

國立臺灣大學工學院工程科學及海洋工程學系

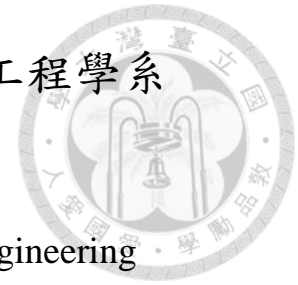
碩士論文

Department of Engineering Science and Ocean Engineering

College of Engineering

National Taiwan University

Master Thesis



風浪表面熱圖像的條痕結構特性

Characteristics of Streaky Structure on Thermographic

Images of Laboratory Wind Waves

簡佑穎

Yu-Ying Chien

指導教授：蔡武廷 博士

Advisor: Wu-Ting Tsai, Ph.D.

中華民國 106 年 10 月

October, 2017

致謝



首先感謝我的指導教授蔡武廷老師耐心指導，才能完成此論文。碩士班的生涯中，從老師身上學習到對於學問的嚴謹態度，每當研究遇到困難時，老師總能指引我朝著正確的方向邁進。感謝口試委員周逸儒老師、黃印良老師、陳世楠老師、戴璽恆老師給予的建議和指導。感謝研究室的世明學長、冠鴻學長耐心指導，透過討論能夠得到幫助和啟發。感謝同學和學弟妹互相扶持。最後感謝我的親人給予的支持和鼓勵。

中文摘要



風浪下之邊界層流場存在成對反向旋轉之渦旋結構，且旋轉軸與風場方向平行，即 Langmuir 環流。Langmuir 環流在水面形成匯聚區，而於熱圖像產生沿流向之條痕結構，本研究旨在探討風浪表面熱圖像中的條痕結構特性。因熱圖像含有短波雜訊，故利用數位影像處理之技術，去除雜訊及小尺度的紊流結構對條痕結構的影響，以辨識條痕，統計條痕間距，進一步分析間距分佈之特性。結果顯示平均條痕間距隨風速增加而變小，與前人的研究結果相符，且此特性亦與無滑移邊界之紊流邊界層的條痕特性類似；而以摩擦長度無因次化之平均條痕間距則隨風速而變大，此與無滑移邊界層之無因次平均條痕間距為一定值的結果不同。經卡方適合度檢定，低溫條痕之間距分佈近似於對數常態分佈，與無滑移邊界之紊流邊界層的條痕分佈特性相同。

關鍵字：風浪表面、紊流邊界層、Langmuir 環流、熱圖像、溫度條痕、條痕間距、對數常態分佈、卡方適合度檢定

Abstract



The counter-rotating streamwise vortex pairs are generated in the free-slip surface boundary layers. The vortical structures, which is also called Langmuir circulations, induce the converging zone at surface and form the streamwisely elongated streaky signatures. In this study, the characteristics of streaky structure on thermographic images of wind wave surface are analyzed. At first, the imaging procession techniques are employed to eliminate the effects of white noises and fine turbulent structures on images. As the positions of streaks are identified, the streak spacings and the corresponding distributions are then derived. The result shows that the mean streak spacing decreases as the friction velocity grows, which is similar to that of the no-slip wall turbulent boundary layer. The non-dimensional mean streak spacing based on friction length, however, increases with the friction velocity, different from that of the no-slip wall turbulent boundary layer, in which the non-dimensional mean streak spacing remains to be constant. Through the method of chi-square goodness-of-fit test, it is found that the distributions of streak spacing are close to lognormal distribution, similar to that of no-slip wall turbulent boundary layer.

Keyword: wind wave surface, turbulent boundary layer, Langmuir circulation, thermographic image, thermal streak, streak spacing, lognormal distribution, chi-square goodness-of-fit test

目錄



致謝	I
中文摘要.....	II
Abstract.....	III
目錄	IV
圖目錄	VI
表目錄	XV
第一章、前言	1
1.1 無滑移邊界紊流邊界層的條痕結構.....	4
1.2 風剪驅動自由液面紊流邊界層的條痕結構	10
1.3 論文架構.....	21
第二章、風浪水槽試驗	22
第三章、雜訊去除.....	27
3.1 二維整體經驗模態分解法.....	29
3.2 拉普拉斯金字塔法	37



3.3 高斯低通濾波法	45
3.4 雜訊去除之標準	51
第四章、條痕間距特性探討	57
4.1 統計條痕間距	58
4.2 間距分佈特性之檢定	68
4.2.1 機率密度函數	69
4.2.2 卡方適合度檢定	83
4.3 結果	94
第五章、結論	98
參考文獻	103
附錄一、卡方分佈臨界值表	108

