ 點, 工資率及勞動分別是 $w^*$ 及 $n^*$。生產力下降使勞動需求曲線左移至 $n_t^d(w_t, A')$ 的藍線位置, 而財富效果使勞動供給曲線右移至 $n_t^s(w_t, \rho, x')$ 的虛線位置。請注意,此時的實質利率仍然等於時間偏好率。這顯然不是短期下的最後位置,因爲根據商品市場的分析, 均衡利率下降了, 故跨期替代效果會再使勞動供給曲線左移至 $n_t^s(w_t, r^F, x')$ 的

藍線位置。如圖所示, 在原均衡工資水準下, 勞動市場存在超額供給, 故實質工資率必然下降, 均衡從 $E$ 點移向 $F$ 點。理論上, 勞動的變動方向不能確定。如果財富效果非常明顯, 則勞動可能上升。根據 17.3 節的分析, 生產力永久變動的財富效果與替代效果約略抵銷, 故利率下降是短期下的主要影響力量, 導致均衡勞動下降。

### 動態調整及衝擊反應函數*

衝擊過後的動態調整過程與 Ramsey 模型類似。圖 17.8(a) 中, 生產力永久下降使市場均衡從 $E$ 點移至 $F$ 點, 利率及產出分別降至 $r^F$ 及 $y^F$。圖 (b) 中, 生產力永久下降使 MPK 曲線左移, 新的恆定狀態落於 $G$ 點, 資本存量從 $k^*$ 降至 $k'$。在原利率水準下, 廠商企圖減少 $(k^* - k')$ 的投資量, 但短期下, 商品供過於求, 廠商的期待難以滿足, 市場透過利率下降引導廠商選擇 $k^F > k'$ 的資本存量。簡言之, 調整資本規模是一種漸進的過程, 這種經濟活動只能慢慢來。

廠商帶了 $k_t = k^F < k^*$ 的資本存量進入 $t+1$ 期, 此時的要素生產力仍然是 $A'$。資本存量下降使該期的商品供給左移至 $y^s_{t+1}$ 的藍線位置, 而商品需求曲線右移至 $y^d_{t+1}$ 的藍線位置。請注意, 消費需求的變動已在昨天衝擊發生時充分反映, 因此需求的增加純粹源自廠商的投資需求。既然需求上升而供給下降, 故商品市場存在超額需求, 導致利率上升, 均衡自 $F$ 點移向 $a$ 點。讀者看到, 衝擊當期的市場利率因爲商品供過於求而下降, 但進入次期後, 商品市場出現超額需求, 市場利率開始回升。隨著利率上升, 廠商的最適選擇也從圖 (b) 的 $F$ 點移向 $a$ 點, 資本存量繼續下降。這種調整過程使商品供給曲線持續左移, 而商品需求曲線持續右移, 導致利率持續上升, 直到新的恆定狀態 $G$ 點爲止。因爲恆定資本存量下降, 恆定產出 $y'$ 會低於短期均衡水準 $y^F$。最後, 隨著利率回升, 跨期替代效果使消費逐漸降至最後的恆定水準。

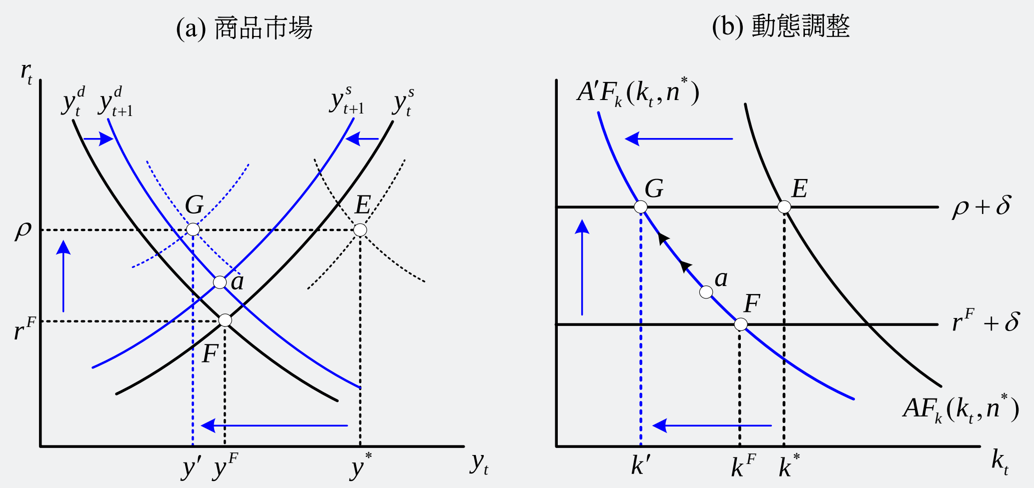



圖 17.8: 資本累積與動態調整: 生產力永久下降

關於勞動市場的調整過程, 讓我們回到前面的圖 17.7(b)。如圖所示, 短期勞動低於恆定水準 $n^*$, 均衡落於 $F$ 點。根據以上的分析, 過渡期間的資本存量下降而利率上升, 前者使勞動需求下降, 而後者使勞動供給上升, 故理論上, 勞動的變化不能確定。假設 $A$ 永久下降的替代效果與財富效果約略抵銷, 則過渡期間影響勞動的主要力量來自利率上升, 導致均衡勞動上升, 最後收斂至 $G$ 點, 對應於恆定水準 $n^*$。細心的讀者會問: 既然過渡期間的勞動持續變動, 則圖 17.8(b) 中的 MPK 曲線豈非也該持續移動? 確實如此, 但這種移動的幅度極小, 圖形只是示意性質, 過程已經夠複雜了, 不需考慮這些細節。

總結以上分析, 圖 17.9 畫出生產力永久下降的衝擊反應函數, 我們用直白爲讀者歸納主要特徵。如圖所示, 這的確是一個令人沮喪的悽慘世界。面對生產力永久下降, 今天所得低, 但未來更低, 爲免將來變成田野餓殍, 消費者即使日子難過, 還是必須勉爲其難的增加儲蓄, 導致實質利率下降。短期下, 財富效果使消費下降 (黑線), 但即使跨期替代效果使其

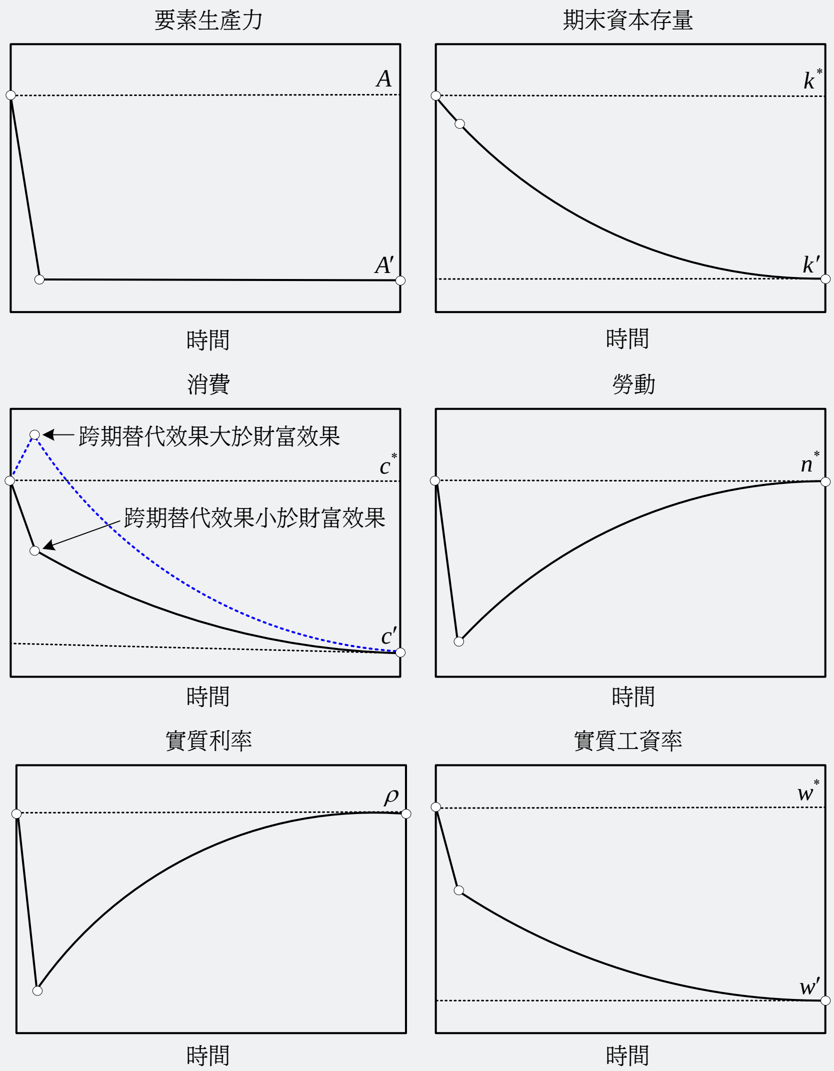



圖 17.9: 衝擊反應函數: 生產力永久下降

短暫上升 (虛線), 最終仍逃不過下降的宿命。所幸, 廠商的投資也下降, 吸收了部分的生產衝擊, 也一定程度抒解了消費者的壓力。即使在這樣的悽慘世界中, 投資變動也能幫助你我平滑跨期消費!

短期下, 生產力及利率下降使勞動下降, 但財富效果使勞動供給上升, 故勞動的變動不能確定。圖中畫出勞動下降的情形。在過渡期間, 利率逐漸回升, 跨期替代效果使勞動上升, 而消費及資本存量下降, 直到最後的恆定狀態。此外, 工資率也隨資本存量下降收斂到較低水準。面對如此慘況, 讀者一定想問: 爲拯斯民於水火之中,「大有爲」的政府難道不該做些什麼? 何妨提振一下內需? 下一章將爲讀者分說, 但開始之前, 我們要考慮另一種供給面衝擊的總體效果。

## 17.6 生產函數平行移動的均衡效果

現實世界中的生產衝擊形形色色, 有些會影響要素生產力, 例如油電價格上漲, 有些則是單純的產出變動, 例如濫伐濫捕導致山產及魚貨量減少, 又例如, 外國實物捐增使本國商品增加。這類衝擊不影響要素生產力, 其效果有如生產函數**平行移動**, 亦即, 商品供給量改變, 但要素生產力不變。假設生產函數可寫成 $y_t = F(k_{t-1}, n_t) + B_t$, 則 $B_t$ 即爲此類生產干擾。我們假設函數 $F$ 具有一階齊次性質。本節要考慮 $B_t$ 永久下降的均衡效果。此類衝擊對總體經濟的影響與生產力衝擊截然不同。

### 恆定狀態

既然是永久性衝擊, 則在分析之前, 我們必須先確定此一干擾對恆定狀態的影響, 否則難以精確得知當下供需會如何變動。很可惜, 除非利用數值方法, 以上的生產設定沒有方便的公式解可供參考, 所幸 $B$ 永久下降的恆定效果類似政府消費永久上升, 我們可以參考 17.3 節的分析, 用直觀思考 $B$ 下降的長期效果。

首先, 對消費者而言, $B$ 永久下降導致恆常所得下降, 透過財富效果, 恆定勞動上升, 而恆定消費下降。其次, 恆定勞動上升使資本的邊際生產力上升, 故恆定資本存量也上升。因爲資本存量及勞動上升而 $B$ 下降, 故

恆定產出 $y = F(k, n) + B$ 的變動無法確定。與原恆定水準比較, 產出可能上升或下降, 但不論如何變動, 消費者的恆常所得必然下降, 否則恆常所得上升, 財富效果會使勞動下降而非上升, 以上推論將自相矛盾。與政府消費增加比較, $B$ 下降使恆常所得下降, 但恆定產出可能上升或下降, 而政府消費永久上升使恆常所得下降, 但恆定產出確定上升。

最後, 資本存量及勞動上升會對 MPL 產生方向相反的影響, 前者使 MPL 上升, 而後者使 MPL 下降, 故工資率的變動方向無法確定, 但因函數 $F(k, n)$ 具有一階齊次性質, 恆定工資率不受 $B$ 變動影響 (爲什麼?)。綜合上述, 生產函數永久平行下移的長期效果是: 資本存量及勞動上升, 產出不確定, 但恆常所得及消費下降, 而實質工資率不變。

### 數學推導: $B$ 變動的恆定效果*

以上結論也可利用數學證明, 我們爲好奇的讀者推導如下, 諸位如果嫌煩, 可直接略過。爲了簡潔, 不考慮無關分析的政府消費, 故各期 $G_t = 0$。首先, 生產函數平行移動不影響要素生產力, 故恆定狀態下的均衡條件 (17.8)-(17.10) 可寫成 (略去變數星號不寫)

$$\frac{u_l(c, 1-n)}{u_c(c, 1-n)} = F_n(k, n), \tag{a}$$

$$F_k(k, n) = \rho + \delta, \tag{b}$$

$$c + \delta k = F(k, n) + B。 \tag{c}$$

分析之前, 我們先利用函數 $F(k, n)$ 的一階齊次性質簡化以上條件。首先, $F(k, n) = nF(k/n, 1) = nf(\tilde{k})$, 其中, $\tilde{k} = k/n$ 是**資本勞動比** (capital-labor ratio), 單位勞動產出 $f(\tilde{k})$ 滿足 $f' > 0, f'' < 0$。其次, 資本及勞動的邊際產出分別是 $F_k(k, n) = f'(\tilde{k})$ 及 $F_n(k, n) = f(\tilde{k}) - \tilde{k}f'(\tilde{k})$。顯然, MPK 及 MPL 也可表示成資本勞動比的函數, 我們在第 14 章 14.7 節也用過此一性質。

根據 (b) 式, 因爲左邊的 $F_k(k,n) = f'(\tilde{k})$ 不受 $B$ 影響, 故 $\tilde{k}$ 與 $B$ 無關, 亦即, 無論 $B$ 如何變動, 資本勞動比恆爲定值, 因此 $B$ 變動必然導致恆定資本存量與勞動同向等比例移動。既然 $\tilde{k}$ 與 $B$ 無關, 則 MPL 或恆定工資率 $w$ 當然也與 $B$ 無關。

綜合上述, (a)-(c) 兩式可分別改寫成

$$u_l(c, 1-n) = w \cdot u_c(c, 1-n), \tag{a}$$

$$c = \phi \cdot n + B, \tag{c}$$

其中, $w = F_n(k,n) = f(\tilde{k}) - \tilde{k} f'(\tilde{k}) > 0$ 及 $\phi = f(\tilde{k}) - \delta\tilde{k} > 0$ 是兩個與 $B$ 無關的正值。請注意, 在恆定狀態下, 常數 $\phi$ 必然大於零, 因爲 (1) $f(\tilde{k})$ 可拆解成 $f(\tilde{k}) = \tilde{k} f'(\tilde{k}) + w$, (2) 根據 (b) 式, $f'(\tilde{k}) = \rho + \delta$, 故

$$\phi = f(\tilde{k}) - \delta\tilde{k} = \left[f'(\tilde{k}) - \delta\right]\tilde{k} + w = \rho\tilde{k} + w > 0。$$

用白話說, $\phi$ 是單位要素所得, 包括資本所得 $\rho\tilde{k}$ 及勞動所得 $w$。

我們想了解 $B$ 變動對恆定消費及恆定勞動的影響。首先, 對 (a) 式全微分, 運算後可得 (請自行驗證)

$$\left[u_{cl} - \frac{u_l}{u_c} u_{cc}\right] dc + \left[\frac{u_l}{u_c} u_{cl} - u_{ll}\right] dn = 0。$$

因爲消費及休閒同爲正常財, 上式左邊的兩個括弧項均爲正值 (見上冊第 5 章)。令 $\theta_1 = u_{cl} - u_l u_{cc}/u_c > 0$, $\theta_2 = u_l u_{cl}/u_c - u_{ll} > 0$, 則上式可寫成 $\theta_1 dc + \theta_2 dn = 0$。其次, 對 (c) 式全微分, $dc = \phi dn + dB$。兩式聯立求解, 得到 $B$ 變動對勞動及消費的恆定效果是

$$\frac{dn}{dB} = \frac{-\theta_1}{\phi\theta_1 + \theta_2} < 0, \qquad \frac{dc}{dB} = \frac{\theta_2}{\phi\theta_1 + \theta_2} > 0。$$

顯然, $B$ 下降會使恆定勞動上升, 而恆定消費下降, 正如前述, 這是財富效果所致。因爲 $\tilde{k} = k/n$ 恆爲定值, 故 $B$ 下降必然會使恆定資本存量上升, 這是因爲恆定勞動上升使 MPK 上升, 導致資本存量上升。

利用以上結果, $B$ 變動對恆定產出 $y = nf(\tilde{k}) + B$ 的影響不難推導。簡單運算後, $B$ 變動的產出效果是

$$\frac{dy}{dB} = f(\tilde{k})\frac{dn}{dB} + 1 = \frac{\theta_2 + \theta_1[\phi - f(\tilde{k})]}{\phi\theta_1 + \theta_2} = \frac{\theta_2 - \theta_1\delta\tilde{k}}{\phi\theta_1 + \theta_2} \gtreqless 0。$$

因爲 $k$ 及 $n$ 的變動方向與 $B$ 相反, 故如前所述, $y$ 的變動方向無法確定, 但恆常所得必然下降。理由很簡單。在恆定狀態下, 消費者的各期所得 $(d + wn)$ 即是他的恆常所得。根據定義, 股利所得是 $d = y - wn - \delta k$, 產出是 $y = nf(\tilde{k}) + B$, 故恆常所得也等於 $n[f(\tilde{k}) - \delta\tilde{k}] + B$ 或 $\phi n + B$, 觀察 (c) 式, 剛好等於恆定消費, 這當然不令人意外。據此, $B$ 變動對恆定消費的影響即是對恆常所得的影響, 亦即, $B$ 下降會使恆常所得下降。最後, 恆定工資率等於 MPL, 當然不受 $B$ 變動影響。

### 當期 (短期) 效果

恆定狀態決定後, 我們即可據以分析 $B$ 永久下降的短期效果。假設經濟社會原來處於恆定狀態, 商品市場的均衡落於圖 17.10(a) 的 $E$ 點, 實質利率及產出水準分別是 $\rho$ 及 $y^*$。站在 $t$ 期, $B$ 永久下降使商品供給曲線左移至虛線位置, 這是直接效果。由前面的分析可知, $B$ 永久下降會產生財富效果, 使勞動供給上升, 導致商品供給曲線再從虛線位置右移, 抵銷部分的直接效果, 最後抵達 $y_t^s(r_t, x', B')$ 的藍線位置。在原利率水準下, 商品供給量下降 $ES$ 單位。

商品需求方面, 財富效果使消費需求下降, 導致商品需求曲線左移至 $D$ 點的虛線位置, 其降幅**必然小於**商品供給的降幅 $ES$。理由與恆定狀態的變動有關。根據前面的分析, 我們知道恆定產出可能上升或下降, 但即使下降, 其降幅**必然小於**當下產出的降幅, 因爲 $B$ 永久下降會使未來資本存量上升, 而今天的起始資本存量仍然等於 $k^*$。換言之, 衝擊當期的商品供給量竟然下降了 $ES$ 之多, 是因爲資本存量還未開始調整。顯然, 消費

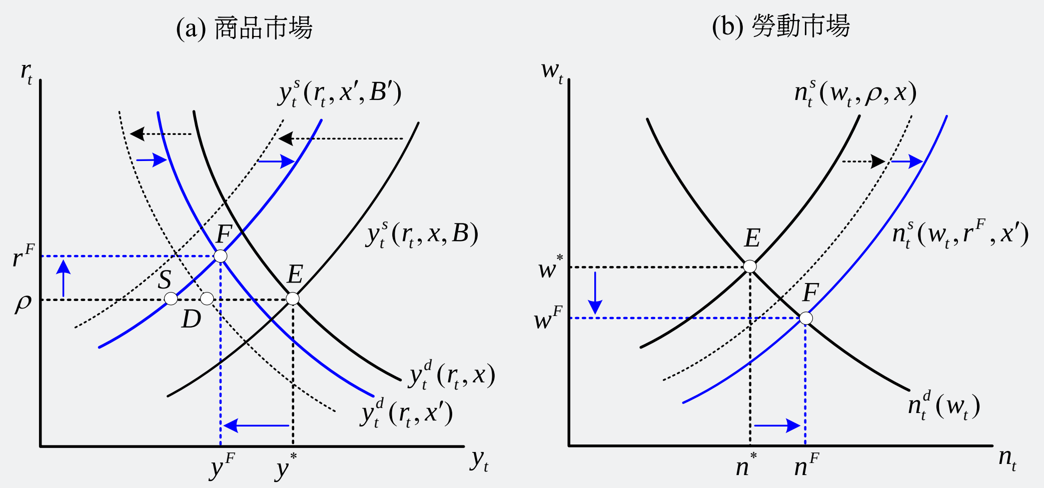



圖 17.10: 當期效果: 生產函數永久平行下移

者的恆常所得及消費需求雖然下降, 但其降幅 $ED$ 必然小於今天產出的降幅, 即 $\Delta c_t^d = ED < ES = \Delta y_t^s$。

讀者看到, 即使尚未考慮廠商的投資需求, 商品市場已經出現了超額需求。用白話說, 這是一個「未來日子辛苦, 但今天更辛苦」的世界, 消費者會減少儲蓄, 企圖挪移一些未來所得到今天消費, 故當下消費雖然下降, 但其降幅會小於當下產出的降幅, 導致商品市場供不應求。商品需求的變化當然不僅於此, 因爲廠商的投資需求也會改變。根據前面的分析, 恆定勞動上升使未來 MPK 上升, 導致廠商的投資需求上升, 故商品需求曲線又會從 $D$ 點位置右移。若投資需求顯著上升, 則這種移動可能使商品需求曲線越過 $E$ 點, 但不論投資需求增加多少, 商品市場篤定出現超額需求。圖中假設最後的商品曲線落於 $y_t^d(r_t, x')$ 的藍線位置。

既然在原利率水準下, 商品市場存在超額需求, 則債券市場必然存在超額供給。如前所述, 這是因爲消費者的儲蓄意願下降, 導致市場資金緊俏, 借貸利率因之上升 (請自行繪圖補充)。隨著利率上升, 最後的均衡落

於 $F$ 點, 實質利率自 $\rho$ 升至 $r^F$, 而產出水準自 $y^*$ 降至 $y^F$。因爲財富效果及利率上升的跨期替代效果均使消費需求下降, 故均衡消費必然下降。利率上升使投資需求下降, 但僅會抵銷部分因爲邊際生產力上升對投資需求的正向影響, 導致均衡投資上升。直觀上, 利率上升反映的正是 MPK 上升使資本存量變得較具吸引力, 資金從債券市場流向商品市場購買資本設備, 故最後的投資仍會上升。

勞動市場的變動相當單純。圖 17.10(b) 中, 勞動需求曲線不受 $B$ 變動影響, 但財富效果使勞動供給曲線右移至虛線位置, 而利率上升又使其繼續右移, 最後落於 $n_t^s(w_t, r^F, x')$ 的藍線位置。在原工資水準下, 勞動市場存在超額供給, 導致工資率下降, 最後的均衡落於 $F$ 點, 實質工資率降至 $w^F$, 而均衡勞動升至 $n^F$。總結以上分析, $B$ 永久下降的短期效果是: 產出及消費下降, 而投資及勞動上升。商品市場因爲供不應求, 導致實質利率上升, 而勞動市場因爲供過於求, 導致工資率下降。

### 衝擊反應函數

圖 17.11 直接畫出 $B$ 永久下降的衝擊反應函數。此例的動態調整分析與前面兩節類似, 讀者請自行嘗試補充, 以下要「看圖說故事」, 用直白爲讀者歸納主要特徵。想像荒島上土人大肆掠奪, 而且 Crusoe 逮到的猴兒食量奇大, 偷吃的椰果特多, 導致可供食用的椰果永久下降。面對如此慘況, Crusoe 會如何回應? 首先, 他可以宰了猴兒以去心頭之患, 但猴兒實在太過可愛, 下不了手。其次, 他可以仿照第 14 章 14.6 節, 將椰果製成「雄三椰彈」對付土人, 但產出已經不夠吃了, 還要自衛, 何況區區幾顆椰彈也發揮不了多少嚇阻作用, 結果敵人未除, 自己可能早已餓斃! 所以此路也不通。剩下的唯有努力生產一途; 原來一天爬樹摘果五小時, 現在他必須投入十小時, 而且永難下降。用理論的術語說, 這是所得永久下降衍生的財富效果, 導致勞動意願永久上升。

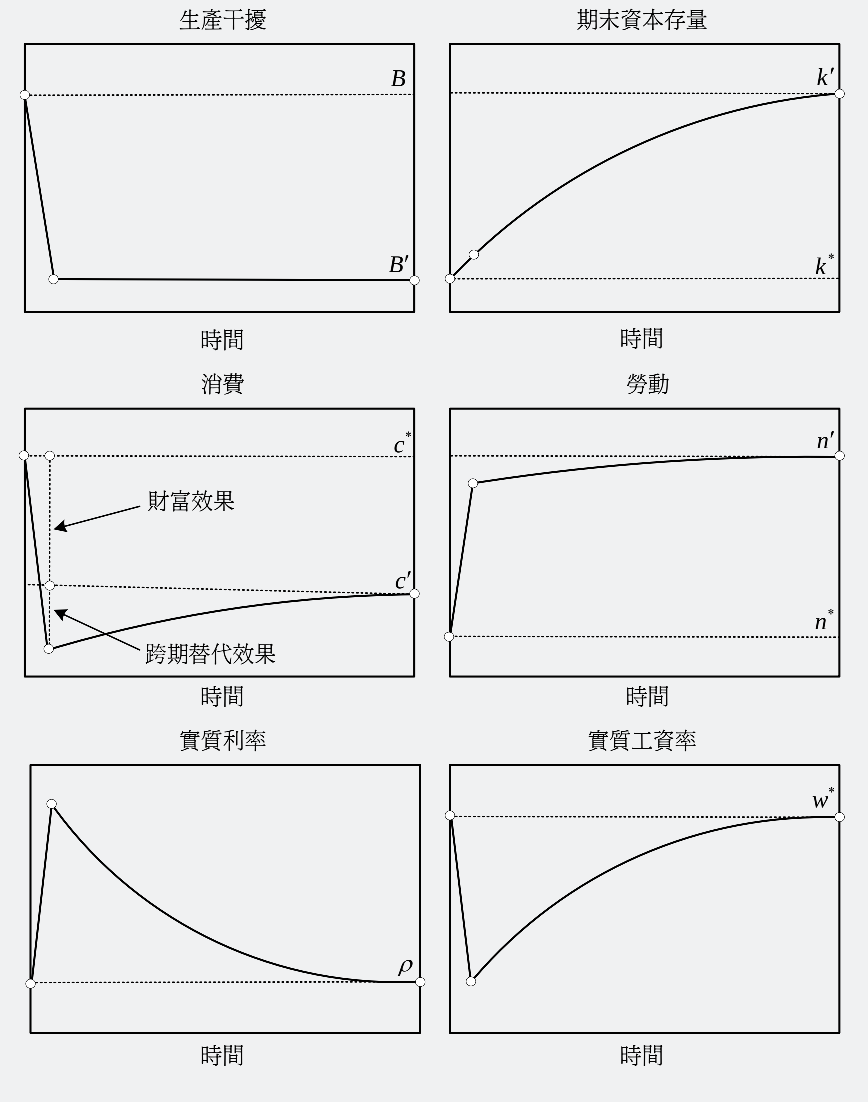



圖 17.11: 衝擊反應函數: 生產函數永久平行下移

既然勞動永久上升, 則對應的邊際產出或影子工資率會下降, 但資本的邊際生產力上升, 導致 Crusoe 的投資意願上升。換言之, 爲了對付猴兒偷吃椰果, Crusoe 不但會增加勞動, 也會增加投資。從另一個角度看,

勞動永久上升使資本的預期邊際產出或影子利率上升, 故 Crusoe 會減少消費以增加投資。站在當下, 因爲利率上升, 而且果種尚未開始累積, 故椰果消費會低於長期恆定水準。用理論的術語說, 財富效果使 Crusoe 的消費需求永久下降, 而短期下, 利率上升的跨期替代效果又會進一步引導 Crusoe 減少消費, 導致短期消費巨幅下降。簡言之, Crusoe 勒緊褲帶, 爲的就是未來能好過一些。隨著果種逐漸累積, 椰果產出增至恆定水準, 影子工資率逐漸回升, 而影子利率也逐漸回降, 透過跨期替代效果, 椰果消費從低點收斂到最後的恆定水準。

從福利的角度看, Crusoe 努力生產, 雖然未來的椰果產量增加, 但產出既被土人掠奪, 又被猴兒偷吃, 他辛苦爬樹摘果, 消費最終仍難逃下降命運, 故效用水準必然下降。釜底抽薪之計, 他或許真該製造「雄三椰彈」對付外敵, 或者乾脆把那隻猴兒給宰了!

以上的「故事」只是一個隱喻, 讀者不必認真。然而現實世界中, 確實有些供給面干擾像極了 Crusoe 的猴兒偷吃椰果, 例如, 地球暖化及濫砍濫伐使自然資源逐漸耗竭。這些問題是政府, 民衆及有志之士共同關切的課題, 在決定如何解決之前, 難道不該先客觀分析這類干擾對經濟社會的影響? 當然, 經濟模型只能提供經濟學的觀點, 以上問題尚有政治, 法律, 社會, 道德, 甚至哲學上的面向。對於這些面向, 作者雖有個人價值偏好, 但在客觀分析時, 還是少說爲妙, 低調一些比較恰當。

### 資本存量與勞動的角色

本節最後要以生產函數永久平行下移爲例, 點出資本及勞動投入在經濟社會中扮演的角色。這兩種生產投入缺一不可, 其中只要一個不能改變, $B$ 永久下降的均衡面貌將會非常不同。

首先, 假設消費者能夠進行跨期勞動選擇, 但資本存量固定不變或根本不存在, 這是上冊第 12 章考慮的模型。讀者應該還記得, 在這樣一個投

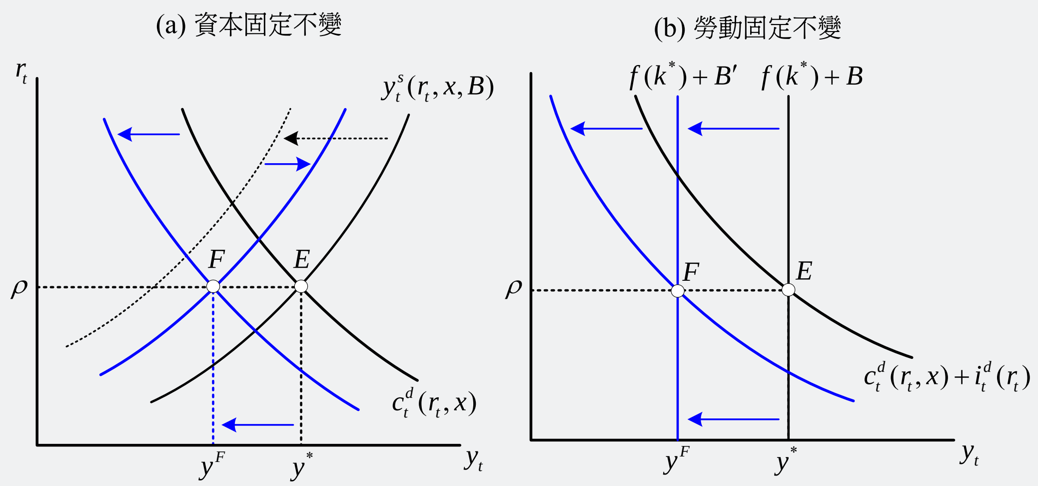



圖 17.12: 當期效果: 生產函數永久平行下移

資機會不存在或資本存量難以調整的世界中, 國民儲蓄等於零, 因此今天和明天的經濟活動是獨立的, 所有外來干擾的影響都會在當下充分反映, 未來的生產完全不受影響。

圖 17.12(a) 是此一經濟世界的供需均衡圖, 其中, 商品供給與 RBC 模型相同, 是實質利率的正向函數, 但商品需求僅包括消費需求, 投資需求不存在或固定不變。我們不考慮政府消費支出。當 $B$ 永久下降時, 商品供給曲線左移至虛線位置, 但財富效果使勞動供給增加, 又會使其右移至藍線位置。在原利率水準下, 商品供給量下降 $EF$ 單位。因爲資本存量固定不變, $EF$ 即是消費者各期所得或恆常所得的下降幅度, 故消費需求也會下降 $EF$ 單位。顯然, 原來的均衡利率仍然是市場結清利率, 均衡直接從 $E$ 點移至 $F$ 點, 產出與消費等幅下降。在勞動市場中 (請自行繪圖補充), 生產函數永久平行下移不影響勞動需求, 但財富效果使勞動供給曲線右移, 導致均衡工資率下降, 均衡勞動上升。因爲資本存量固定不變, 各期勞動上升, 而各期消費與產出等幅下降。

圖 17.12(b) 是 Ramsey 模型的供需均衡圖, 因爲勞動固定不變, 商品供給與利率無關, 但商品需求與 RBC 模型相同, 包括消費需求及投資需求。$B$ 永久下降使商品供給線左移至藍線位置, 產出下降 $EF$ 單位。因爲勞動固定不變, 此一衝擊不影響廠商的投資需求, 因此 $EF$ 即是消費者各期所得或恆常所得的下降幅度, 導致消費需求等幅下降。顯然, 原來的均衡利率仍然是市場結清利率, 均衡直接從 $E$ 點移至 $F$ 點, 投資不變, 消費與產出等幅下降。在 Ramsey 模型中, 國民儲蓄可以調整, 但面對生產函數永久平行下移, 因爲均衡利率及投資不變, 未來的生產不受影響, 故各期消費與產出等幅下降。

在以上兩個極端的世界中, 生產函數永久平行下移的均衡效果極爲相似: 均衡利率不變, 各期消費與產出等幅下降。此一結論與 RBC 模型截然不同。在 RBC 模型中, $B$ 永久下降使恆定勞動上升, 導致廠商的投資需求也上升。在 Ramsey 的世界中, 因爲勞動固定不變, 此一管道不存在, 而在資本固定不變的世界中, $B$ 下降雖使勞動上升, 但經濟社會缺少儲蓄或投資管道挪移跨期產出。讀者看到, 資本及勞動投入在 RBC 模型中的重要性, 只要少了一個, 均衡特徵將極爲不同。

## 17.7 隨機實質循環模型*

本章最後要簡單介紹不確定情形下的實質循環模型。模型初看頗爲嚇人, 但均衡特徵與非隨機模型相同, 模型設定也與第 15 章的隨機 Ramsey 模型無異。爲了簡潔, 我們僅考慮隨機的生產衝擊。

讓我們從代表性決策者的角度切入不確定情形下的選擇問題。站在任何 $t$ 期, Crusoe 不知道明天究竟會天晴還是天雨, 除了期初資本存量 $k_{t-1}$ 外, 他唯一能夠觀測的變數是今天的天氣狀況 $A_t$。給定 $A_t$, Crusoe 利用已知的條件機率分配 $\psi(A_{t+1}|A_t) = \text{Prob}(A_{t+1}|A_t)$ 預測未來的生產

衝擊。依循往例, 假設 $\{A_t \in \mathcal{R}^{++}\}_{t=1}^{\infty}$ 是一個定態的正值隨機過程, 故極限分配或不變分配 $\Psi(A_t) = \text{Prob}(A_t)$ 永遠存在。此外, $A_t$ 可以是連續或離散的隨機變數, 我們不做特別限制。

站在 $t = 1$, 給定起始資本存量 $k_0$ 及已知資訊 $A_1$, Crusoe 追求預期終身效用極大, 其跨期選擇問題是

$$\begin{aligned} &\max_{\{c_t, k_t, n_t\}_{t=1}^{\infty}} \quad E\left[\sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} u(c_t, 1-n_t) \,\middle|\, k_0, A_1\right] \\ &\text{subject to} \quad c_t + [k_t - (1-\delta)k_{t-1}] = A_t F(k_{t-1}, n_t),\ \forall t。\end{aligned}$$