圖目錄



第一章：

- 圖 1.1、在德國海德堡內喀爾河拍攝河水表面的運動狀態，箭頭方向為風向，可清楚地看見波浪，下方描繪 Langmuir 環流之理論模型。【原圖來源：Kräuter (2015)】 3
- 圖 1.2、在無滑移邊界紊流邊界層中，利用導線產生氫氣泡技術，將流場視覺化之影像。圖 *a* 和圖 *b* 影像觀測位置分別為距離牆面底部 $y^+ = 2.7$ 和 $y^+ = 4.5$ 。影像上方之水平白線為氫氣泡產生線，流場方向由上至下，觀察到氫氣泡匯聚形成條痕結構。【原圖來源：Kline et al. (1967)】 6
- 圖 1.3、在無滑移邊界紊流邊界層中，利用導線產生氫氣泡技術，將流場視覺化之影像。試驗流場的雷諾數 $Re_\theta = 740$ ，觀測位置距離牆面底部 $y^+ = 5$ ，影像中跨流向尺寸為 104 mm，影像左方之垂直白線為氫氣泡產生線，流場方向由左至右，觀察到氫氣泡匯聚形成條痕結構。【原圖來源：Smith and Metzler (1983)】 7
- 圖 1.4、條痕位置隨時間變化的記錄圖。試驗流場的雷諾數 $Re_\theta = 1490$ ，觀測位置距離牆面底部 $y^+ = 5$ ，每一條垂直線表示一張影像的條痕辨識結果，其垂直線上的橫線表示此張影像中被辨識出的條痕通過計算截線的位置。橫軸為影像編號，垂直線的間距表示，影像的時間間隔 $\Delta t = 0.833$ s。【原圖來源：Smith and Metzler (1983)】 8
- 圖 1.5、在無滑移邊界紊流邊界層中，觀測位置靠近牆面 $y^+ = 5$ ，不同雷諾數之條痕間距分佈和對數常態分佈曲線疊合。橫軸為無因次條痕間距；縱軸為機率密度函數。圖 *a* 試驗流場的雷諾數 $Re_\theta = 1490$ ，條痕間距總數 $n = 437$ 。圖 *b* 試驗流場的雷諾數 $Re_\theta = 5830$ ，條痕間距總數 $n = 411$ 。【原圖來源：Smith and Metzler (1983)】 9

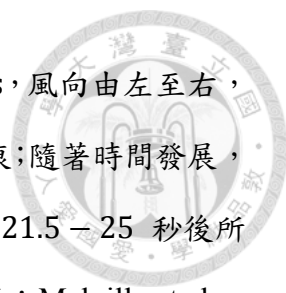


圖 1.6、觀察水面條痕結構演化過程之影像。試驗風速為 5 m/s，風向由左至右，影像尺寸為 85 × 57 cm。可見粒子匯聚在高速區域形成條痕；隨著時間發展，條痕結構會擾亂、崩壞。圖 a 至圖 h 為由風剪驅動水面 21.5 – 25 秒後所拍攝之影像，每間隔 0.5 秒依序拍攝一張影像。【原圖來源：Melville et al. (1998)】14

圖 1.7、觀察不同風速驅動水面所形成的條痕結構。試驗風向由左至右，影像尺寸為 85 × 57 cm，觀察微小粒子匯聚在高速區域形成高速條痕。圖 a 至圖 c 之風速分別為 3 m/s、4 m/s 和 5 m/s。可發現隨著試驗風速愈大，水面條痕結構愈緊密。【原圖來源：Melville et al. (1998)】15

圖 1.8、模擬風速為 5 m/s 驅動流場，將追跡質點灑入水面後的瞬時分佈。圖 a 至圖 f 放置總個數為 1282 均勻分佈的追跡質點後，時間分別經過 0.224 s、0.671 s、0.894 s、1.788 s、3.129 s 和 5.364 s，記錄質點的瞬時分佈。【原圖來源：Tsai et al. (2005)】16

圖 1.9、不同風速驅動流場之沿流向流速和溫度分佈。流場方向由左至右。圖 a 至圖 c 為沿流向流速分佈，顏色愈接近紅色，代表流速愈快；顏色愈接近藍色，代表流速愈慢。圖 d 至圖 f 為溫度分佈，顏色愈接近紅色，代表溫度值愈高；顏色愈接近藍色，代表溫度值愈低。圖 a 和圖 d 為風速 5 m/s，圖 b 和圖 e 為風速 4 m/s，圖 c 和圖 f 為風速 3 m/s。【原圖來源：Tsai et al. (2005)】17

圖 1.10、不同風速驅動下，自由液面邊界層之條痕間距分佈和對數常態分佈曲線疊合，及無因次條痕間距之平均值和標準差。橫軸為無因次條痕間距；縱軸為機率密度。圖 a 至圖 c 風速分別為 5 m/s、4 m/s 和 3 m/s。【原圖來源：Tsai et al. (2005)】18

圖 1.11、試驗風速為 3 m/s 驅動流場，觀察水面之熱圖像。以灰階值表示溫度值的高低，顏色愈接近白色，代表溫度值愈高；顏色愈接近黑色，代表溫度



值愈低。圖 a 為 *warm-skin case*，形成高溫條痕。圖 b 為 *cool-skin case*，形成低溫條痕。【原圖來源：Smith et al. (2007)】19