仿照第 15 章的推導過程, 令 $k$ 及 $k'$ 分別表示期初及期末資本存量, $A$ 及 $A'$ 分別表示當期及下期生產干擾, 則上述問題的**價值函數** $V(k, A)$ 滿足以下**貝氏方程式**:

$$\begin{aligned} V(k, A) = \max_{\{c, k', n\}} \quad & u(c, 1-n) + \beta E[V(k', A') \mid k, A] \\ \text{subject to} \quad & c + [k' - (1-\delta)k] = AF(k, n)。\end{aligned}$$

上述問題中, Crusoe 利用已知的條件機率分配 $\psi(A'|A)$ 計算期末資本存量 $k'$ 的預期效用, 即

$$E[V(k', A') \mid k, A] = \int_{A'} V(k', A') \, d\psi(A'|A)。$$

利用資源限制式將 $c$ 代掉, 並對 $n$ 及 $k'$ 微分, 一階條件是

$$u_l(c, 1-n) = u_c(c, 1-n) A F_n(k, n), \tag{17.15}$$

$$u_c(c, 1-n) = \beta E[V_k(k', A') \mid k, A]。 \tag{17.16}$$

(17.15) 式是消費與休閒之間的最適邊際條件, 與確定情形下的 (17.5) 式完全相同。這當然不令人意外, 因爲當下消費與當下休閒之間的取捨不涉

及對未來的預期。(17.16) 式要求投資的效用成本 $u_c(c, 1-n)$ 等於投資的預期邊際報酬 $\beta E[V_k(k', A') \mid k, A]$。

給定 $k$ 及 $A$, 以上兩式共同決定投資的策略函數 $k' = g(k, A)$ 及勞動的策略函數 $n = h(k, A)$。利用資源限制式, 消費的策略函數是

$$c(k, A) = AF[k, h(k, A)] + (1-\delta)k - g(k, A)。$$

將以上的策略函數代回貝氏方程式, 並對 $k$ 微分, 可得 (爲了簡潔, 略去邊際效用及邊際產出的引數不寫。此外, 假設策略函數也可微。)

$$\begin{aligned} V_k(k, A) = \; & u_c \cdot [AF_k + (1-\delta) + AF_n \cdot h_k(k, A) - g_k(k, A)] - \\ & u_l \cdot h_k(k, A) + \beta E[V_k(k', A') \mid k, A] \cdot g_k(k, A) \\ = \; & u_c \cdot [AF_k + (1-\delta)] + \{u_c \cdot AF_n - u_l\} \cdot h_k(k, A) + \\ & \{\beta E[V_k(k', A') \mid k, A] - u_c\} \cdot g_k(k, A) \\ = \; & u_c(c, l)\,[AF_k(k, n) + (1-\delta)]。 \end{aligned}$$

根據一階條件 (17.15)-(17.16), 第二個等式的最後兩項等於零, 得到最後一式。顯然, 期初資本存量的邊際價值 $V_k(k, A)$ 即是邊際產出 $AF_k(k, n)$ 及殘餘資本 $(1-\delta)$ 的效用價值。這是讀者熟悉的**包絡性質**。

上式對任意 $t$ 期均成立, 代回 (17.16) 式的 $V_k(k', A')$, 可得

$$u_c(c_t, l_t) = \beta E\left[ u_c(c_{t+1}, l_{t+1})\,[A_{t+1}F_k(k_t, n_{t+1}) + (1-\delta)] \,\middle|\, k_{t-1}, A_t \right]。$$

讀者對上式的直觀意義當不陌生。站在 $t$ 期, Crusoe 不知道未來的生產衝擊 $A_{t+1}$, 給定已知資訊 $A_t$, 他利用條件機率分配 $\psi(A_{t+1}|A_t)$ 預測投資的預期報酬。上式初看頗爲嚇人, 但除了考慮條件預測外, 背後直觀與確定情形下的均衡條件 (17.6) 完全相同。綜合上述, 隨機 RBC 模型的均衡條件與確定情形下的 (17.5)-(17.7) 三式並無不同。

### 特例: 公式解

隨機 RBC 模型在特殊情形下存在公式解, 而且解的特徵與 Ramsey 模型極爲相似。假設 (1) 效用函數是對數形式: $u(c,l) = \ln c + \ln l$; (2) 生產函數是 Cobb-Douglas 形式: $y = Ak^{\alpha}n^{1-\alpha}, \alpha \in (0,1)$; (3) 資本折舊率 $\delta = 1$; (4) 生產衝擊 $A_t$ 前後期無關, 亦即, 無論今日天晴或天雨, 明天 $A_{t+1}$ 發生的機率不受影響, 換言之, 條件機率 $\psi(A_{t+1}|A_t)$ 與 $A_t$ 無關, 故 $\psi(A_{t+1}|A_t) = \Psi(A_{t+1})$。

仿照第 15 章的步驟, 讓我們臆測價值函數可寫成以下形式:

$$V(k,A) = \pi_1(A) + \pi_2(A)\ln k。 \tag{17.17}$$

上式中, $\pi_1(A)$ 及 $\pi_2(A)$ 是兩個待解的未知函數。根據資源限制式, 均衡消費是 $c = y - k'$, 故一階條件 (17.16) 式可寫成

$$\frac{1}{y-k'} = \beta E\left[\frac{\pi_2(A')}{k'}\,\middle|\, k,A\right] = \frac{\beta E[\pi_2(A') \mid k,A]}{k'} = \frac{\beta E[\pi_2(A')]}{k'}。$$

在以上的運算過程中, 雖然資本存量 $k'$ 的最終解仍然未知, 但我們知道 $k'$ 的策略函數 $g(k,A)$ 是 $k$ 及 $A$ 的函數, 故 $k'$ 可從條件均值運算中提出, 得到第二個等式。其次, 因爲 $A'$ 的發生機率與 $A$ 及 $k$ 無關, 故條件均值 $E[\pi_2(A') \mid k,A]$ 可用非條件均值取代, 得到最後一個等式。上式移項整理後, $k'$ 及 $c$ 的解分別滿足

$$k' = \phi y, \quad c = y - k' = (1-\phi)y, \quad 其中, \quad \phi = \frac{\beta E[\pi_2(A')]}{1+\beta E[\pi_2(A')]}。$$

在本例中, 投資 $k'$ 及消費 $c$ 是產出的固定比例, 此一特徵與 Ramsey 模型的公式解相同 (見第 15 章)。請注意, 常數 $\phi$ 仍然未知, 但無論等於多少, $\phi$ 必然與 $A$ 無關。

至此, 我們尚未考慮一階條件 (17.15) 式。利用假設的效用函數及生產函數, (17.15) 式可寫成

$$\frac{u_l}{u_c} = AF_n(k,n) \quad \Rightarrow \quad \frac{c}{1-n} = \frac{(1-\alpha)y}{n}。$$

將 $c = (1-\phi)y$ 代入上式, 消去 $y$ 並移項整理, 最適勞動滿足

$$n = \frac{(1-\alpha)}{(1-\alpha)+(1-\phi)}。$$

這還不是勞動的最終解, 因為常數 $\phi$ 仍然未知, 但不論 $\phi$ 等於多少, 均衡勞動必然與 $A$ 及 $k$ 無關。背後直觀容後再敘。

根據貝氏方程式, 本例的價值函數滿足

$$V(k,A) = \ln c + \theta\ln(1-n) + \beta E[\pi_1(A') + \pi_2(A')\ln k' \mid k, A]。$$

將 $k' = \phi y, c = (1-\phi)y$ 及最適勞動 $n$ 代回上式, 運算後 (稍微繁瑣, 但不難), 價值函數可化簡成

$$V(k,A) = [常數 + \ln A] + \alpha\{1+\beta E[\pi_2(A')]\}\ln k。$$

上式中, 截距項中的常數與 $A$ 及 $k$ 無關。

若 (17.17) 式關於價值函數的起始臆測為真, 則上式必須與 (17.17) 式全等, 亦即, 截距項 $\pi_1(A) = 常數 + \ln A$, 而斜率項 $\pi_2(A)$ 滿足

$$\pi_2(A) = \alpha\{1+\beta E[\pi_2(A')]\}。$$

讀者在第 15 章也見過此一條件。因為右邊的無條件均值 $E[\pi_2(A')]$ 與 $A$ 無關, 故函數 $\pi_2(\cdot)$ 雖然未知, 但必然為一**常數函數**, 亦即, 無論 $A$ 或 $A'$ 如何變動, $\pi_2(\cdot)$ 恆為定值, 因此 $\pi_2(A) = \pi_2(A') = \pi_2$。代回上式, 運算後可得 $\pi_2 = \alpha/(1-\alpha\beta)$。據此, 常數 $\phi$ 的解是

$$\phi = \frac{\beta\pi_2}{1+\beta\pi_2} = \alpha\beta \in (0,1)。$$

利用以上結果, 勞動的最終解或策略函數是

$$n = h(k, A) = \frac{(1-\alpha)}{(1-\alpha)+(1-\alpha\beta)}。$$

觀察上式, 最適勞動選擇與 $\{A, k\}$ 無關, 此一結果讀者應該已經相當熟悉。簡言之, $A$ 或 $k$ 上升產生財富效果, 使勞動意願下降, 而替代效果使勞動意願上升, 因此勞動的變動方向無法確定, 但在本例中, 以上兩個效果剛好抵銷, 故最適勞動選擇不受影響。這是本例的特殊之處, 不但恆定狀態時成立 (見 (17.12) 式), 非恆定狀態時也成立。

價值函數的截距項 $\pi_1(A)$ = 常數 + $\ln A$。就分析目的而言, 這已經足夠, 但爲求完整並方便參考, 以下是函數 $\pi_1(A)$ 的最終形式。外觀醜陋, 但運算過程與第 15 章相同, 請自行補充。

$$\pi_1(A) = \frac{1}{1-\beta}\left[\ln(1-\alpha\beta) + \frac{\alpha\beta\ln(\alpha\beta)}{1-\alpha\beta} + \varphi + E(\ln A)\right] + \left[\ln A - E(\ln A)\right],$$

其中, $\varphi = \ln(1-n) + (1-\alpha)\ln n$。最後, 投資的最終解是 $k' = \alpha\beta A k^{\alpha} n^{1-\alpha}$, 消費是 $c = (1-\alpha\beta)Ak^{\alpha}n^{1-\alpha}$。以自然對數表達, 投資的最終解或策略函數也可寫成

$$\ln k_t = [\ln(\alpha\beta) + (1-\alpha)\ln n] + \alpha \ln k_{t-1} + \ln A_t, \quad A_t \sim \Psi(A_t)。$$

除截距項稍有不同外, 上式與 Ramsey 模型的解相同, 亦即, $\{\ln k_t\}_{t=1}^{\infty}$ 是一個定態的一階自我相關過程。相關討論請見第 15 章, 不再重複。

### 理論預測與實證特徵

任何理論最終都要面對資料的試煉, RBC 模型當然不例外。本章最後要對 RBC 模型進行數值模擬, 並與台灣及美國的實證特徵比較。讀者將發現, RBC 模型能夠捕捉實際景氣波動的基本特徵, 但也有不足之處。這些不足爲我們指出模型有待斟酌或改進之處。

爲了求算 RBC 模型的數值解, 我們必須先設定模型的生產技術, 主觀偏好及隨機環境。首先, 假設生產函數是 $y_t = A_t k_{t-1}^{\alpha} n_t^{1-\alpha}$, $\alpha \in (0,1)$, 效用函數是文獻中經常採用的 CRRA 形式:

$$u(c_t, l_t) = \frac{c_t^{1-\gamma}}{1-\gamma} - \frac{\theta(1-l_t)^{1+\sigma}}{1+\sigma},\ \ \gamma, \sigma, \theta > 0。$$

當 $\gamma = 1$ 時, 消費的效用退化成 $\ln c_t$。根據一階條件 (17.2) 式, 參數 $1/\gamma$ 是消費的跨期替代彈性; $\gamma$ 的值越大, 消費對利率變動的反應越遲鈍。根據一階條件 (17.2a) 式, 參數 $1/\sigma$ 是勞動的利率及工資彈性; $\sigma$ 的值越大, 勞動對利率及工資率變動的反應越遲鈍 (見習題 2)。以上兩個參數是影響 RBC 模型隨機特徵的關鍵因素。

遵循文獻的通常設定, 假設生產衝擊 $\{\ln A_t\}_{t=1}^{\infty}$ 是一個定態的一階自我相關過程:

$$\ln A_t = \rho_A \ln A_{t-1} + \epsilon_t, \quad \rho_A \in [0,1),\ \epsilon_t \sim N(0, \sigma_\epsilon^2)。$$

實證研究顯示生產衝擊具有正向自我相關, 故 $\rho_A \geq 0$。顯然, $\rho_A$ 的值越大, 隨機干擾 $\epsilon_t$ 的影響時間也越久。爲了簡單, 我們假設 $\ln A_t$ 的非條件均值 $E(\ln A_t) = 0$。此一假設不影響模型的動態性質。綜合上述, $\ln A_t$ 的極限分配是 $N(0, \sigma_\epsilon^2/(1-\rho_A^2))$。

求解之前, 我們還必須設定幾個參數值。首先, 台灣及美國的平均實質利率約爲每年 3%, 故時間偏好率 $\beta = 0.97$。參數 $\gamma$ 及 $\sigma$ 沒有一致接受的估計值, 遵循一般設定, 我們令 $\gamma = 1$, 亦即, 消費的利率或跨期替代彈性等於一。此外, 假設 $\sigma = 2$, 這表示勞動的利率及工資彈性等於 0.5。根據資料, 台灣及美國的資本份額約爲 40%, 故 $\alpha = 0.4$。最後, 假設資本存量每年以 8% 耗損, 故 $\delta = 0.08$。遵照一般校準步驟, 我們調整 $\theta$ 參數值以保證恆定勞動 $n^* = 0.2$, 亦即, 平均勞動工時約爲時間稟賦的 20%, 這也是文獻的通常假設。

表 17.1: 景氣波動 – 理論模擬與實證特徵

| | 台灣 | | | 美國 | | | 理論模擬 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 變數 | $\sigma_x/\sigma_y$ | $\rho_{xy}$ | AR(1) | $\sigma_x/\sigma_y$ | $\rho_{xy}$ | AR(1) | $\sigma_x/\sigma_y$ | $\rho_{xy}$ | AR(1) |
| 實質 GDP | 1 | 1 | 0.77 | 1 | 1 | 0.87 | 1 | 1 | 0.32 |
| 民間消費 | 0.77 | 0.63 | 0.79 | 0.80 | 0.88 | 0.88 | 0.43 | 0.65 | 0.92 |
| 民間投資 | 3.78 | 0.66 | 0.81 | 4.62 | 0.92 | 0.86 | 2.89 | 0.96 | 0.17 |
| 勞動工時 | 0.70 | 0.61 | 0.62 | 0.28 | 0.74 | 0.77 | 0.26 | 0.91 | 0.14 |
| 實質工資 | 1.10 | 0.61 | 0.54 | 0.82 | 0.43 | 0.86 | 0.77 | 0.99 | 0.43 |
| 實質利率 | 1.80 | −0.32 | 0.91 | 1.98 | −0.05 | 0.93 | 1.30 | −0.19 | 0.88 |

關於生產衝擊, 我們假設 $\rho_A = 0.2$, $\sigma_\epsilon = 0.01$, 這表示生產干擾的持續期間極爲短暫, 大約兩期結束, 而 $\ln A_t$ 的波動幅度 (以一個標準差衡量) 約爲 $\sqrt{\sigma_\epsilon^2/(1-\rho_A^2)} = \sqrt{0.01^2/(1-0.2^2)} \cong 1.02\%$。給定以上參數設定, 我們即可利用第 15, 16 兩章介紹的動態規劃法或線性近似法求算模型的均衡解, 這兩種方法的數值差異不大。本節利用動態規劃法求解, 相關細節請參考第 15 章的介紹。得到均衡解後, 我們即可據以進行隨機模擬, 並計算理論模型的各級統計動差。

表 17.1 列示 RBC 模型的數值模擬結果及 1975:1-2016:4 期間, 台灣及美國景氣波動的實證特徵, 資料頻率是季。關於資料, 兩國的實質 GDP, 民間消費及投資均以連鎖價格平減。民間投資部分, 台灣僅包括固定投資, 美國因資料受限, 民間投資還包括存貨變動。台灣的勞動工時及實質工資率以工業部門人均每月工時及平均月薪衡量, 美國則是非農部門人均每週工時及週薪。台灣的實質利率以基準貸放利率減物價膨脹率計算, 美國則是三個月國庫券利率減物價膨脹率。除利率外, 以上資料均經過季節調整, 並以 HP 濾波器計算短期波動。針對模擬序列及實際資料, 我們分別計算變數 $x$ 與實質 GDP 的相對標準差 $\sigma_x/\sigma_y$, 同期相關係數 $\rho_{xy}$ 及各變數的一階自我相關係數 AR(1)。

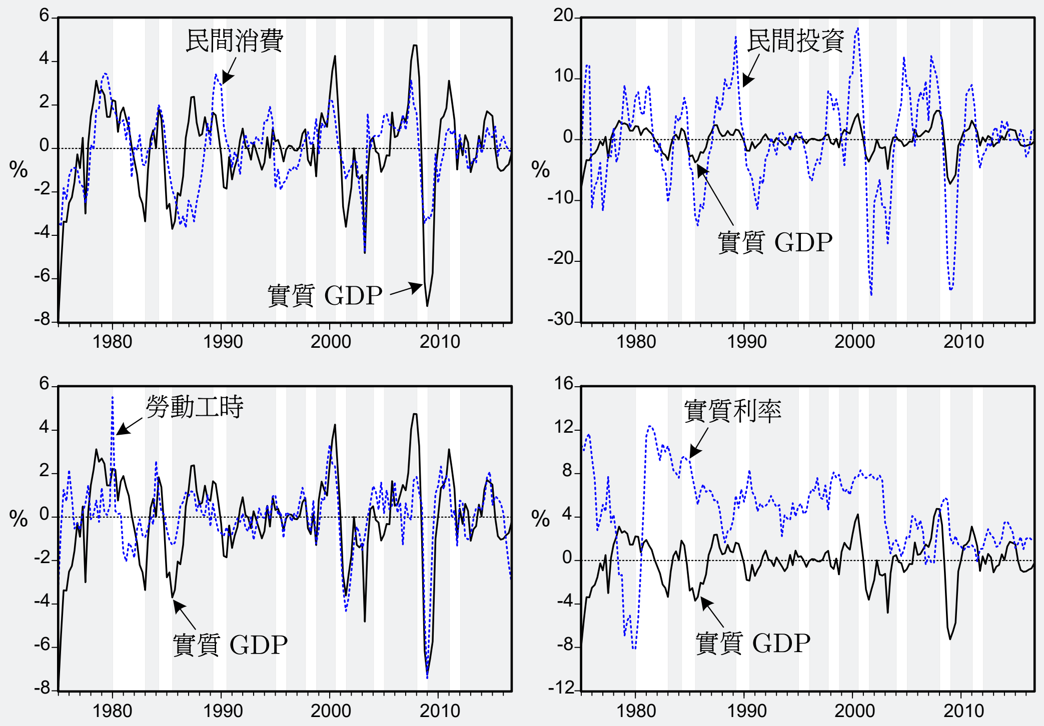



圖 17.13: 台灣的景氣波動: 1975:1 – 2016:4

爲方便參考, 圖 17.13 畫出台灣相關變數的 HP 波動序列, 反白區域是經發會認定的景氣衰退期間。美國的序列大同小異, 爲節省篇幅, 略去不畫。以下分別針對景氣波動的相對震幅, 同期相關及持續性, 歸納 RBC 模型的實證表現。

- 相對波動幅度: $\sigma_x/\sigma_y$

  在景氣波動過程中, 民間投資的波動最爲劇烈, 實質產出次之, 民間消費則最爲平穩。表 17.1 中, 台灣民間消費及投資的標準差各爲實質 GDP 的 77% 及 3.8 倍, 美國則是 80% 及 4.6 倍。兩國的實證特徵相近, 但美國的投資波動更爲明顯, 這不令人意外, 因爲美國的投資序列包括波

動劇烈的存貨變動。根據數值模擬, RBC 模型大抵能夠捕捉以上現象。如表 17.1 所示, 投資的標準差約爲產出的 3 倍, 與實際資料接近, 但消費太過平穩了, 其波動僅爲產出的 43%。爲什麼消費的波動幅度比理論預測劇烈? 這是文獻中的熱門研究主題, 稱爲**消費過度波動** (excess volatility of consumption) 之謎。

針對以上現象, 有人認爲金融市場震盪劇烈, 故利率及股價等資產價格的波動是導致實際消費過度波動的主因。這種看法雖有道理, 但仍然存在盲點。在樣本期間, 利率的波動的確比實質 GDP 劇烈, 台灣是 1.8 倍, 美國將近 2 倍, 而根據理論模擬, 利率的波動也高達產出的 1.3 倍, 低於實際資料, 但差異不大。顯然, 消費之所以過度波動應該還有其他更細緻的原因。讀者知道, 整體經濟透過儲蓄及投資平滑跨期消費, 理論消費的波動幅度之所以太小, 可能是因爲模型中的儲蓄及資本累積等傳導機制太過「完美」了。以下爲讀者點出幾個思考方向。

第一, 現實世界中, 某些消費者可能是「凱因斯的信徒」, 其消費僅受短期所得的影響。若經濟社會充斥此類**短視消費者** (myopic consumers), 則消費的波動自然較爲劇烈。文獻中有些研究混合短視及前瞻消費者, 試圖以此解釋消費過度波動的現象。這種作法無可厚非, 但作者認爲有「偷懶」之嫌! 消費者爲什麼會「短視」? 這總要給個說法; 武斷的假設實難令人信服。

第二, 消費者透過金融中介進行儲蓄, 如果金融市場不完整, 例如, 存在借貸限制, 則消費者平滑消費的能力也將受限。經濟社會若充斥此類**流動性受限消費者**, 則消費的波動自然較大。這是一個比較可以接受的理由, 但學者 Robert Townsend 的研究發現 (見上冊第 8 章 8.4 節), 在金融市場不完備的經濟社會中, 如印度南部的三個落後農村, 家戶仍有平滑消費的能力! 此一問題值得進一步思索。

第三, 在隨機環境中, 消費者必須根據有限的資訊預測利率或資產報酬率, 若**資訊不完全** (incomplete information), 則即使消費者能夠「理性預期」, 消費也會過度波動。針對此一管道, 晚近有些學者提出有趣的**有限參與模型** (limited participation model)。在此類模型中, 資訊不完整及不對稱導致消費者無法即時進入借貸市場, 他們必須利用過時的資訊進行預測。從平滑消費的角度看, 此一管道導致消費者的流動性受到限制, 故消費的波動也會相對劇烈。

RBC 模型在勞動市場中的表現一直是學界攻擊的目標。表 17.1 中, 美國的勞動工時及工資率的波動分別是實質 GDP 的 28% 及 82%, 而理論模擬分別是 26% 及 77%, 幾乎正中紅心! 台灣的情形比較不理想。在樣本期間, 勞動工時的波動是實質 GDP 的 70%, 而工資率是 1.1 倍。與理論預測比較, 兩者的波動幅度都太大了。什麼原因使台灣的勞動市場特別「活潑」? 這問題值得進一步探究。

- 同期相關程度: $\rho_{xy}$

民間消費及廠商投資在景氣波動過程中與實質產出同向變動, 這是各國景氣波動的定型特徵。圖 17.13 淸楚顯示, 台灣的民間消費及民間投資幾乎與實質產出亦步亦趨, 在樣本期間, 消費與實質 GDP 的相關係數是 0.63, 投資是 0.66, 美國更高, 分別是 0.88 及 0.92。以上現象不令人意外, 因爲面對生產力衝擊, 這正是 RBC 模型預測的結果。事實上, 根據數值模擬, 消費與產出的相關係數是 0.65, 與台灣的 0.63 幾乎相等, 但低於美國的 0.88。投資與產出的相關係數是 0.96, 與美國的情形接近, 但高於台灣的 0.66。以上結果顯示: 資料變異中有相當比例能被生產面干擾解釋, 這是影響台灣及美國景氣波動的關鍵因素。平心而論, 理論模型仍有改善空間, 但一個高度綜合及簡化的模型能夠有這樣的表現已經不容易了。

利率與產出的相關性是文獻關注的另一個焦點。在樣本期間, 美國的利率與產出幾乎沒有相關性, 但仍爲負值, 台灣則是 −0.32。進一步觀察, 此一負向相關主要反映 1990 年代中期以前的情形 (見圖 17.13)。若樣本期間是 1995:1 – 2016:4, 則相關性降爲 −0.04, 與美國的情形接近。以上現象不難解釋。根據本章的分析, 利率與產出的相關性取決於衝擊的持續性; 短暫生產力衝擊使利率與產出反向變動, 而永久衝擊使兩者同向變動。現實世界中, 生產衝擊時而短暫時而持久, 故利率與產出僅呈現微弱負相關。根據理論模擬, 因爲生產衝擊的自我相關係數是 $\rho_A = 0.2$, 影響期間極爲短暫, 故利率與產出反向變動, 相關係數是 −0.19, 與台灣的實證特徵接近。若令 $\rho_A = 0.28$, 則衝擊相對持久, 此時的相關係數爲 −0.05, 與美國的情形相符。

理論模型在勞動市場中的表現並不像一般認爲的那麼令人沮喪。模擬結果顯示, 勞動工時及工資率與產出的相關係數各爲 0.91 及 0.99。在樣本期間, 這兩個變數也與實質 GDP 同向相關, 台灣是 0.61, 而美國是 0.74 及 0.43。比較模擬結果及實證特徵, 理論模型雖有改善空間, 但與實際情形已經相去不遠。

- 持續性: AR(1)

根據理論模擬, 實質產出的自我相關係數是 0.32, 明顯低於台灣的 0.77 及美國的 0.87。事實上, 除消費及實質利率外, 其他變數的自我相關係數都明顯低於實際資料。顯然, 生產衝擊必須具有相當的持續性, 理論模型才能捕捉或複製景氣波動的自我相關。生產衝擊的持續性究竟有多高? 這是一個頗具爭議性的問題。有些學者指出, 類似油價波動這類生產干擾並非真實的供給面衝擊, 因爲其中也反映需求面的干擾。我們需要更細緻的模型, 例如納入原油或中間投入市場, 才能更合理的解釋實際景氣波動。此一問題有待進一步思考。

關於持續性, 以上結果也表示理論模型中的傳導機制有待斟酌。在基準 RBC 模型中, 除消費者的跨期替代管道外, 唯一的傳導機制是資本累積; 透過廠商投資, 經濟社會將衝擊的影響傳導至未來。顯然, 此一管道無法產生足夠的持續性。文獻中存在其他的傳導機制。舉其大者而言, 諾貝爾獎得主 Finn Kydland 及 Edward Prescott 曾經提出著名的**耗時投資模型** (見第 13 章習題)。在此一模型中, 廠商投資需要時間, 因爲面對的風險及利息成本較高, 故投資活動會變得較爲遲緩, 而外生衝擊的影響也會較爲持久。

另一個傳導機制是學者 Timothy Cogley 及 James Nason 提出的**勞動窖藏模型** (labor hoarding model)。Cogley 及 Nason 指出, 廠商不會輕易資遣或解雇員工, 因爲必須面對不同形式的成本。所謂「養兵千日, 用在一時」, 面對經濟衰退, 廠商會選擇窖藏勞動力, 等到景氣熱絡時才「狠操」一番。這種窖藏行爲會使外生衝擊的影響傳導至未來。除勞動窖藏外, 廠商也可視景氣榮枯選擇不同的**資本利用率** (見第 13 章習題), 這也會影響景氣波動的持續性。

RBC 模型仍在發展當中, 我們不可能一一爲讀者介紹。文獻中, 勞動市場是學界攻擊 RBC 模型的火力焦點。例如, RBC 模型無法解釋失業, 因爲模型中的勞動變數是工作時間, 不是許多人認爲更重要的就業人口或失業人口。這是一個中肯的批評。針對此一批評, 學者 Gary Hansen 及 Roger Rogerson 曾經提出著名的**勞動不可分割模型** (indivisible labor model)。所謂勞動不可分割, 意指工時不能無限切割, 除非受雇於 Google, 可以自由選擇工作時間在家上班, 多數廠商僅會接受半天或全天的工時安排, 這種定量的整包交易 (lumpy transaction), 即是勞動不可分割。此一模型可以解釋爲什麼有人失業, 有人就業, 而且工時各不相同, 詳細內容已超出本書範圍, 讀者請參考其他文獻。

在 RBC 模型中, 勞動是最適選擇的結果, 有些學者認爲這種看法過於天真。這些學者質疑: 現實世界裡的消費者真是如此嗎? 凱因斯學派大將 Franco Modigliani (1985 年諾貝爾獎得主) 就曾經挖苦說: 「如果就業是最適選擇的結果, 那麼, 那些在大恐慌期間的失業者大概特別喜歡休閒!」這當然是諷刺之詞, 但不可諱言, RBC 模型對勞動市場的處理確實過於粗糙。晚近的新興凱因斯學派強調市場存在**調節失靈問題** (coordination failure), 而獨佔性競爭廠商的定價行爲也會使工資及物價不易調整。因爲價格不易變動, 外生衝擊的影響會反映在就業或產出等數量變數的波動上。關於新興凱因斯學派模型, 以後再介紹。

有關勞動市場的另一個有趣發展是**搜尋模型** (search model)。此一模型強調就業媒合是一個動態的搜尋過程。例如, 面對一個「食之無味, 棄之可惜」的工作機會, 你我是否應該接受? 接受了, 至少三餐溫飽, 不接受, 則「千里馬」或許終遇「伯樂」, 但也必須承受長期失業的風險。搜尋模型指出, 隱藏在就業或失業背後的是工作機會的「創造」和「流失」, 單純觀察失業率無法真正反映勞動市場的動態變化。想像某國創造了 15% 的就業機會, 流失了 20% 的職缺, 而另一國沒有創造任何就業機會, 但流失了 5% 的職缺。這兩個國家的失業率都是 5%, 但前者的勞動市場顯然更爲「活潑熱絡」。搜尋模型可以豐富 RBC 模型的內涵, 這是晚近的熱門研究主題, 讀者也請參考其他文獻。

## 本章摘要

- RBC 模型要求商品市場, 勞動市場及債券市場供需平衡。全面均衡可化簡成以下兩個市場結清條件:

  商品市場: $c_t^d(r_t, a_t, \cdots) + i_t^d(r_t, A_{t+1}, \cdots) + G_t = y_t^s(r_t, a_t, A_t, \cdots)$,

  勞動市場: $n_t^d(w_t, A_t, \cdots) = n_t^s(w_t, r_t, a_t, \cdots)$。

這是一個遞迴系統: 先在商品市場決定均衡利率及均衡產出, 然後再到勞動市場決定均衡工資率及均衡勞動。一旦商品市場及勞動市場達到均衡, 則債券市場也必然結清。

- RBC 模型的均衡條件可化簡成以下三式:

$$
\begin{aligned}
u_l(c_t, l_t) &= u_c(c_t, l_t)\, A_t F_n(k_{t-1}, n_t), \\
u_c(c_t, l_t) &= \beta u_c(c_{t+1}, l_{t+1}) \left[A_{t+1} F_k(k_t, n_{t+1}) + (1-\delta)\right], \\
c_t + \left[k_t - (1-\delta) k_{t-1}\right] + G_t &= A_t F(k_{t-1}, n_t)。
\end{aligned}
$$

  這是一組包括消費, 勞動及資本存量的一階聯立差分方程式。以上條件保證社會福利極大, 故基準 RBC 模型滿足福利定理, 競爭均衡即是柏拉圖最適狀態。

- 利率上升使勞動供給上升, 導致產出上升, 故商品供給是實質利率的正向函數。財富上升使勞動供給下降, 導致產出下降, 故商品供給是消費者終身財富的負向函數。

- 生產力永久上升的恆定效果是: 資本存量, 產出, 消費及工資率上升, 但勞動不確定。若財富效果及替代效果互相抵銷, 則勞動不變。

- 政府消費永久上升的恆定效果是: 消費下降, 而勞動, 資本存量及產出上升。在固定規模報酬的生產函數下, 工資率不變。

- 若財富效果夠強, 則政府消費永久上升存在長期乘數效果。

- 生產函數永久平行下移的恆定效果與政府消費永久上升相似, 會導致消費下降, 勞動及資本存量上升, 但產出不確定。在規模報酬固定的生產函數下, 工資率不變。

- 利率水準反映商品的相對稀少性。當商品供不應求時, 均衡利率上升, 反之則下降。

- 生產力短暫下降使商品市場供不應求,導致利率上升。短期下,產出,消費,投資,勞動及工資率均下降。在過渡期間,商品市場出現超額供給,導致利率回降,均衡收斂回原恆定狀態。
- 生產力永久下降使當期所得下降,但未來所得更低,故消費者會增加儲蓄,導致債券供不應求,而商品供過於求,利率因之下降。
- 生產力永久下降使利率及工資率下降。短期下,投資及勞動下降,但消費不確定。若財富效果大於利率下降的跨期替代效果,則消費下降,反之則上升。在過渡期間,資本存量持續下降,商品市場出現超額需求,利率回升,均衡收斂到新的恆定狀態,消費,產出及工資水準都較低。
- 生產函數永久平行下移使未來所得下降,但今天的所得更低,故消費者會減少儲蓄,導致債券供過於求,而商品供不應求,利率因之上升。
- 生產函數永久平行下移使利率上升而工資率下降。短期下,產出及消費下降,但投資及勞動上升。在過渡期間,資本存量持續上升,商品市場出現超額供給,利率回降,均衡收斂到新的恆定狀態。與原恆定狀態比較,資本存量及勞動上升,而消費下降。
- RBC 模型能夠捕捉景氣循環的主要特徵,包括波動的相對震幅,同期相關及持續性,但也有不足之處。
- 與實際資料比較,RBC 模型預測的消費過於平穩。流動性限制,資訊不完全及短視行爲是造成實際消費過度波動的主要理由。
- RBC 模型需要相當持久的外生衝擊才能複製實際資料中的持續性。除跨期替代及資本累積等傳統管道,學界曾提出耗時投資及勞動窖藏等其他傳導機制。這些傳導機制使決策者的行爲變得比較遲鈍,外生衝擊的影響期間也會因此拉長。
- 傳統 RBC 模型對勞動市場的處理過於粗糙,晚近的搜尋模型及新興凱因斯學派模型試圖改進此一缺憾。

## 習題

1. **恆定狀態**: RBC 模型的恆定狀態滿足均衡條件 (17.8)-(17.10)。假設生產函數是 $y = Ak^{\alpha}n^{1-\alpha}, \alpha \in (0,1)$, 政府消費是產出的固定比例, 即 $G = gy, g \in (0,1)$。以上設定與 17.3 節相同。本題要使用不同效用函數求算恆定狀態的公式解。

   (a) **KPR 效用函數**: 考慮以下效用函數:

   $$u(c,l) = \frac{\left[c^{\theta} l^{1-\theta}\right]^{1-\gamma}}{1-\gamma}, \quad \gamma > 0, \theta \in (0,1)。$$

   這是 KPR 效用家族的一員, 由學者 Robert King, Charles Plosser 及 Sergio Rebelo 提出而得名。讀者可將括弧中的 $c^{\theta}l^{1-\theta}$ 想成是消費與休閒合併組成的商品, 稱爲**合成商品** (composite good), 則參數 $1/\gamma$ 即是消費者針對此一組合商品的跨期替代彈性。請注意, 當 $\gamma = 1$ 時, 此一效用函數退化成 $\theta \ln c + (1-\theta)\ln l$。請求算恆定解並討論其性質, 即 $A$ 或 $g$ 變動的影響。你的結論與 17.3 節有何異同? 請說明。

   (b) **可加性 CRRA 效用函數**: 假設效用函數是

   $$u(c,l) = \ln c - \frac{\theta(1-l)^{1+\sigma}}{1+\sigma}, \quad \sigma, \theta > 0。$$

   這也是 KPR 效用家族的一員。請求算恆定解並討論其性質。你的結論與上小題有何異同? 若消費的效用改成 $c^{1-\gamma}/(1-\gamma), \gamma > 0$, 結論有何改變? [註: 此時的效用函數不再屬於 KPR 家族。]

   (c) **GHH 效用函數**: 假設效用函數是

   $$u(c,l) = \ln\left[c - \frac{\theta(1-l)^{1+\sigma}}{1+\sigma}\right], \quad \sigma, \theta > 0。$$

這是 GHH (Greenwood-Hercowitz-Huffman) 效用函數, 文獻中也經常出現。請求算恆定解並討論其性質。你的結論與前兩題有何異同? 請說明。

(d) 純就恆定效果而言, 請歸納以上三個效用函數的主要不同。

2. **跨期替代彈性**: 考慮以下的 CRRA 效用函數:

$$u(c_t, l_t) = \frac{c_t^{1-\gamma}}{1-\gamma} - \frac{\theta(1-l_t)^{1+\sigma}}{1+\sigma}, \quad \gamma, \sigma, \theta > 0。$$

請根據消費者的最適選擇回答以下各題。

(a) **消費的跨期替代彈性**: 實質利率 $r_t$ 上升一個百分點會使相對消費水準 $c_{t+1}/c_t$ (即消費成長率) 變動多少? 相對工資水準 $w_{t+1}/w_t$ 變動是否影響消費成長率? 請說明。

(b) **勞動的跨期替代彈性**: 實質利率 $r_t$ 上升一個百分點會使相對勞動水準 $n_{t+1}/n_t$ 變動多少? 相對工資率 $w_{t+1}/w_t$ 上升一個百分點又會使 $n_{t+1}/n_t$ 變動多少? 背後直觀何在?