圖 1.12、觀察條痕間距值在不同摩擦速度之熱圖像中的變化。以風扇驅動試驗，風向由左至右，利用紅外線攝影設備拍攝，紀錄水面溫度分佈隨時間變化的影像，影像解析度為 256×256 px，以灰階值表示溫度值的高低，顏色愈接近白色，代表溫度值愈高；顏色愈接近黑色，代表溫度值愈低。圖 a 至圖 d 之摩擦速度分別為 0.14 cm/s、0.29 cm/s、0.34 cm/s 和 0.77 cm/s。紅色實線為影像中平均條痕間距值，藍色實線為無滑移邊界紊流邊界層之理論有因次平均條痕間距值。【原圖來源：Schnieders et al. (2013)】20

第二章：

圖 2.1、德國海德堡大學環境物理學院 Aeolotron 環狀風浪水槽設備。【原圖來源：Krall (2013)】25

圖 2.2、不同摩擦速度之熱圖像。試驗風向為由右至左，影像尺寸為沿流向 640 個網格 (45.696 cm)，跨流向 512 個網格 (36.557 cm)，每個網格之溫度值以灰階顯示，顏色愈接近白色，代表溫度值愈高；顏色愈接近黑色，代表溫度值愈低。圖 a 至圖 d 摩擦速度分別為 0.4 cm/s、0.74 cm/s (波浪未破碎)、0.74 cm/s (波浪破碎)和 1.3 cm/s。26

第三章：

圖 3.1、a 摩擦速度為 0.74 cm/s (波浪未破碎)之原始熱圖像，每個網格之溫度值以灰階顯示，顏色愈接近白色，代表溫度值愈高；顏色愈接近黑色，代表溫度值愈低。圖 b 以紅色圓點標記出跨流向之相對低溫點位。28

圖 3.2、利用整體經驗模態分解法對熱圖像之沿流向分離，再對其跨流向分離，得到影像矩陣。33

圖 3.3、利用二維整體經驗模態分解法分離熱圖像所得之不同尺度的模態。圖 a 至圖 e 結構的尺度依序為由小至大，圖 f 為殘餘之影像。34



圖 3.4、熱圖像去除二維整體經驗模態分解法分離之不同尺度結構，達到影像平滑化。圖 a 至圖 d 分別為原始熱圖像扣除二維整體經驗模態分解法的前一、二、三和四個模態，圖 e 為殘餘之影像。.....35

圖 3.5、熱圖像去除二維整體經驗模態分解法分離之不同尺度結構，達到影像平滑化。影像中紅色圓點為跨流向的相對低溫點位，圖 a 至圖 d 分別為原始熱圖像扣除二維整體經驗模態分解法的前一、二、三和四個模態，圖 e 為殘餘之影像。.....36

圖 3.6、高斯金字塔法之縮減和擴張。圖 a 為高斯金字塔法之縮減。圖 b 為高斯金字塔法之擴張。其中 G_k 表示高斯金字塔的第 k 階層； $G_{k,k}$ 表示高斯金字塔的第 k 階層影像 G_k 經過擴張 k 次。.....40

圖 3.7、高斯金字塔各階層影像。最底層 G_0 為原始影像，其尺寸為 640×512 px，影像經過高斯低通濾波之後，階層 G_1 至 G_5 之尺寸逐漸縮減為 320×256 px、 160×128 px、 80×64 px、 40×32 px 和 20×16 px。.....41

圖 3.8、利用拉普拉斯金字塔法分離熱圖像所得之不同尺度的階層。圖 a 至圖 e 結構的尺度依序為由小至大，圖 f 為殘餘之影像。.....42

圖 3.9、熱圖像去除拉普拉斯金字塔法分離之不同尺度結構，達到影像平滑化。圖 a 至圖 d 分別為原始熱圖像扣除拉普拉斯金字塔法的前一、二、三和四個階層，圖 e 為殘餘之影像。.....43

圖 3.10、熱圖像去除拉普拉斯金字塔法分離之不同尺度結構，達到影像平滑化。影像中紅色圓點為跨流向的相對低溫點位，圖 a 至圖 d 分別為原始熱圖像扣除拉普拉斯金字塔法的前一、二、三和四個階層，圖 e 為殘餘之影像。.....44

圖 3.11、原始熱圖像之頻譜。頻譜強度以灰階顯示，顏色愈接近白色，代表強度愈高；顏色愈接近黑色，代表強度愈低。橫軸為沿流向的傅利葉模態；縱軸為跨流向的傅利葉模態。.....47