(c) **KPR 效用函數***: [本題運算較爲繁瑣, 初學者可略過] 假設效用函數是題 1(a) 的 KPR 形式, 請重新回答以上兩題。

3. **複習題**: 本章以負向生產衝擊爲例, 討論此類干擾的均衡效果。爲增強觀念, 本題要倒過來, 請讀者分析正向生產衝擊的均衡效果。讀者應合起書本, 嘗試獨立思考。

(a) 請分析生產力短暫上升 (生產函數短暫比例上移) 的當期效果, 包括產出, 消費, 投資, 勞動, 實質利率及工資率的變動。

(b) 請分析生產力永久上升的當期效果。請仔細說明消費, 投資及勞動的變動方向。

(c) **動態調整***: [初學者可略過] 請分析生產力永久上升的動態調整過程, 並畫出衝擊反應函數。

(d) 請分析生產函數短暫平行上移的當期效果。你的結論與 (a) 小題有何不同? 請說明。

(e) 請分析生產函數永久平行上移的當期效果。你的結論與 (b) 小題有何不同? 請說明。

(f) **動態調整***: [初學者可略過] 請分析生產函數永久平行上移的動態調整過程, 並畫出衝擊反應函數。

(g) **GHH 效用函數**: 假設效用函數是題 1(c) 的 GHH 形式, 請討論生產函數永久平行上移的均衡效果。

4. **技術進步***: 假設生產函數可寫成 $y_t = F(k_{t-1}, A_t n_t)$, 其中, $A_t$ 是勞動的「技術水準」, 函數 $F$ 滿足一階齊次性質。從 $t = 0$ 開始, 若技術水準是 $A_0 = 1$, 技術進步率 $\mu > 0$ 固定不變, 則 $t$ 期的技術水準是 $A_t = (1+\mu)^t$。這種附著在勞動上的技術進步使廠商可以用較少的勞力生產固定數量的商品, 讀者曾在第 14 章的習題見過, 文獻中稱爲**勞動節省型** (labor-saving) 或**勞動擴張型技術進步**, 又稱**哈羅德中性進步** (Harrod-neutral technical progress), 由英國經濟學家 Roy Harrod 提出而得名。

從 $t = 0$ 開始, 代表性決策者的選擇問題是 (不考慮政府消費)

$$\begin{aligned} \max_{\{c_t, k_t, n_t\}_{t=1}^{\infty}} \quad & \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, 1-n_t) \\ \text{subject to} \quad & c_t + [k_t - (1-\delta)k_{t-1}] = F(k_{t-1}, A_t n_t),\ \forall t, \\ & A_t = (1+\mu)^t,\ \forall t。 \end{aligned}$$

假設 (1) 生產函數是 $y_t = k_{t-1}^{\alpha}(A_t n_t)^{1-\alpha}, \alpha \in (0,1)$, (2) 效用函數是題 1(a) 的 KPR 形式, 重寫於下:

$$u(c_t, 1-n_t) = \frac{\left[c_t^{\theta} l_t^{1-\theta}\right]^{1-\gamma}}{1-\gamma},\ \ \gamma > 0, \theta \in (0,1)。$$

(a) **定態轉換** (stationary transformation): 令 $\tilde{y}_t = y_t/A_t$, 這是用技術單位衡量的產出, 稱爲**單位技術產出** (output per effective unit of technology)。同理, 令 $\tilde{c}_t = c_t/A_t$, $\tilde{k}_{t-1} = k_{t-1}/A_t$。請利用以上定義寫下對應的決策問題, 這是處理成長模型的標準步驟, 稱爲定態轉換。假設 $\tilde{\beta} = \beta(1+\mu)^{\theta(1-\gamma)} \in (0,1)$, 否則終身效用沒有上界, 失去分析意義。請寫下一階必要條件。[註: 請以一般形式表達均衡條件, 不要用微分後的邊際效用及邊際產出。]

(b) **平衡成長**: 請計算模型的恆定解, 包括 $\{\tilde{k}, \tilde{c}, \tilde{y}, n, r, \tilde{w}\}$, 其中, $r$ 是恆定利率, $\tilde{w} = F_n(\tilde{k}, n)$。請討論恆定狀態下的成長特徵。[提示: (1) 恆定利率滿足修正後金律, 即 $F_k(\tilde{k}, n) = r + \delta$, (2) 以商品單位衡量, 工資率是 $w_t = A_t F_n(\tilde{k}_{t-1}, n_t)$, 故 $\tilde{w}_t = F_n(\tilde{k}_{t-1}, n_t) = w_t/A_t$, 這是用技術單位衡量的工資率。]

(c) **公式解**: 假設 $\gamma = 1$, 折舊率 $\delta = 1$。請計算 $\{k_t, c_t, n_t, y_t\}$ 的公式解。上述變數的成長率有何性質? [提示: (1) 當 $\gamma = 1$ 時, $\tilde{\beta} = \beta$, 效用函數退化成 $u(c,l) = \theta \ln c + (1-\theta) \ln l$。(2) 令 $\tilde{k}_t = \pi \tilde{y}_t$, 然後求解未知係數 $\pi$]

(d) **技術進步率上升**: 假設技術進步率突然於 $t$ 期從 $\mu$ 永久上升爲 $\mu'$。請利用上題的公式解畫出 $\ln k_t$ 及實質利率的時間軌跡。成長率會如何變化? 請解釋。

(e) **技術水準上升**: 現實世界中, 生產技術改善經常是間斷式的躍進, 要隔一段時間, 有時長達百年, 才來那麼一次, 例如智慧型手機的發明。假設 $t$ 期的技術水準突然從 $A_t = 1$ 上升爲 $A_t = 2$, 換言之, 從 $t$ 期開始, 技術水準變成 $A_{t+j} = 2(1+\mu)^j$, $j = 0, 1, 2, \cdots$。請利用前面的公式解畫出 $\ln k_t$ 及實質利率的時間軌跡。成長率會如何變化? 你的結論與上小題有何不同? 請解釋。

5. **數值運算***: 考慮 17.7 節的隨機 RBC 模型。爲方便參考, 效用函數, 生產函數及隨機衝擊的隨機過程重寫於下:

$$
\begin{aligned}
&u(c_t, l_t) = \frac{c_t^{1-\gamma}}{1-\gamma} - \frac{\theta(1-l_t)^{1+\sigma}}{1+\sigma},\ \ \gamma, \sigma, \theta > 0,\\
&y_t = A_t F(k_{t-1}, n_t) = A_t k_{t-1}^{\alpha} n_t^{1-\alpha},\ \ \alpha \in (0,1),\\
&\ln A_t = \rho_A \ln A_{t-1} + \epsilon_t,\ \ \rho_A \in [0,1),\ \epsilon_t \sim N(0, \sigma_\epsilon^2)。
\end{aligned}
$$

令 $\beta = 0.97, \gamma = 1, \sigma = 2, \delta = 0.08, \rho_A = 0.2, \sigma_\epsilon = 0.01$。此外, 恆定勞動 $n = 0.2$。本題要請讀者利用線性近似法計算模型的均衡解。

(a) 給定恆定勞動 $n = 0.2$, 請計算對應的 $\theta$ 值。請列示恆定狀態的數值解, 包括 $\{k, n, c, i, y, r, w\}$。[補充說明: 參數 $\theta$ 沒有一致接受的估計值, 文獻通常從恆定勞動反推 $\theta$。這樣處理不但方便, 也省去估計的麻煩。請參考題 1(b) 的公式解。]

(b) 請利用第 16 章介紹的線性近似法求算以上變數的策略函數。依循慣例, 令 $\tilde{x}_t = \ln x_t - \ln x$ 表示 $x_t$ 相對其恆定狀態 $x$ 的比例變動, 則 $x_t$ 的策略函數可寫成 $\tilde{x}_t = \pi_{xk}\tilde{k}_{t-1} + \pi_{xA}\ln A_{t-1} + \pi_{x\epsilon}\epsilon_t$, 係數 $\pi_{xj}$ 是狀態 $j$ 對 $\tilde{x}_t$ 的邊際影響。請列出各變數的 $\pi$ 係數, 並簡要討論 $\epsilon_t$ 上升的效果。[註: 利率的單位已是百分點, 故一般不再取自然對數, 其變動是 $\tilde{r}_t = r_t - \rho$。]

(c) 請根據你的數值解複製表 17.1 的理論動差。

(d) 請分別計算 $\rho_A = 0$ 及 $\rho_A = 0.9999$ 情形下的策略函數 (其他參數不變), 並畫出 $\epsilon_t$ 下降的衝擊反應函數。兩者的主要不同何在? 請解釋。[提示: 你的結果應與本文的圖 17.6 及圖 17.9 相同。]

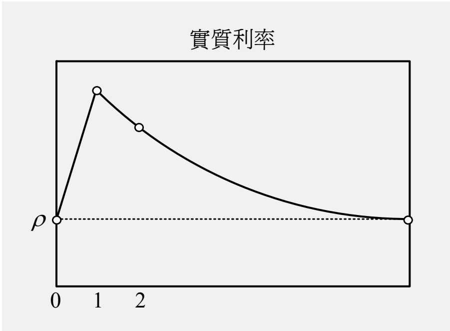
(e) 令 $\rho_A = 0.9999$, 其他參數不變。請分別計算 $\gamma = 0.5$ 及 $\gamma = 2$ 情形下的策略函數, 並畫出 $\epsilon_t$ 下降的衝擊反應函數。與上小題的 $\gamma = 1$ 比較, 你的結果有何不同? 請解釋。

6. **偏好衝擊**: 現實世界中, 廠商面臨形形色色的生產干擾, 而人們的偏好也是「晴時多雲偶陣雨, 初一十五不一樣」。本題要考慮偏好衝擊對行爲及均衡的影響。假設消費的效用受外生變數 $\varepsilon_t$ 影響, 效用函數可寫成 $u(c_t + \varepsilon_t) + v(l_t)$; 函數 $u$ 及 $v$ 分別滿足 $u' > 0, u'' < 0$ 及 $v' > 0, v'' < 0$。我們不考慮無關分析的生產衝擊及政府消費, 故各期 $A_t = 1, G_t = 0$。[補充說明: 雨天時, 有些人鬱悶, 消費的效用低, 有些人雀躍, 消費的效用高, 這種個別偏好起伏對總體經濟不會有什麼重要的影響。本題考慮的偏好衝擊屬於流行時尚或新產品出現等這類干擾, 每個人大概都會受到相同的影響。]

   (a) 請寫下全面均衡條件。
   (b) 令各期 $\varepsilon_t = \varepsilon$。請根據均衡條件分析 $\varepsilon$ 永久上升的恆定效果, 包括資本存量, 勞動, 消費, 產出, 實質利率及實質工資率。請解釋你的結果。[提示: 請參考 17.6 節]
   (c) 請利用供需模型分析 $\varepsilon_t$ 短暫上升一期的當期效果。
   (d) 假設效用函數改成 $\varepsilon_t u(c_t) + v(l_t), \varepsilon_t > 0$。令各期 $\varepsilon_t = \varepsilon$。請根據均衡條件分析 $\varepsilon$ 永久上升的恆定效果。你的結論與 (b) 小題有何不同? 請解釋。
   (e) 請利用供需模型分析 $\varepsilon_t$ 短暫上升一期的當期效果。

7. **衝擊反應函數**: 本題要請讀者從給定的衝擊反應函數思考外生衝擊的均衡效果。這種「看圖說故事」的反向思考是建立直觀能力的絕佳機會, 初學者也應該試試看。

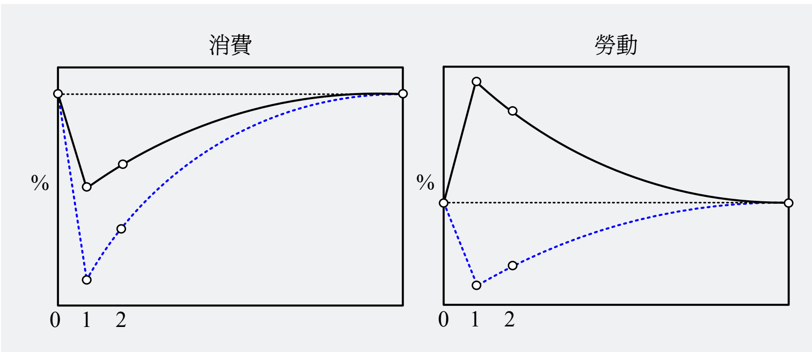
   (a) **均衡利率**: 下圖是實質利率遭受外來衝擊後的動態時徑。經濟社會原來處於恆定狀態, 均衡利率是 $r = \rho$。請舉出至少三種外生衝擊會導致圖中的利率變動。請簡要說明理由, 並畫出資本存量, 勞動, 消費及產出的動態時徑。




(b) **地震的均衡效果**: 假設效用函數是可加性 CRRA 形式, 重寫於下:

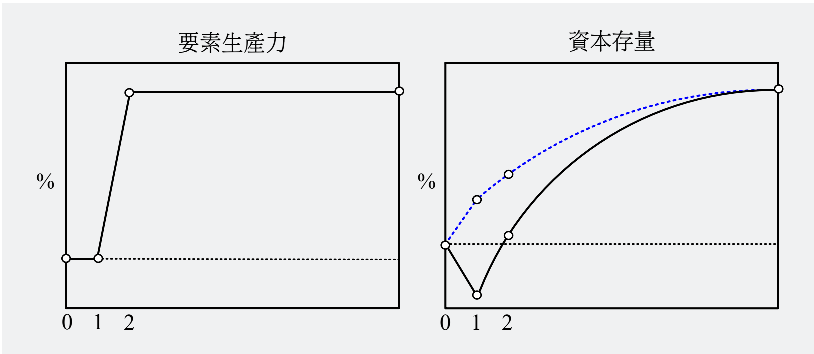
$$u(c_t, l_t) = \frac{c_t^{1-\gamma}}{1-\gamma} - \frac{\theta(1-l_t)^{1+\sigma}}{1+\sigma}, \quad \gamma, \sigma, \theta > 0。$$

經濟社會原來處於恆定狀態, 地震使期初資本存量突然下降。下圖畫出消費及勞動的兩種可能動態反應, 分別以實線及虛線標示。




這兩條動態時徑對應的 $\gamma$ 值不同, 其中一條對應 $\gamma = 1$, 另一條對應 $\gamma = 0.2$, 其他參數完全相同。首先, 請分析地震的均衡效果, 並指出哪一條動態軌跡對應的是 $\gamma = 1$? 其次, 請畫出資本存量及實質利率的衝擊反應函數。最後, 根據你對現實世界的了解, 你認爲哪種情形比較可能發生? 爲什麼?