圖 3.12、截切頻率與高斯濾波函數之關係圖。橫軸為在頻率域與中心點之距離；縱軸為濾波函數。分別繪製截切頻率為 10、20、30、40 和 50 px 之高斯分佈曲線。.....	47
圖 3.13、原始影像經過傅利葉轉換後，乘上高斯濾波函數之結果。圖 a 至圖 e 截切頻率分別為 50、40、30、20 和 10 px。.....	48
圖 3.14、熱圖像經過不同標準差之高斯低通濾波法，達到影像平滑化。圖 a 至圖 e 截切頻率分別為 50、40、30、20 和 10 px。.....	49
圖 3.15、熱圖像經過不同標準差之高斯低通濾波法，達到影像平滑化。影像中紅色圓點為跨流向的相對低溫點位，圖 a 至圖 e 截切頻率分別為 50、40、30、20 和 10 px。.....	50
圖 3.16、二維整體經驗模態分解法分離影像中不同尺度模態之功率譜密度。橫軸為波數；縱軸為功率譜密度，以對數表示。黑色實線為原始資料 h 之功率譜密度。紅色實線為模態 C ₁ 之功率譜密度。橘色實線為模態 C ₂ 之功率譜密度。綠色實線為模態 C ₃ 之功率譜密度。藍色實線為模態 C ₄ 之功率譜密度。紫色實線為模態 C ₅ 之功率譜密度。黑色點虛線為殘餘量 res 之功率譜密度。.....	55
圖 3.17、肉眼辨識之條痕間距和二維整體經驗模態分解前三個模態之主要結構尺度比較。圖 a 為原始熱圖像。圖 b 至圖 d 為圖 a 原始熱圖像局部放大黑色虛線方框區域，以黃色實線標記出肉眼辨識之條痕間距。圖 b 以紅色實線標記模態 C ₁ 結構尺度。圖 c 以橘色實線標記模態 C ₂ 結構尺度。圖 d 以綠色實線標記模態 C ₃ 結構尺度。.....	56
第四章：	
圖 4.1、熱圖像去除二維整體經驗模態分解法分離結構尺度最小的二個模態，以紅色圓點標記出跨流向之相對低溫點位；以藍色圓點標記出參考位置於影像中間且跨流向之相對低溫點位。.....	64

- 圖 4.2、利用二維整體經驗模態分解法，去除結構尺度最小的二個模態，將影像平滑化後，統計所得條痕間距之直方圖。橫軸為條痕間距，單位以 cm 表示；縱軸為機率密度。圖 a 至圖 d 之摩擦速度分別為 0.4 cm/s、0.74 cm/s (波浪未破碎)、0.74 cm/s (波浪破碎) 和 1.3 cm/s。.....65
- 圖 4.3、利用拉普拉斯金字塔法，去除結構尺度最小的二個階層，將影像平滑化後，統計所得條痕間距之直方圖。橫軸為條痕間距，單位以 cm 表示；縱軸為機率密度。圖 a 至圖 d 之摩擦速度分別為 0.4 cm/s、0.74 cm/s (波浪未破碎)、0.74 cm/s (波浪破碎) 和 1.3 cm/s。.....66
- 圖 4.4、利用高斯低通濾波法，截斷頻率為 30 px，將影像平滑化後，統計所得條痕間距之直方圖。橫軸為條痕間距，單位以 cm 表示；縱軸為機率密度。圖 a 至圖 d 之摩擦速度分別為 0.4 cm/s、0.74 cm/s (波浪未破碎)、0.74 cm/s (波浪破碎) 和 1.3 cm/s。.....67
- 圖 4.5、將摩擦速度為 0.4 cm/s 之影像，透過二維整體經驗模態分解法，去除結構尺度最小的二個模態，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合。橫軸為條痕間距，單位以 cm 表示；縱軸為機率密度。圖 a 至圖 f 分別為考慮指數分佈、伽瑪分佈、對數常態分佈、馬克士威分佈、雷利分佈和韋伯分佈之最小平方擬合，以黑虛線表示。.....71
- 圖 4.6、將摩擦速度為 0.74 cm/s (波浪未破碎) 之影像，透過二維整體經驗模態分解法，去除結構尺度最小的二個模態，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合。橫軸為條痕間距，單位以 cm 表示；縱軸為機率密度。圖 a 至圖 f 分別為考慮指數分佈、伽瑪分佈、對數常態分佈、馬克士威分佈、雷利分佈和韋伯分佈之最小平方擬合，以黑虛線表示。.....72
- 圖 4.7、將摩擦速度為 0.74 cm/s (波浪破碎) 之影像，透過二維整體經驗模態分解法，去除結構尺度最小的二個模態，統計所得條痕間距之直方圖，並考



慮六種機率密度函數進行最小平方擬合。橫軸為條痕間距，單位以 cm 表示；縱軸為機率密度。圖 a 至圖 f 分別為考慮指數分佈、伽瑪分佈、對數常態分佈、馬克士威分佈、雷利分佈和韋伯分佈之最小平方擬合，以黑虛線表示。