(c) **預期未來生產衝擊**: 繼續上小題的效用函數, 本題要考慮預期未來生產力變動的均衡效果。




上圖中, 經濟社會原來 ($t = 0$) 處於恆定狀態, $t = 1$ 時, 廠商及消費者預期 $t = 2$ 時要素生產力永久上升。圖中畫出資本存量的兩種可能動態反應, 分別以實線及虛線標示。這兩條動態時徑對應的 $\gamma$ 值不同, 其中一條對應 $\gamma = 1$, 另一條對應 $\gamma = 0.2$, 其他參數完全相同。首先, 請分析預期生產力上升的均衡效果, 並指出哪一條動態軌跡對應的是 $\gamma = 1$? 請根據你的分析畫出消費, 勞動, 產出及實質利率的衝擊反應函數。

8. **消費習性** (habit formation): 我們曾在上冊第 8 章習題中介紹過消費習性。所謂消費習性, 泛指消費者的的行為與他們的過去消費經驗有關, 此時的效用函數不再具有時間可加性。本題要在 RBC 模型中考慮消費習性。假設各期消費的效用與前期消費有關, 效用函數可寫成 $u(\tilde{c}_t) + v(l_t)$, 其中, $\tilde{c}_t = \theta c_{t-1} + c_t$, 參數 $\theta > -1$。函數 $u$ 及 $v$ 滿足 $u', v' > 0, u'', v'' < 0$。代表性決策者的跨期選擇問題是

$$\max_{\{c_t,k_t,n_t\}_{t=1}^{\infty}} \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1}\left[u(\tilde{c}_t) + v(1-n_t)\right], \ \tilde{c}_t = \theta c_{t-1} + c_t,$$

$$\text{subject to} \quad c_t + [k_t - (1-\delta)k_{t-1}] = A_t F(k_{t-1}, n_t), \ \forall t。$$

本題不考慮無關分析的政府消費。

(a) 請根據直觀推導上述問題的一階必要條件。

(b) **數學推導***: [初學者可略過] 請利用數學方法 (拉氏函數法或動態規劃法) 推導上述問題的一階必要條件。

(c) **恆定狀態**: 假設效用函數是 $u(\tilde{c}_t) = \ln \tilde{c}_t$, $v(l_t) = \ln l_t$, 生產函數是 $y_t = A_t k_{t-1}^{\alpha} n_t^{1-\alpha}$, $\alpha \in (0, 1)$。請求算恆定解, 包括資本存量, 勞動, 消費, 產出, 實質利率及實質工資率。

(d) 請比較 $\theta < 0$, $\theta = 0$ 及 $\theta > 0$ 三種情形下的恆定解, 並以直觀解釋你的發現。[提示: 考慮恆定勞動的相對大小。]

(e) **數值運算***: [初學者可略過] 假設生產力衝擊遵循以下隨機過程:

$$\ln A_t = \rho_A \ln A_{t-1} + \epsilon_t, \quad \rho_A \in [0, 1),\ \epsilon_t \sim N(0, \sigma_\epsilon^2)。$$

效用函數及生產函數同題 (c)。令 $\beta = 0.97$, $\alpha = 0.4$, $\delta = 0.1$, $\rho_A = 0$, $\sigma_\epsilon = 0.01$。假設 $\epsilon_t$ 上升一個標準差, 請畫出 $\theta = -0.9$ 及 $\theta = 0$ 兩種情形下的衝擊反應函數, 包括資本存量, 勞動, 消費及實質利率。主要不同何在? 請以直觀解釋。

(f) **數值運算***: [承上題] 令 $\rho_A = 0.9999$, 其他參數不變。假設 $\epsilon_t$ 上升一個標準差, 請畫出 $\theta = -0.9$ 及 $\theta = 0.9$ 兩種情形下的衝擊反應函數, 包括資本存量, 勞動, 消費及實質利率。主要不同何在? 請以直觀解釋。

## 部分習題解答

**1a** 利用 (17.9)-(17.10) 式, 恆定資本存量及恆定消費分別滿足:

$$k=\phi y,\ \ c=(1-\delta\phi-g)y,\ \ \phi=\alpha/(\rho+\delta)。$$

以上形式與 17.3 節相同, 因爲生產函數都是 Cobb-Douglas 形式。本題的效用函數與 17.3 節不同, 但 MRS 仍是 $c/l$ 的函數, 即 $u_l/u_c=(1-\theta)c/\theta l$, 故均衡條件 (17.10) 可寫成

$$\left(\frac{1-\theta}{\theta}\right)\frac{(1-\delta\phi-g)y}{1-n}=\frac{(1-\alpha)y}{n}。$$

消去 $y$ 並移項整理, 勞動的恆定解是

$$n=\frac{\theta(1-\alpha)}{\theta(1-\alpha)+(1-\theta)(1-\delta\phi-g)}\in(0,1)。$$

除參數 $\theta$ 外, 上式與本文的 (17.12) 式並無本質不同。顯然, 本題的恆定解與 17.3 節有相同性質, 請自行補充, 不再贅述。

本題的效用函數是組合商品 $c^\theta l^{1-\theta}$ 的單調 (monotone) 遞增轉換。當 $\gamma=1$ 時, 此一效用函數退化成 $\theta\ln c+(1-\theta)\ln l$, 與 17.3 節的特例相同。這種轉換不會改變偏好的基本性質, 故最適解不受影響。事實上, 兩個效用函數的 MRS 都是消費與休閒之比的函數, 換言之, 若 $c/l$ 不變, 則無異曲線的斜率也不變。具有這種性質的效用函數又稱**同位移動** (homothetic) 效用函數。

**1b** 本題的 $u_c=1/c$, $u_l=\theta n^\sigma$, $u_l/u_c=\theta c n^\sigma$, 故 (17.8) 式可寫成

$$\theta c n^\sigma=\theta[(1-\delta\phi-g)y]n^\sigma=(1-\alpha)y/n。$$

消去 $y$ 並移項整理, 勞動的恆定解是

$$n=\left[\frac{1-\alpha}{\theta(1-\delta\phi-g)}\right]^{1/(1+\sigma)}>0。$$

請注意, 上式可能大於一, 違反時間限制。給定其他參數值, 我們可以選擇適當的 $\theta$ 值以保證 $n \in (0,1)$, 這是文獻的通常校準步驟。一旦勞動解出了, 其他變數也同時解出, 請自行補充。

外觀上, 本題的解與上小題不同, 但性質完全相同。首先, $A$ 並未出現在上式中, 這表示生產力永久變動的替代效果與財富效果剛好抵銷, 故長期勞動水準不受影響。其次, 政府消費比例 $g$ 永久上升導致恆定勞動上升, 這是因爲財富效果所致, 與本文完全相同。

當 $\gamma \neq 1$ 時, 邊際效用是 $u_c = c^{-\gamma}$, 均衡條件 (17.8) 式變成

$$\theta y^{\gamma-1} n^{1+\sigma} = (1-\alpha)(1-\delta\phi-g)^{-\gamma}。$$

看似難解, 其實非常簡單。在 Cobb-Douglas 生產函數下, 恆定產出與勞動維持固定比例: $y = (A\phi^{\alpha})^{1/(1-\alpha)} n$ (見本文 (17.13) 式), 代入上式, 整理後以自然對數表達, 恆定勞動的最終解是 (請自行驗證)

$$\ln n = 參數項 + \frac{(1-\gamma)\ln A}{(1-\alpha)(\gamma+\sigma)} - \frac{\gamma \ln(1-\delta\phi-g)}{\gamma+\sigma}。$$

觀察上式, 生產力變動的恆定效果取決於參數 $\gamma$。當 $\gamma < 1$ 時, $A$ 上升使恆定勞動上升, 此時的替代效果大於財富效果, 反之, 若 $\gamma > 1$, 則替代效果小於財富效果, 導致恆定勞動下降。當 $\gamma = 1$ 時, 上式退化成前面的情形, 恆定勞動與 $A$ 無關。最後, $g$ 上升仍然會使恆定勞動上升, 這是必然之理, 因爲政府消費上升導致終身財富下降。其他變數的變動方向與 17.3 節相同, 請自行補充。

**1c** 本題的 $u_l/u_c = \theta n^{\sigma}$, 與消費無關, 故均衡條件 (17.8) 相當單純, 可寫成 $\theta n^{\sigma} = (1-\alpha)y/n$。利用 (17.13) 式, 產出勞動比是 $y/n = (A\phi^{\alpha})^{1/(1-\alpha)}$, 代入均衡條件, 整理後以自然對數表達, 恆定勞動是

$$\ln n = 參數項 + \frac{\ln A}{\sigma(1-\alpha)}。$$

觀察上式, 生產力 $A$ 永久上升必然使恆定勞動上升。道理很簡單。本例的 MRS 與消費無關, 故財富效果會全部反映在消費上 (爲什麼?), 換言之, $A$ 上升對勞動只有替代效果, 沒有財富效果, 導致恆定勞動上升。進一步觀察, $A$ 變動的替代效果取決於參數 $\sigma$; $\sigma$ 的值越大, 工資率或生產力變動的替代效果越小 (見題 2b)。最後, 因爲所得變動對勞動沒有財富效果, $g$ 上升只會使消費下降, 勞動不受影響。其他變數的變動方向與 17.3 節相同, 請自行補充。

**1d** 總結以上分析, 三個效用函數的主要差異是: 面對要素生產力變動, 替代效果及財富效果對恆定勞動的影響強度不同。在 KPR 效用函數下, 生產力或 TFP 永久變動的財富效果和替代效果抵銷, 故恆定勞動不受影響。在 (b) 題的可加或可分離 (separable) CRRA 效用函數下, 恆定效果取決於消費的跨期替代彈性 $1/\gamma$ (見題 2(a))。當 $\gamma > 1$ 時, TFP 上升的財富效果大於替代效果, 導致恆定勞動下降, 反之則上升。當 $\gamma = 1$ 時, 財富效果與替代效果抵銷, 恆定勞動不受影響。在 GHH 效用函數下, 任何衝擊對勞動只有替代效果, 沒有財富效果, 故 TFP 上升必然使恆定勞動上升。

**2a** 利用 $u_c = c^{-\gamma}$, 一階條件 (17.2) 以自然對數表達, 可寫成

$$\ln\left(\frac{c_{t+1}}{c_t}\right) = \frac{\ln\beta}{\gamma} + \frac{\ln(1+r_t)}{\gamma} \cong \left(\frac{r_t-\rho}{\gamma}\right)。 \tag{2a}$$

上式用到 $\ln\beta \cong -\rho$。讀者對以上結果應該相當熟悉。$1/\gamma$ 是消費的跨期替代彈性或利率彈性, $r_t$ 上升一個百分點會使 $c_{t+1}/c_t$ 上升 $1/\gamma$ 個百分點; $\gamma$ 的值越大, 則 $c_{t+1}/c_t$ 的變動幅度越小。其中道理與邊際效用的彈性或遞減速度有關, 值得再爲讀者解說一次。利用 $u_c = c^{-\gamma}$, 邊際效用的消費彈性, 以正值衡量, 是

$$-\frac{d\ln u_c}{d\ln c} = \frac{-u_{cc}c}{u_c} = \gamma。$$

顯然, $\gamma$ 的值越大, 則邊際效用隨消費增加而遞減的速度越快。當利率上升時, 一個具有這種偏好特性的消費者雖想「勒緊褲帶, 延遲消費」, 但因爲邊際效用遞減得太快了, 消費上升對效用的貢獻有限, 故未來消費的增幅有限, 而今天消費的降幅也有限, 導致消費成長率的升幅相對較小。這樣的消費者對利率變動比較不敏感, 他會選擇相對均等的消費軌跡。用理論的術語說, 消費的跨期替代或利率彈性較低。從另一個角度看, 參數 $\gamma$ 是相對風險趨避係數, $\gamma$ 的值越大, 則消費者越厭惡風險, 故跨期消費也會相對平穩。

在本題的效用函數下, 工資率變動不影響消費成長率。這是一個特殊性質, 一般情形下未必成立。例如, 假設 $w_t$ 上升而 $w_{t+1}$ 不變, 導致相對工資 $w_{t+1}/w_t$ 下降。這種短暫變動會產生兩種替代效果。根據 (17.1) 式, 同期替代效果使當期勞動及消費上升, 而根據 (17.1a) 式, 跨期替代效果使未來消費也上升, 換言之, $w_t$ 短暫上升會導致 $c_t$ 及 $c_{t+1}$ 同時上升, 故 $c_{t+1}/c_t$ 的變動方向不確定。顯然, 在本題的效用下, 兩期消費等比例上升, 故 $c_{t+1}/c_t$ 不變。

**2b** 利用 $u_l = \theta n^\sigma$, 一階條件 (17.2a) 以自然對數表達, 可寫成

$$\ln\left(\frac{n_{t+1}}{n_t}\right) \cong \frac{1}{\sigma}\ln\left(\frac{w_{t+1}}{w_t}\right) - \left(\frac{r_t - \rho}{\sigma}\right)。 \tag{2b}$$

觀察上式, 相對工資率 $w_{t+1}/w_t$ 上升一個百分點會使 $n_{t+1}/n_t$ 上升 $1/\sigma$ 個百分點, 故 $1/\sigma$ 即是勞動的工資彈性; $\sigma$ 的值越大, 跨期替代效果越小, 其中道理與參數 $\gamma$ 對消費的影響相同, 不再重複。其次, 利率變動也會對勞動產生跨期替代效果。根據一階條件 (17.2), 當利率上升時, 今天休閒的機會成本相對較高, 故當期勞動上升而未來勞動下降, 導致 $n_{t+1}/n_t$ 下降。觀察上式, $r_t$ 上升一個百分點會使 $n_{t+1}/n_t$ 下降 $1/\sigma$ 個百分點, 故 $1/\sigma$ 也是跨期勞動的利率彈性。

**2c** KPR 效用函數下的 (17.2) 式較爲醜陋, 運算後可得:

$$\left(\frac{c_{t+1}}{c_t}\right)^{1-\theta(1-\gamma)} = \beta\left(\frac{l_{t+1}}{l_t}\right)^{(1-\theta)(1-\gamma)}(1+r_t)$$

利用一階條件 (17.1), 各期消費及休閒維持比例關係:

$$\left(\frac{1-\theta}{\theta}\right)\left(\frac{c_t}{l_t}\right) = w_t \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{c_{t+1}}{c_t}\right) = \left(\frac{w_{t+1}}{w_t}\right)\left(\frac{l_{t+1}}{l_t}\right)。$$

利用上式將第一式中的 $l_{t+1}/l_t$ 代掉, 整理後以自然對數表達, 可得跨期消費的需求函數:

$$\ln\left(\frac{c_{t+1}}{c_t}\right) \cong \left[\frac{(1-\theta)(\gamma-1)}{\gamma}\right]\ln\left(\frac{w_{t+1}}{w_t}\right) + \left(\frac{r_t-\rho}{\gamma}\right)。 \qquad (2c)$$

使用相同步驟, 我們也可以將第一式中的 $c_{t+1}/c_t$ 代掉, 整理後可得跨期休閒的需求函數:

$$\ln\left(\frac{l_{t+1}}{l_t}\right) \cong \left[\frac{\theta(1-\gamma)-1}{\gamma}\right]\ln\left(\frac{w_{t+1}}{w_t}\right) + \left(\frac{r_t-\rho}{\gamma}\right)。$$

就分析目的而言, 上式已經足夠, 但我們希望能直接觀察勞動供給函數。根據時間限制, 休閒與勞動的變動率滿足以下關係:

$$\left(\frac{l_{t+1}-l_t}{l_t}\right) + \left(\frac{n_{t+1}-n_t}{n_t}\right)\left(\frac{n_t}{l_t}\right) = 0。$$

一般情形下, 勞動休閒之比 $n_t/l_t$ 約爲定值 (例如在恆定狀態下), 故休閒與勞動的變動率大約維持負向比例關係, 寫成

$$\left(\frac{n_{t+1}-n_t}{n_t}\right) \propto -\left(\frac{l_{t+1}-l_t}{l_t}\right) \quad \Rightarrow \quad \ln\left(\frac{n_{t+1}}{n_t}\right) \propto -\ln\left(\frac{l_{t+1}}{l_t}\right)。$$

利用此一關係, 跨期勞動的供給函數可寫成

$$\ln\left(\frac{n_{t+1}}{n_t}\right) \propto \left[\frac{(1-\theta)+\theta\gamma}{\gamma}\right]\ln\left(\frac{w_{t+1}}{w_t}\right) - \left(\frac{r_t-\rho}{\gamma}\right)。 \qquad (2d)$$

兩個效用函數的主要不同是: 在 KPR 效用下, 跨期消費的工資彈性 (即 (2c) 式右邊第一項) 會受參數 $\gamma$ 影響, 而在 CRRA 效用下, 跨期消費的工資彈性等於零。當 $\gamma = 1$ 時, (2c) 式退化成 (2a) 式。

觀察 (2c) 式, 當 $\gamma > 1$ 時, $w_{t+1}/w_t$ 上升使 $c_{t+1}/c_t$ 上升, 跨期消費的工資彈性大於零, 反之, 若 $\gamma < 1$, 則 $w_{t+1}/w_t$ 上升使 $c_{t+1}/c_t$ 下降, 工資彈性小於零。舉例而言, 假設 $w_t$ 不變, 但消費者預期 $w_{t+1}$ 上升, 導致相對工資率 $w_{t+1}/w_t$ 上升。這種變動會對消費產生跨期替代效果, 使 $c_t$ 及 $c_{t+1}$ 都上升, 故 $c_{t+1}/c_t$ 的變動方向不能確定。當 $\gamma = 1$ 時, 兩期消費等比例上升, 故成長率不受影響, 而在 $\gamma > 1$ 情形下, 未來消費的上升幅度相對較大, 導致成長率上升。

最後, 觀察 (2d) 式, $n_{t+1}/n_t$ 與 $w_{t+1}/w_t$ 同向變動, 故勞動的工資彈性大於零, 與 (2b) 式的情形相同。此一彈性與參數 $\gamma$ 有關; $\gamma$ 的值越大, 跨期替代效果越小, 故工資彈性也越小。

**4a** 利用函數 $F$ 的一階齊次性質, 生產函數可寫成 $y_t = A_t F(k_{t-1}/A_t, n_t)$, 或 $y_t/A_t = \tilde{y}_t = F(\tilde{k}_{t-1}, n_t)$。同理, 資源限制式兩邊同除 $A_t$, 可得

$$\tilde{c}_t + \left[(1+\mu)\tilde{k}_t - (1-\delta)\tilde{k}_{t-1}\right] = F(\tilde{k}_{t-1}, n_t)。 \tag{4a}$$

根據定義, $\tilde{c}_t = c_t/A_t$, 故 $c_t = A_t \tilde{c}_t = (1+\mu)^t\, \tilde{c}_t$, 代入效用函數, 可得

$$u(c_t, 1-n_t) = \left[(1+\mu)^{\theta(1-\gamma)t}\right] u(\tilde{c}_t, 1-n_t)。$$

利用以上轉換, 決策問題可改寫成

$$\max_{\{\tilde{c}_t, \tilde{k}_t, n_t\}_{t=1}^{\infty}} \quad \sum_{t=0}^{\infty} \tilde{\beta}^t u(\tilde{c}_t, 1-n_t),\ \tilde{\beta} = \beta(1+\mu)^{\theta(1-\gamma)} \in (0,1),$$
$$\text{subject to} \quad \tilde{c}_t + \left[(1+\mu)\tilde{k}_t - (1-\delta)\tilde{k}_{t-1}\right] = F(\tilde{k}_{t-1}, n_t),\ \forall t。$$

以上問題與本文類似, 而且更簡單, 因爲技術水準 $A_t$ 已經被「平減」掉了。當 $\mu = 0$ 時, 以上模型退化成基準模型。

最適選擇的一階必要條件是

$$u_l(\tilde{c}_t, l_t) = u_c(\tilde{c}_t, l_t) F_n(\tilde{k}_{t-1}, n_t), \tag{4b}$$

$$(1+\mu) u_c(\tilde{c}_t, l_t) = \tilde{\beta} u_c(\tilde{c}_{t+1}, l_{t+1}) \left[ F_k(\tilde{k}_t, n_{t+1}) + (1-\delta) \right]。 \tag{4c}$$

全面均衡要求 (4a)-(4c) 三式同時滿足。

**4b** 在恆定狀態下, 均衡條件 (4c) 可寫成

$$1 + \mu = \tilde{\beta} \left[ \frac{\alpha \tilde{y}}{\tilde{k}} + 1 - \delta \right] \quad \Rightarrow \quad \tilde{k} = \phi \tilde{y}, \;\; \phi = \frac{\alpha \tilde{\beta}}{(1+\mu) - \tilde{\beta}(1-\delta)}。$$