.....73

圖 4.8、將摩擦速度為 1.3 cm/s 之影像，透過二維整體經驗模態分解法，去除結構尺度最小的二個模態，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合。橫軸為條痕間距，單位以 cm 表示；縱軸為機率密度。圖 a 至圖 f 分別為考慮指數分佈、伽瑪分佈、對數常態分佈、馬克士威分佈、雷利分佈和韋伯分佈之最小平方擬合，以黑虛線表示。.....74

圖 4.9、將摩擦速度為 0.4 cm/s 之影像，透過拉普拉斯金字塔法，去除結構尺度最小的二個階層，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合。橫軸為條痕間距，單位以 cm 表示；縱軸為機率密度。圖 a 至圖 f 分別為考慮指數分佈、伽瑪分佈、對數常態分佈、馬克士威分佈、雷利分佈和韋伯分佈之最小平方擬合，以黑虛線表示。.....75

圖 4.10、將摩擦速度為 0.74 cm/s (波浪未破碎) 之影像，透過拉普拉斯金字塔法，去除結構尺度最小的二個階層，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合。橫軸為條痕間距，單位以 cm 表示；縱軸為機率密度。圖 a 至圖 f 分別為考慮指數分佈、伽瑪分佈、對數常態分佈、馬克士威分佈、雷利分佈和韋伯分佈之最小平方擬合，以黑虛線表示。.....76

圖 4.11、將摩擦速度為 0.74 cm/s (波浪破碎) 之影像，透過拉普拉斯金字塔法，去除結構尺度最小的二個階層，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合。橫軸為條痕間距，單位以 cm 表示；縱軸為機率密度。圖 a 至圖 f 分別為考慮指數分佈、伽瑪分佈、對數常態分佈、馬克士威分佈、雷利分佈和韋伯分佈之最小平方擬合，以黑虛線表示。.....77



- 圖 4.12、將摩擦速度為 1.3 cm/s 之影像，透過拉普拉斯金字塔法，去除結構尺度最小的二個階層，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合。橫軸為條痕間距，單位以 cm 表示；縱軸為機率密度。圖 a 至圖 f 分別為考慮指數分佈、伽瑪分佈、對數常態分佈、馬克士威分佈、雷利分佈和韋伯分佈之最小平方擬合，以黑虛線表示。.....78
- 圖 4.13、將摩擦速度為 0.4 cm/s 之影像，透過高斯低通濾波法，截切頻率為 30 px，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合。橫軸為條痕間距，單位以 cm 表示；縱軸為機率密度。圖 a 至圖 f 分別為考慮指數分佈、伽瑪分佈、對數常態分佈、馬克士威分佈、雷利分佈和韋伯分佈之最小平方擬合，以黑虛線表示。.....79
- 圖 4.14、將摩擦速度為 0.74 cm/s (波浪未破碎) 之影像，透過高斯低通濾波法，截切頻率為 30 px，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合。橫軸為條痕間距，單位以 cm 表示；縱軸為機率密度。圖 a 至圖 f 分別為考慮指數分佈、伽瑪分佈、對數常態分佈、馬克士威分佈、雷利分佈和韋伯分佈之最小平方擬合，以黑虛線表示。.....80
- 圖 4.15、將摩擦速度為 0.74 cm/s (波浪破碎) 之影像，透過高斯低通濾波法，截切頻率為 30 px，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合。橫軸為條痕間距，單位以 cm 表示；縱軸為機率密度。圖 a 至圖 f 分別為考慮指數分佈、伽瑪分佈、對數常態分佈、馬克士威分佈、雷利分佈和韋伯分佈之最小平方擬合，以黑虛線表示。.....81
- 圖 4.16、將摩擦速度為 1.3 cm/s 之影像，透過高斯低通濾波法，截切頻率為 30 px，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合。橫軸為條痕間距，單位以 cm 表示；縱軸為機率密度。圖 a 至圖 f 分別為考慮指數分佈、伽瑪分佈、對數常態分佈、馬克士威分佈、雷利分佈和韋伯分佈之最小平方擬合，以黑虛線表示。.....82



圖 4.17、*a* 自由度與卡方分佈之關係圖。橫軸為卡方值；縱軸為機率密度。分別繪製自由度為 5、10、15、20 和 25 之卡方分佈。圖 *b* 自由度為 20 卡方分佈之臨界值。橫軸為卡方值；縱軸為機率密度。臨界值左側為接受域，臨界值右側為拒絕域。.....93

圖 4.18、條痕間距分佈吻合機率密度函數之次數圖。圖 *a* 整理列出俄羅斯拉多加湖、其他水域實際測量水面條痕間距資料。圖 *b* 2014 年德國海德堡大學 Aeolotron 水槽試驗，熱圖像經過三種不同雜訊去除方法將影像平滑化，統計跨流向相對低溫點位之間距。【原圖 *a* 來源：Ryanzhin et al. (2005)】97

第五章：

圖 5.1、平均條痕間距與摩擦速度之關係圖。橫軸為摩擦速度，單位以 cm/s 表示；縱軸為平均條痕間距，圖 *a* 單位以 cm 表示，圖 *b* 單位以無因次表示；虛線為無滑移邊界紊流邊界層之理論無因次平均條痕間距值 $\overline{\lambda^+} = 100$ 。黑色圓形、方形和菱形，分別代表利用二維整體經驗模態分解法、拉普拉斯金字塔法和高斯低通濾波法，將 Aeolotron 2014 影像平滑化，並分析平均條痕間距之結果。紅色正三角形和藍色倒三角形分別代表 Schnieders et al. (2013) 和古孟巧 (2015) 分析 Aeolotron 2012 影像之結果。..... 101

圖 5.2、條痕間距與風速之關係圖。橫軸為風速，單位以 m/s 表示；縱軸之單位以 cm 表示。黑色圓形、倒三角形、正方形，分別表示水面條痕間距 (surface streak spacing)、剪力層深度 (shear layer depth)、水面波長 (surface wavelength)。【原圖來源：Melville et al. (1998)】 102

表目錄



第二章：

表 2.1、Aeolotron 2014 熱圖像之基本參數.....24

第三章：

表 3.1、二維整體經驗模態分解法分離影像中不同尺度的模態之平均波數和平均波長.....54

第四章：

表 4.1、利用二維整體經驗模態分解法，去除結構尺度最小的二個模態，將影像平滑化後，所得條痕間距之統計結果.....61

表 4.2、利用拉普拉斯金字塔法，去除結構尺度最小的二個模態，將影像平滑化後，所得條痕間距之統計結果.....62

表 4.3、利用高斯低通濾波法，截切頻率為 30 px，將影像平滑化後，所得條痕間距之統計結果.....63

表 4.4、將摩擦速度為 0.4 cm/s 之影像，透過二維整體經驗模態分解法，去除結構尺度最小的二個模態，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合之卡方適合度檢定結果.....87

表 4.5、將摩擦速度為 0.74 cm/s (波浪未破碎) 之影像，透過二維整體經驗模態分解法，去除結構尺度最小的二個模態，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合之卡方適合度檢定結果.....87

表 4.6、將摩擦速度為 0.74 cm/s (波浪破碎) 之影像，透過二維整體經驗模態分解法，去除結構尺度最小的二個模態，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合之卡方適合度檢定結果.....88

表 4.7、將摩擦速度為 1.3 cm/s 之影像，透過二維整體經驗模態分解法，去除結構尺度最小的二個模態，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合之卡方適合度檢定結果.....	88
表 4.8、將摩擦速度為 0.4 cm/s 之影像，透過拉普拉斯金字塔法，去除結構尺度最小的二個階層，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合之卡方適合度檢定結果.....	89
表 4.9、將摩擦速度為 0.74 cm/s (波浪未破碎) 之影像，透過拉普拉斯金字塔法，去除結構尺度最小的二個階層，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合之卡方適合度檢定結果.....	89
表 4.10、將摩擦速度為 0.74 cm/s (波浪破碎) 之影像，透過拉普拉斯金字塔法，去除結構尺度最小的二個階層，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合之卡方適合度檢定結果.....	90
表 4.11、將摩擦速度為 1.3 cm/s 之影像，透過拉普拉斯金字塔法，去除結構尺度最小的二個階層，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合之卡方適合度檢定結果.....	90
表 4.12、將摩擦速度為 0.4 cm/s 之影像，透過高斯低通濾波法，截切頻率為 30 px，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合之卡方適合度檢定結果.....	91
表 4.13、將摩擦速度為 0.74 cm/s (波浪未破碎) 之影像，透過高斯低通濾波法，截切頻率為 30 px，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合之卡方適合度檢定結果.....	91
表 4.14、將摩擦速度為 0.74 cm/s (波浪破碎) 之影像，透過高斯低通濾波法，截切頻率為 30 px，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合之卡方適合度檢定結果.....	92



表 4.15、將摩擦速度為 1.3 cm/s 之影像，透過高斯低通濾波法，截切頻率為 30 px，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合之卡方適合度檢定結果.....92

表 4.16、整理列出觀測地點、觀測方法、發表之直方圖數目、吻合卡方適合度檢定在信心水準為 0.95 的理論分佈。【原表來源：Ryanzhin et al. (2005)】96