利用資源限制式 (4a), $\tilde{c} = \left[1 - \phi(\mu + \delta)\right] \tilde{y}$, 代入均衡條件 (4b), 可得

$$\left( \frac{1-\theta}{\theta} \right) \frac{\left[1 - \phi(\mu+\delta)\right] \tilde{y}}{1-n} = \frac{(1-\alpha)\tilde{y}}{n}。$$

消去 $\tilde{y}$, 整理後得到勞動的恆定解是

$$n = \frac{\theta(1-\alpha)}{\theta(1-\alpha) + (1-\theta)\left[1 - \phi(\mu+\delta)\right]}。$$

利用生產函數, $\tilde{y}$ 及 $\tilde{w}$ 的解分別是

$$\tilde{y} = \phi^{\alpha/(1-\alpha)} n, \quad \tilde{w} = \frac{(1-\alpha)\tilde{y}}{n} = (1-\alpha)\phi^{\alpha/(1-\alpha)}。$$

最後, 利用修正後金律, 恆定利率 $r$ 滿足:

$$r + \delta = F_k(\tilde{k}, n) = \frac{\alpha \tilde{y}}{\tilde{k}} = \frac{(1+\mu) - \tilde{\beta}(1-\delta)}{\tilde{\beta}}。$$

最後一個等式用到 $\phi$ 的定義。移項整理後, 恆定利率是

$$1 + r = \frac{1+\mu}{\tilde{\beta}} \quad \Rightarrow \quad r \cong \rho + \left[(1-\theta) + \theta\gamma\right] \mu。 \tag{4d}$$

至此, 所有變數的恆定解已全部解出, 求算過程與 17.3 節相同。

在恆定狀態下,勞動是定值,所有以技術單位衡量的變數也是定值。因爲技術水準 $A_t$ 以比率 $\mu$ 成長,故產出,消費,資本存量及實質工資率也會以相同比率成長。例如,根據定義,$y_t = A_t\tilde{y}_t$,而在恆定狀態下,$\tilde{y}_t = \tilde{y}$,故 $y_t = \tilde{y}(1+\mu)^t$。以成長率表達,$\ln(y_{t+1}/y_t) = \mu, \forall t$。同理,其他變數也有相同性質。請注意,恆定勞動雖然固定不變,但有效勞動投入 $A_t n$ 也會以 $\mu$ 比率成長。這種所有變數都以相同比率成長的現象稱爲平衡成長,讀者在第 14 章也見過。作者要順便指出,平衡成長只有在一階齊次生產函數及 KPR 效用函數下才存在,讀者可用其他效用函數試試看。

**4c** 本題未必要從價值函數下手,我們可以直接利用均衡條件求解。首先,臆測 $\tilde{k}_t$ 的的解可寫成 $\tilde{k}_t = \pi\tilde{y}_t$, $\pi$ 是待解係數。根據資源限制式 (4a),$\tilde{c}_t = [1-\pi(1+\mu)]\tilde{y}_t$,代入均衡條件 (4c) 式,可得

$$(1+\mu)\left(\frac{\tilde{c}_{t+1}}{\tilde{c}_t}\right) = \alpha\beta\left(\frac{\tilde{y}_{t+1}}{\tilde{k}_t}\right) = \left(\frac{\alpha\beta}{\pi}\right)\left(\frac{\tilde{y}_{t+1}}{\tilde{y}_t}\right)。$$

顯然,$\tilde{c}_{t+1}/\tilde{c}_t = \tilde{y}_{t+1}/\tilde{y}_t$ (因爲各期 $\tilde{c}_t$ 與 $\tilde{y}_t$ 維持固定比例),兩邊消去後,未知常數 $\pi = \alpha\beta/(1+\mu)$。據此,消費 $\tilde{c}_t$ 滿足

$$\tilde{c}_t = [1-\pi(1+\mu)]\,\tilde{y}_t = (1-\alpha\beta)\tilde{y}_t。$$

這還不是最終解,因爲 $\tilde{y}_t$ 中的勞動 $n_t$ 尚未解出。將以上的解代入均衡條件 (4b),運算後得到勞動的最終解是

$$n_t = \frac{\theta(1-\alpha)}{\theta(1-\alpha)+(1-\theta)(1-\alpha\beta)} = n。$$

觀察上式,均衡勞動恆爲定值,與技術進步率 $\mu$ 無關,這是因爲 $\mu$ 變動的財富效果及替代效果抵銷,與 17.7 節考慮的特例完全相同。利用生產函數,$\tilde{y}_t$ 的解是 $\tilde{y}_t = \tilde{k}_{t-1}^{\alpha} n^{1-\alpha}$。

以上的解是用技術單位表示, 我們可以還原成商品單位。首先, 利用 $\tilde{k}_t = k_t/A_{t+1}$, $\tilde{y}_t = y_t/A_t$, 代入 $\tilde{k}_t = [\alpha\beta/(1+\mu)]\tilde{y}_t$, 可得

$$k_t = \alpha\beta y_t = \alpha\beta\left[k_{t-1}^{\alpha}(A_t n)^{1-\alpha}\right],\ \ A_t = (1+\mu)^t。$$

這是資本存量的最終解, 產出及消費亦同, 請自行補充。以對數單位表示, 以上的解也可寫成 (利用 $\ln(1+\mu) \cong \mu$)

$$\ln k_t \cong 常數 + [(1-\alpha)\mu]t + \alpha \ln k_{t-1}。\tag{4e}$$

利用上式, 資本存量的成長率滿足

$$\ln\left(\frac{k_{t+1}}{k_t}\right) \cong (1-\alpha)\mu + \alpha\ln\left(\frac{k_t}{k_{t-1}}\right)。\tag{4f}$$

這是一個穩定的自相關過程。例如, 若起始的成長率小於 $\mu$, 則隨著時間, 成長率會穩定的向 $\mu$ 收斂, 換言之, 資本存量會向平衡成長路徑收斂, 即大道性質。顯然, 產出及消費成長率也具有以上性質, 請自行推導。有關收斂假說, 以後的成長章節還會補充。

**4d** 圖 17.14 畫出 $\mu$ 上升的動態效果。根據 (4f) 式, 當 $\mu$ 上升時, 資本成長率也上升, 然後逐漸收斂至新的成長率 $\mu'$。請注意, 收斂速度取決於資本份額 $\alpha$; $\alpha$ 的值越大, 則收斂速度越慢, 反之則越快 (請參考第 14 章習題解答)。在過渡期間, 成長率上升, 故 $\ln k_t$ 會以遞增速度 (即大於 $\mu$ 的速度) 成長, 最後收斂至新的平衡成長路徑, 成長率增至 $\mu'$。根據 (4d) 式, $\mu$ 上升會使恆定利率上升, 在過渡期間, 利率隨著 $\mu$ 上升逐漸收斂至新的恆定水準 $\rho + \mu'$。

實質利率爲什麼會上升? 其中道理讀者應該已相當熟悉。直觀而言, 技術進步率上升是一種永久性的生產力衝擊。根據 17.5 的分析, 這種衝擊會產生明顯的財富效果, 不但投資需求上升, 消費需求也巨幅上升, 導致商品市場供不應求, 均衡利率因而上升。

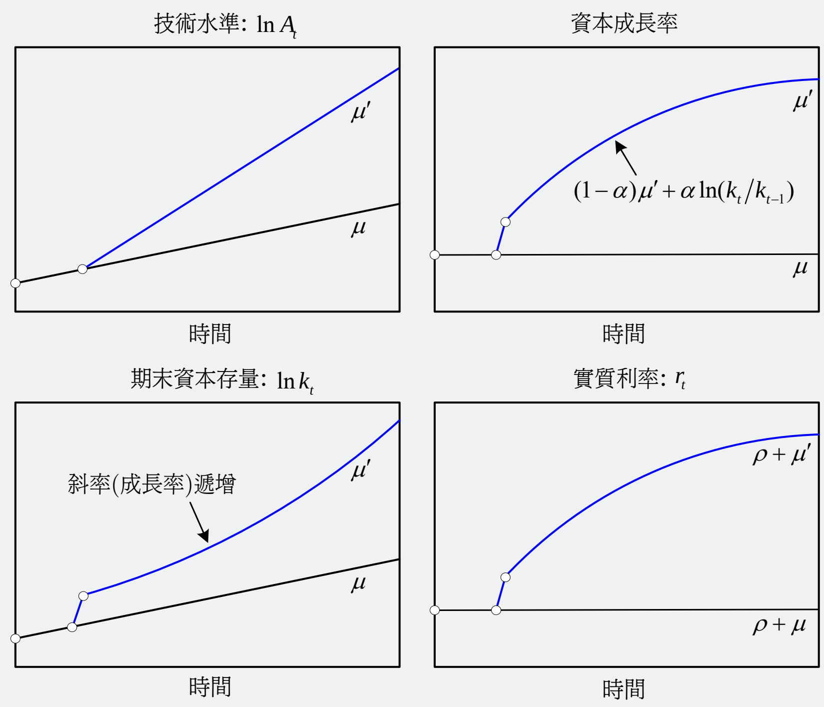



圖 17.14: 技術進步率上升的動態效果

**4e** 圖 17.15 畫出技術水準永久上升的動態效果。請注意, 這種變動不影響成長率, 故 $\ln A_t$ 的時間軌跡平行上移, 與上題的斜率改變截然不同。觀察公式解 (4e) 式, 當技術水準突然從 $A_t = 1$ 升至 $A_t = 2$ 時,「截距」會上移, 導致當期資本存量上升, 然後收斂至長期的平衡成長路徑, 恆定成長率不變, 但資本存量水準較高。此一結果不難解釋。根據 17.5 節的分析, 技術水準上升使各期生產函數等比例上移, 導致當期及長期資本存量上升。

根據 $\ln k_t$ 的動態路徑, 過渡期間的資本成長率及實質利率會先上升然後下降, 最後收斂至原來的恆定水準。此一結果與技術進步率上升的情形非常不同, 道理也不難理解。本例的生產衝擊使各期技術水準

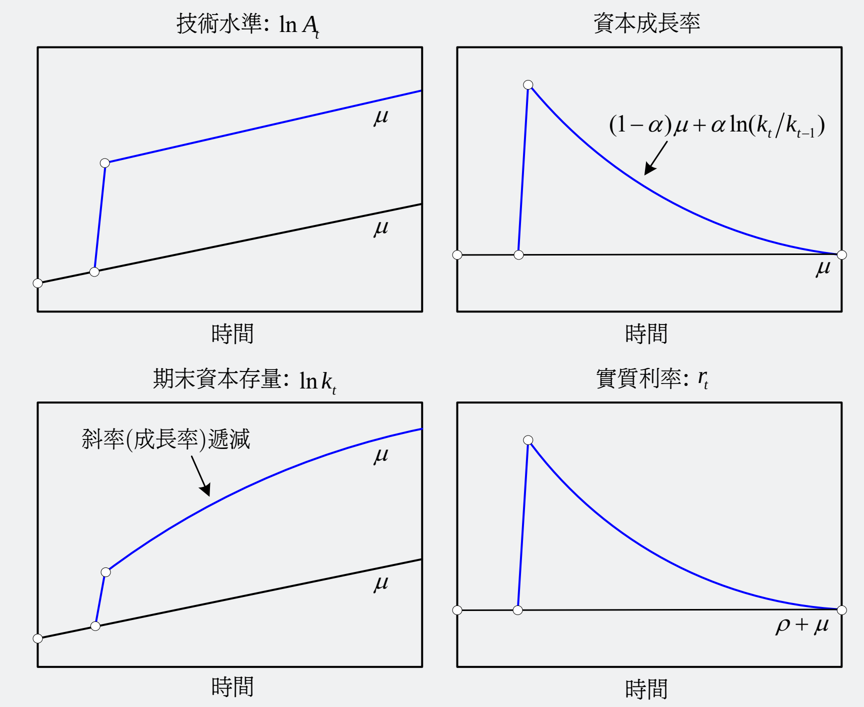



圖 17.15: 技術水準永久上升的動態效果

等幅上升, 而技術進步率上升卻會使技術水準不斷上升。兩者都是永久性生產衝擊, 但後者的消費成長率較高, 利率必須上升才能引導消費者在這樣的成長軌跡上消費。

**6a** 全面均衡滿足以下三個條件:

$$v'(1-n_t) = u'(c_t+\varepsilon_t)F_n(k_{t-1}, n_t), \tag{6a}$$

$$u'(c_t+\varepsilon_t) = \beta u'(c_{t+1}+\varepsilon_{t+1})\left[F_k(k_t, n_{t+1}) + 1 - \delta\right], \tag{6b}$$

$$c_t + \left[k_t - (1-\delta)k_{t-1}\right] = F(k_{t-1}, n_t)。 \tag{6c}$$

**6b** 我們先用較爲嚴謹的方式分析 $\varepsilon$ 上升的恆定效果, 過程與 17.6 節的數學推導相同。利用生產函數的一階齊次性質, 產出及邊際產出都可

表示成資本勞動比 $\tilde{k} = k/n$ 的函數, 分別是 $y = F(k,n) = nf(\tilde{k})$, $F_k(k,n) = f'(\tilde{k})$ 及 $F_n(k,n) = f(\tilde{k}) - \tilde{k}f'(\tilde{k})$。在恆定狀態下, 內生變數靜止不動, 條件 (6b) 退化成 $f'(\tilde{k}) = \rho + \delta$, 這是修正後累積金律。顯然, $\tilde{k}$ 與 $\varepsilon$ 無關。仿照 17.6 節, 利用市場結清條件 (6c) 式, 恆定消費滿足 $c = \phi n, \phi = f(\tilde{k}) - \delta\tilde{k} > 0$, 代入 (6a) 式可得

$$v'(1-n) = w\,u'(\phi n + \varepsilon),\;\; w = f(\tilde{k}) - \tilde{k}f'(\tilde{k}) > 0。$$

請注意, $\phi$ 及 $w$ 都是 $\tilde{k}$ 的函數, 當然也與 $\varepsilon$ 無關。上式對 $\varepsilon$ 微分, 整理後得到 (請自行驗證)

$$\frac{dn}{d\varepsilon} = \frac{-w\,u''(c+\varepsilon)}{v''(1-n) + w\phi\,u''(c+\varepsilon)} < 0。$$

據此, 因為 $\tilde{k}$ 及 $\phi$ 均為正值且與 $\varepsilon$ 無關, 故

$$\frac{dk}{d\varepsilon} = \tilde{k}\left(\frac{dn}{d\varepsilon}\right) < 0, \quad \frac{dc}{d\varepsilon} = \phi\left(\frac{dn}{d\varepsilon}\right) < 0$$

綜上分析, $\varepsilon$ 永久上升會使恆定資本存量, 勞動及消費下降。既然 $k$ 及 $n$ 都下降, 產出 $y$ 當然也下降。最後, 實質工資率 $w = f(\tilde{k}) - \tilde{k}f'(\tilde{k})$ 及實質利率 $r = \rho$ 都不動。

我們可從兩個角度解釋以上結果。首先, 令 $\tilde{c}_t = c_t + \varepsilon_t$, 則市場結清條件 (6c) 式兩邊同加 $\varepsilon_t$ 後, 亦可寫成

$$\tilde{c}_t + [k_t - (1-\delta)k_{t-1}] = F(k_{t-1}, n_t) + \varepsilon_t。$$

稍加觀察, 讀者即可發現此處考慮的偏好衝擊有如生產函數「平行」移動。當 $\varepsilon$ 永久上升時, 財富效果使 $\tilde{c}$ 上升, 而勞動 $n$ 下降, 導致恆定資本 $k$ 及恆定產出 $y$ 也下降。顯然, 恆常所得及 $\tilde{c}$ 雖然上升, 但其增幅必然小於 $\varepsilon$ 的升幅 (為什麼?), 故恆定消費 $c = \tilde{c} - \varepsilon$ 下降。

其次, 純粹從偏好改變的角度思考, 此類偏好衝擊使消費的邊際效用下降, 導致消費與休閒之間的邊際替代率 MRS $= v'(l)/u'(\tilde{c})$ 上升, 故消費者會用休閒取代消費。想像阿達吃飯一碗, 等於吃了兩碗, 既然已經吃飽了, 而休閒的邊際效用又相對較高, 何不小睡片刻, 不必那麼辛苦地工作。影響所及, 阿達也不需要累積那麼多的資本。請注意, 雖然產出及消費都下降, 但因爲「有效消費」$\tilde{c} = c + \varepsilon$ 及休閒都上升, 故阿達的終身效用還是上升了。

**6c** $\varepsilon_t$ 短暫上升會產生兩種替代效果。首先, 根據 (6a) 式, 給定市場工資率 $w_t$ [即 $F_n(k_{t-1}, n_t)$] 不變, $\varepsilon_t$ 上升使今天消費的邊際效用下降, 導致當期消費需求及勞動供給下降, 這是同期替代效果。其次, 根據 (6b) 式, 給定市場利率 (即 $F_k(k_t, n_{t+1}) - \delta$) 不變, $\varepsilon_t$ 短暫上升還會產生跨期替代效果, 使今天消費進一步下降, 而未來消費上升。

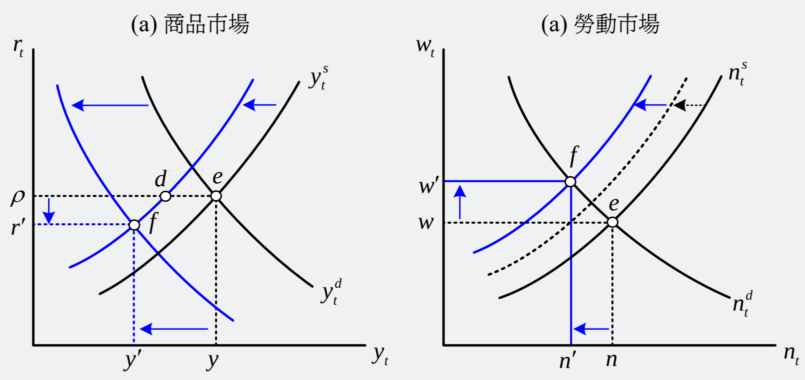



圖 17.16: 短暫偏好衝擊的當期效果

圖 17.16 中, 經濟社會原來處於恆定狀態的 $e$ 點。當 $\varepsilon_t$ 短暫上升時, 勞動供給下降使商品供給曲線左移至 $d$ 點的藍線位置, 利率不變下, 產出下降 $ed$ 單位。商品需求方面, $\varepsilon_t$ 上升不影響投資需求, 但消費需求下降。因爲商品供給及需求都下降, 故均衡產出必然下降, 但利率的