第五章：

表 5.1、Schnieders et al. (2013) 分析 Aeolotron 2012 數據之結果..... 100

表 5.2、古孟巧 (2015) 分析 Aeolotron 2012 數據之結果..... 100

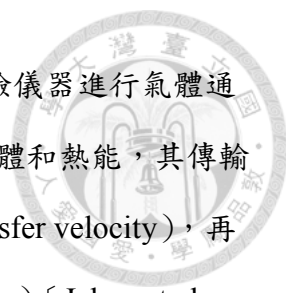
第一章、前言



地球接收來自太陽的輻射後，能量以長波長紅外線 (long-wavelength infrared) 方式輻射返回至太空，過程中大氣層吸收輻射熱能，造成地球溫度上升，如同覆蓋著玻璃的溫室，此稱為溫室效應 (greenhouse effect)，維持適合生物棲息的溫度條件。從十九世紀以來，由於人類的生產活動而排放大量會吸收紅外線輻射的溫室氣體，包含：二氧化碳 (carbon dioxide, CO_2)、甲烷 (methane, CH_4)、一氧化二氮 (nitrous oxide, N_2O) 等，大氣中的溫室氣體濃度逐漸增加，降低地球表面到太空的輻射效率，由於較少的熱能逸散到太空，較多的熱能保留在地球，導致溫室效應增強、全球氣溫上升、增加發生極端氣候的機率。

氣候變遷對地球生態環境造成劇烈的衝擊，是國際間共同關注的重要議題，聯合國成員國共同簽署聯合國氣候變遷綱要公約 (United Nations Framework Convention on Climate Change, UNFCCC)，監控各國工業活動所排放的溫室氣體，其中二氧化碳被認為是造成地球溫度上升最主要的原因。科學家研究發現海洋能夠調節大氣中二氧化碳的濃度，透過海氣交界面 (air-sea interface) 進行二氧化碳等氣體之傳輸並封存於水體中。由此可知海洋為探討全球碳循環的一重要環節，透過考慮大氣至海洋的二氧化碳傳輸量，使得全球二氧化碳循環之模擬與估算更加精確，政府與民間單位得以做出更即時的應對。

海洋深深影響大氣圈和水圈的二氧化碳循環，故科學家對於二氧化碳在海氣交界面的傳輸過程特別感興趣。地球表面的三分之二以上被水體所覆蓋，無論是河川、湖泊和海洋，其水體之運動情形，是由空氣中氣體的流動現象形成風場，產生風剪力作用於水體表面生成風浪，並透過水體黏滯效應，驅動水下的運動。其大多數屬於紊流流場，於水體表層形成紊流邊界層 (turbulent boundary layer)，此邊界層厚度極薄，但卻連結著海洋和大氣之循環，進行海氣間質量、動量和能量之傳輸，控制著複雜多變的海洋大氣交互作用 (air-sea interaction)，與全球氣候息息相關。



然而此海氣交界面為一自由運動之液面，至今難以利用實驗儀器進行氣體通量之量測。但學者們發現，同為被動純量 (passive scalar) 的氣體和熱能，其傳輸過程相似，故提出以熱能作為示蹤劑，推估熱能傳輸速率 (transfer velocity)，再透過擴散率之尺度分析，推算氣體傳輸速率 (gas transfer velocity) [Jahne et al. (1989); Haußecker et al. (1995)]。而後由於試驗設備與日俱進，近年來發展空間解析度高、時間解析度高、靈敏度高之紅外線攝影設備，應用於觀測並記錄海水表面溫度分佈隨時間變化之二維熱圖像 (thermographic image)，搭配數位影像處理 (digital image processing)，將流場視覺化 (flow visualization) 提供學者們研究自由液面紊流邊界層之紊流結構，已廣泛應用於量化海氣交界面之氣體傳輸速率 [Haußecker et al. (1995); Garbe et al. (2004); Schnieders et al. (2013)]。

而由於科學計算能力不斷上升，使得以電腦進行紊流流場之模擬變為可行。Tsai et al. (2005)、Tsai et al. (2013) 進行風剪驅動之水面紊流邊界層流場之模擬。透過流速、溫度分佈的三維流場視覺化，發現看似隨機且毫無規則可循的混亂系統中，存在著多種不同空間尺度之紊流結構，包括風剪力引起紊流形成的小尺度紊流結構與 Langmuir 環流形成的大尺度紊流結構，於水面形成條痕結構。其中 Langmuir 環流由於空間尺度較大，易於海洋、河川、湖泊中發現，Kräuter (2015) 在德國海德堡內喀爾河 (river Neckar) 實際拍攝河水表面之運動狀態 (如圖 1.1 所示)，箭頭方向為風向，可清楚地看見波浪，圖下方描繪 Langmuir 環流之理論模型。

本章於 1.1 節說明無滑移邊界 (no-slip boundary) 紊流邊界層之條痕結構。於 1.2 節說明風剪驅動 (wind-driven) 自由滑移邊界 (free-slip boundary) 紊流邊界層之條痕結構。於 1.3 節說明本論文之章節架構。