變動不能確定。理論上, 若消費需求也下降 $ed$ 單位, 則均衡利率不變, 不過直觀上, 這種情形不太可能發生。如前所述, 面對邊際效用短暫下降, 消費者會增加儲蓄, 延遲消費, 故一般情形下, 消費需求的降幅大於商品供給的降幅, 導致利率下降, 均衡移向 $f$ 點。利率下降使消費及投資上升, 但因爲產出下降了, 均衡消費必然下降。勞動市場的變化相當單純。$\varepsilon_t$ 上升不影響勞動需求, 但同期替代效果使勞動供給曲線左移至虛線位置, 而利率下降的跨期替代效果又使其繼續左移, 新的均衡落於 $f$ 點, 均衡勞動下降, 而工資率上升。

**6d** 此例中, 消費的邊際效用是 $\varepsilon u'(c)$, $\varepsilon$ 上升會使消費的邊際效用上升, 故恆定效果與 (b) 小題剛好相反: 長期下, 勞動, 資本存量, 產出及消費都上升, 而實質利率及工資率不受影響。以下用較爲嚴謹的方式證明, 過程與 (b) 小題相同。

本題的均衡條件與 (b) 小題類似, (6a)-(6b) 兩式可分別寫成

$$v'(1-n_t) = u'(c_t)\varepsilon_t F_n(k_{t-1}, n_t), \tag{6a$'$}$$

$$u'(c_t)\varepsilon_t = \beta u'(c_{t+1})\varepsilon_{t+1}\left[F_k(k_t, n_{t+1}) + 1 - \delta\right]。 \tag{6b$'$}$$

在恆定狀態下, (6b′) 式退化成 $f'(\tilde{k}) = \rho + \delta$, $\tilde{k} = k/n$ 是資本勞動比, 與 (b) 小題完全相同。利用市場結清條件 (6c) 式, 恆定消費是 $c = \phi n$, $\phi = f(\tilde{k}) - \delta k$, 代入 (6a′) 式, 恆定勞動滿足

$$v'(1-n) = w\varepsilon\, u'(\phi n), \;\; w = f(\tilde{k}) - \tilde{k}f'(\tilde{k}) > 0。$$

對 $\varepsilon$ 微分可得 (請自行驗證)

$$\frac{dn}{d\varepsilon} = \frac{-w\,u'(c)}{v''(1-n) + w\phi\varepsilon\, u''(c)} > 0。$$

據此, $\varepsilon$ 上升會使恆定勞動, 資本存量, 產出及消費上升。

**6e** 本題結論與 (c) 小題相反, 請自行補充。

**7a** 例一: 生產函數比例短暫下移使商品市場供不應求, 導致實質利率上升, 這是 17.4 節討論的情形。衝擊過後, 利率逐漸回降, 而消費, 投資及產出也回升至原恆定水準。衝擊反應函數見圖 17.6。

例二: 生產函數永久性比例上移 (如技術進步) 使消費需求及投資需求巨幅上升, 導致商品市場供不應求, 實質利率因而上升。在過渡期間, 消費, 資本存量及產出持續上升, 而利率回降, 這是 17.5 節的反例, 衝擊反應函數與圖 17.9 相反, 請自行補充。

例三: 生產函數永久性平行下移也會導致實質利率上升, 這是 17.6 節討論的情形, 衝擊反應函數見圖 17.11。

除以上三例外, 期初資本存量下降 (如地震) 或預期未來生產力上升也會導致短期利率上升。請見下兩題討論。

**7b** 地震使期初資本存量突然下降, 其效果類似生產函數短暫比例下移。

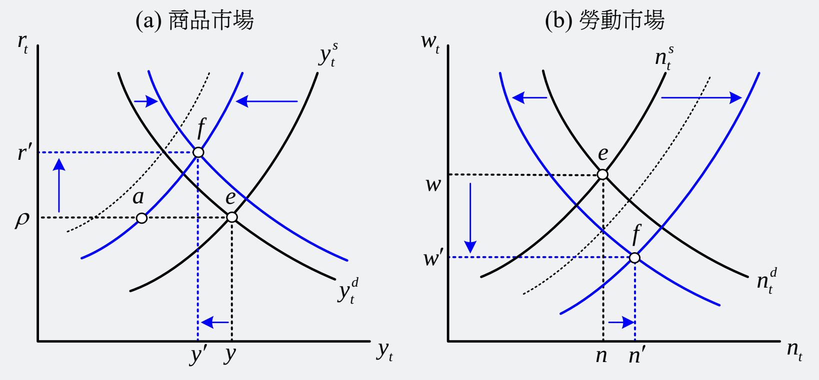



圖 17.17: 地震的均衡效果

圖 17.17(a) 中, 商品市場原來處於 $e$ 點的恆定狀態, 期初資本存量下降導致商品供給曲線左移至虛線位置, 這是地震的直接效果, 但財富效

果又使其右移至 $a$ 點的藍線位置, 在原利率水準下, 商品供給量下降 $ea$ 單位。商品需求方面, 地震使廠商的投資需求上升, 而財富效果使消費需求下降, 故理論上, 商品需求的變動不能確定。然而, 地震不影響恆定資本存量, 這表示產出下降是暫時的, 因此消費需求雖然下降, 但其降幅必然小於 $ea$ 單位。直觀上, 地震後, 影響商品需求的主要力量來自廠商的重建需求。圖中假設商品需求曲線右移至藍線位置, 在原利率水準下, 商品市場出現超額需求, 導致實質利率上升, 新的均衡落於 $f$ 點, 產出下降。從儲蓄的角度看, 地震使消費者的所得暫時下降, 爲平滑消費, 儲蓄意願下降, 借貸利率因而上升。

產出下降表示消費及投資的加總量下降。對消費者而言, 財富下降及利率上升均使消費需求下降, 故均衡消費必然下降, 而其下降幅度取決於利率上升的跨期替代效果。當參數 $\gamma = 0.2$ 時, 跨期替代效果較強, 此時的消費者比較不在意消費的波動, 故消費的下降幅度較大。反之, 當 $\gamma = 1$ 時, 跨期替代效果較小, 消費者平滑消費的主觀意願較強, 故消費的下降幅度較小。觀察消費的動態時徑, 虛線的下降幅度較大, 故對應的是 $\gamma = 0.2$, 而實線相對平穩, 故對應的是 $\gamma = 1$。投資的變動受兩股力量影響。地震使投資需求上升, 而利率上升使投資需求下降, 但這只會部分抵銷第一股力量, 因爲利率之所以上升, 反映的正是地震後的重建需求, 故最後的投資仍會上升。

圖 17.17(b) 中, 期初資本存量下降使勞動需求曲線左移, 而財富下降及利率上升使勞動供給曲線右移。在原工資水準下, 勞動供過於求, 故均衡工資率必然下降, 但勞動的變動方向不能確定。如前所述, 當 $\gamma = 1$ 時, 消費者平滑消費的主觀意願較爲強烈, 爲使消費不致過度下降, 消費者增加勞動, 導致均衡勞動上升。反之, 當 $\gamma = 0.2$ 時, 消費者比較不在意消費的下降, 導致均衡勞動下降。資本存量及實質利率的反應函數請自行補充。

實證研究顯示利率變動對消費需求的影響不大, 這表示消費者不希望消費過度波動, 故實線顯示的動態反應比較可能發生。

**7c** 本題的分析與地震極爲類似, 簡要說明如下。預期未來所得上升使當下 (即 $t = 1$) 的商品供給因財富效果而下降, 但消費需求及投資需求上升。顯然, 預期未來生產力上升會使商品市場供不應求, 導致利率上升。從平滑消費的角度看, 消費者預期未來所得上升, 故儲蓄意願下降, 借貸利率因而上升。產出的變動要看商品供需的相對變動幅度而定。一般情形下, 均衡產出的變動幅度不大, 可予忽略。

對消費者而言, 財富效果使消費需求上升, 而利率上升使消費需求下降, 故均衡消費的變動取決於利率變動的跨期替代效果。當 $\gamma = 1$ 時, 跨期替代效果相對較小, 導致均衡消費上升。因爲產出不變或變動幅度極小, 故均衡投資及資本存量下降, 對應於圖中的實線。當 $\gamma = 0.2$ 時, 消費者比較不在意消費波動, 此時的跨期替代效果較強, 導致消費下降, 而投資及資本存量上升, 對應於圖中的虛線。

在勞動市場中, 預期未來生產力上升不影響勞動需求, 但勞動供給受兩股相反力量影響: 財富效果使勞動供給下降, 而利率上升使勞動供給上升。當 $\gamma = 0.2$ 時, 利率上升的跨期替代效果較強, 導致均衡勞動上升, 反之, 當 $\gamma = 1$ 時, 均衡勞動下降。

當經濟社會進入 $t = 2$ 後, 要素生產力永久上升, 其均衡效果及動態調整過程與 17.5 節類似, 請自行補充。

## 第 17 章

**3a** 生產力短暫上升使商品供給增加, 但不影響商品需求, 故商品市場出現超額供給, 債券市場出現超額需求 (因爲消費者的儲蓄意願上升), 市場利率因之下降。短期下, 產出, 消費及投資上升。在勞動市場中, 生產力上升使勞動需求上升, 而利率下降使勞動下降, 但因效果有限, 導致均衡工資率及均衡勞動上升。圖形略。

**3b** 生產力永久上升導致恆定資本存量及恆定產出上升, 財富效果使消費需求巨幅上升, 而投資需求也上升, 故商品市場出現超額需求, 債券市場出現超額供給 (因爲未來所得上升使消費者的儲蓄意願下降), 市場利率因之上升。因爲商品供需都增加, 故產出必然上升。消費的變動取決於兩個效果: 財富效果使消費需求上升, 而利率上升使消費需求下降, 若財富效果大於跨期替代效果, 則均衡消費上升, 反之則下降。正常情形下, 均衡消費比較可能上升。
均衡投資必然上升, 因爲利率之所以上升, 反映的正是資本生產力上升, 資金從債券市場流向商品市場購買資本財。簡言之, 投資需求上升是因, 利率上升是果, 只會部分抵銷邊際生產力上升的影響。在勞動市場中, 生產力上升使勞動需求上升, 而財富效果使勞動供給下降, 一般情形下, 這兩個效果約略抵銷, 故短期下, 主要影響來自利率上升, 導致均衡工資率及均衡勞動都上升。圖形略。

**3c** 過程與圖 17.8-17.9 相反, 從略。

**3d** 生產函數短暫平行上移的效果與比例上移極爲類似, 會導致利率下降, 產出, 消費及投資上升。唯一的不同是勞動市場。生產函數平行移動不影響勞動需求, 但利率下降使勞動供給下降, 故均衡勞動下降, 而均衡工資率上升。圖形略。

**3e** 生產函數永久平行上移導致恆常所得上升, 透過財富效果, 恆定勞動及恆定資本存量下降。短期下, 投資需求下降, 而消費需求及商品供給上升。因爲資本存量還未下降, 商品供給的增幅會大於消費需求的增幅, 導致商品市場供過於求, 市場利率因之下降。短期下, 消費上升, 而投資下降, 因爲利率下降只會部分抵銷資本生產力下降 (因恆定勞動下降) 的影響。在勞動市場中, 生產函數平移不影響勞動需求, 但財富效果及利率下降的跨期替代效果都使勞動供給下降, 導致均衡勞動下降, 而均衡工資率上升。圖形略。

**3f** 過程與圖 17.11 相反, 從略。

**3g** 在 GHH 效用函數下, 財富效果只會反映在消費需求上, 休閒及勞動不受影響。當生產函數永久平行上移時, 各期產出等幅上升, 消費需求等幅上升。因爲勞動不變, 邊際資本生產力及投資需求也不變, 故商品供需等幅上升, 均衡利率不變。簡言之, 在 GHH 效用下, 財富效果的影響管道被關掉了, 生產函數永久平行上移會使各期產出及消費等幅上升, 其他變數不受影響。

**5a** $\theta \cong 105.4$。恆定解列於表 17.2 第一行。

表 17.2: 恆定解及策略函數

| | $k_t$ | $n_t$ | $c_t$ | $i_t$ | $y_t$ | $r_t$ | $w_t$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 恆定解 | 1.696 | 0.200 | 0.335 | 0.136 | 0.470 | 0.031 | 1.411 |
| $\pi_{xk}$ | 0.897 | −0.087 | 0.608 | −0.293 | 0.348 | −0.065 | 0.435 |
| $\pi_{xA}$ | 0.058 | 0.066 | 0.043 | 0.724 | 0.239 | 0.001 | 0.174 |
| $\pi_{x\epsilon}$ | 0.290 | 0.328 | 0.213 | 3.622 | 1.197 | 0.006 | 0.869 |

**5b** 策略函數列於表17.2。根據 17.4 節的分析, $\epsilon_t$ 短暫上升會使當期消費, 投資, 勞動, 產出及工資率上升, 而實質利率下降。觀察計算結果, 除利率外, 其他變數的反應係數均爲正值, 與理論分析一致。本例的生產衝擊雖然短暫, 但仍有一定持續性, 故利率的反應係數 $\pi_{r\epsilon} = 0.006$。若 $\rho_A = 0$, 則 $\pi_{r\epsilon}$ 會變爲負值 (見 (d) 小題, 表 17.3)。

**5c** 計算結果與本文表17.1 相近, 從略。

**5d** 表17.3 列出計算結果。衝擊反應函數同本文圖17.6 及圖17.9。兩者差異請參考 17.4-17.5 兩節的討論, 不再重複。

表 17.3: 策略函數

| | $k_t$ | $n_t$ | $c_t$ | $i_t$ | $y_t$ | $r_t$ | $w_t$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | $\rho_A = 0$ | | | |
| $\pi_{xk}$ | 0.897 | −0.087 | 0.608 | −0.293 | 0.348 | −0.065 | 0.435 |
| $\pi_{xA}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $\pi_{x\epsilon}$ | 0.294 | 0.334 | 0.199 | 3.670 | 1.200 | −0.021 | 0.867 |
| | | | | $\rho_A = 0.9999$ | | | |
| $\pi_{xk}$ | 0.897 | −0.087 | 0.608 | −0.293 | 0.348 | −0.065 | 0.435 |
| $\pi_{xA}$ | 0.172 | 0.145 | 0.653 | 2.156 | 1.087 | 0.108 | 0.942 |
| $\pi_{x\epsilon}$ | 0.172 | 0.145 | 0.653 | 2.156 | 1.087 | 0.108 | 0.942 |

**5e** 計算結果列於表17.4 及圖17.18。主要不同是勞動對永久性生產衝擊的反應。當 $\gamma = 0.5$ 時, 勞動供給的工資及利率彈性大 (見題 1b 及 2b), 面對生產力永久下降, 替代效果大於財富效果, 導致短期及恆定勞動下降, 故係數 $\pi_{n\epsilon} > 0$。反之, 當 $\gamma = 2$ 時, 財富效果較大, 故 $\pi_{n\epsilon} < 0$。

表 17.4: 策略函數

| | $k_t$ | $n_t$ | $c_t$ | $i_t$ | $y_t$ | $r_t$ | $w_t$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | $\gamma = 0.5$ | | | |
| $\pi_{xk}$ | 0.865 | −0.007 | 0.834 | −0.686 | 0.396 | −0.058 | 0.403 |
| $\pi_{xA}$ | 0.270 | 0.348 | 0.332 | 3.371 | 1.208 | 0.116 | 0.861 |
| $\pi_{x\epsilon}$ | 0.270 | 0.348 | 0.332 | 3.371 | 1.208 | 0.116 | 0.861 |
| | | | | $\gamma = 2$ | | | |
| $\pi_{xk}$ | 0.917 | −0.185 | 0.422 | −0.039 | 0.289 | −0.072 | 0.474 |
| $\pi_{xA}$ | 0.104 | −0.185 | 0.722 | 1.301 | 0.889 | 0.090 | 1.074 |
| $\pi_{x\epsilon}$ | 0.104 | −0.185 | 0.722 | 1.301 | 0.889 | 0.090 | 1.074 |

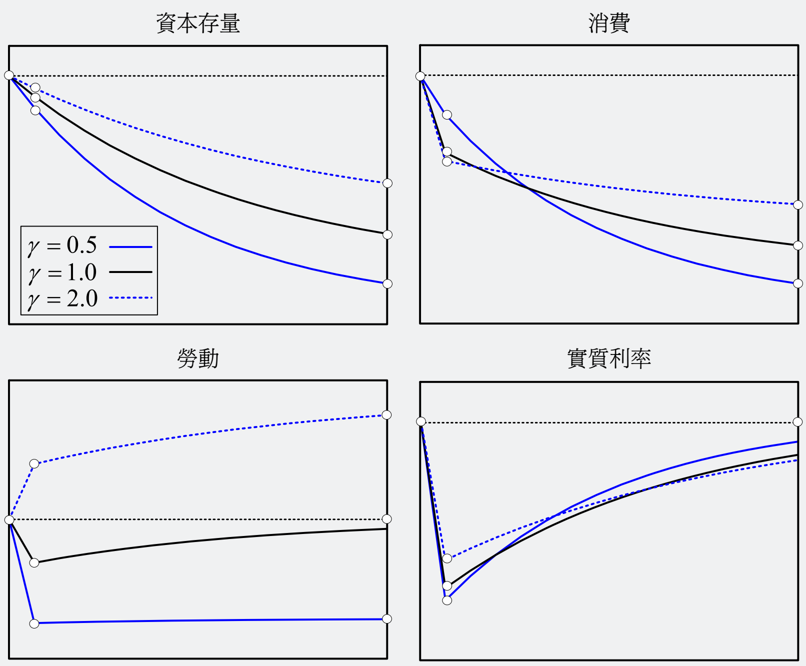



圖 17.18: 衝擊反應函數: 生產力永久下降