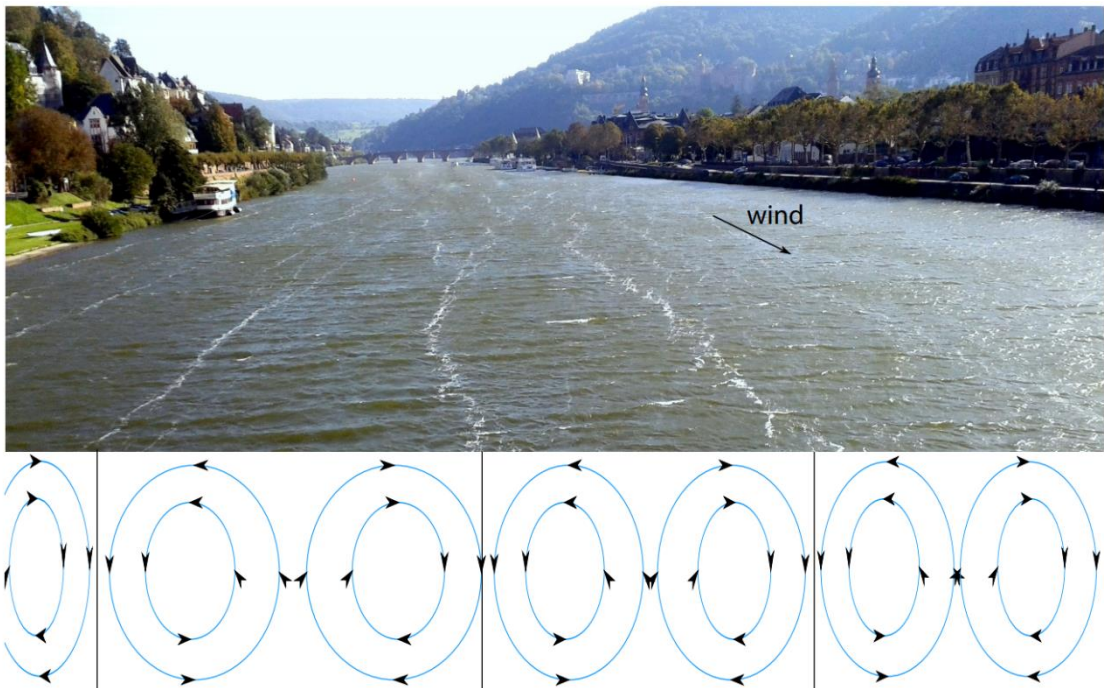


圖 1.1、在德國海德堡內喀爾河拍攝河水表面的運動狀態，箭頭方向為風向，可清楚地看見波浪，下方描繪 Langmuir 環流之理論模型。【原圖來源:Kräuter (2015)】




1.1 無滑移邊界紊流邊界層的條痕結構

學者們針對無滑移邊界紊流邊界層進行許多研究，利用不同方式將流場視覺化，以利辨識流場的結構，研究發現此流場中具有特徵的條痕結構 (streaky structure)。

Ferrell et al. (1955) 利用清水灌入一充滿有色水體的圓管中進行試驗，將流場視覺化，當大部分有色水體被清水沖刷帶走後，可觀察到在靠近管壁附近的流場中，因為流體黏滯效應的影響，有色水體漸往流速低的區域匯聚，故形成平行沿流向 (streamwise) 的長條狀結構，此為低速條痕 (low-speed streak)，相鄰兩低速條痕在跨流向 (spanwise) 上的距離稱為條痕間距 (streak spacing)，以符號 λ 表示之，其結果顯示條痕間距大致相同。

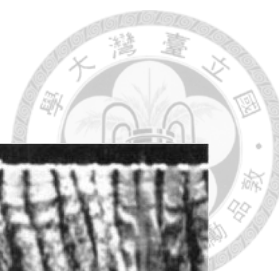
Kline et al. (1967) 利用導線產生氫氣泡技術進行試驗，將流場視覺化並定量分析流場結構之特徵尺度。在接近牆面底部且跨流向設置鉑導線，將周圍水分子電解後產生均勻且微小的氫氣泡 (hydrogen bubbles)，並使用高速攝影設備拍攝其氫氣泡隨時間的運動情形。在邊界的層流次層中 (laminar sublayer)，約距離牆面底部邊界 $y^+ \leq 5$ 的區域，觀察發現氣泡逐漸匯聚，在沿流向可清楚看見多條氫氣泡條痕結構 (如圖 1.2 所示)，利用氫氣泡的動態影像推估流場的瞬時流速分佈資料，進行頻譜分析方法，推算出平均條痕間距，此跨流向條痕的間距通常小於沿流向條痕的長度。

學者們將長度單位利用黏滯尺度 (viscous scale) ν_w/u^* ，進行無因次化後，以利進行研究之比較；例如：離牆底部距離 $y^+ = yu^*/\nu_w$ ，平均條痕間距 $\overline{\lambda^+} = \overline{\lambda}u^*/\nu_w$ ，其中 $u^* = \sqrt{\tau_s/\rho}$ 為摩擦速度 (friction velocity)，單位以 cm/s 表示，其因次為 [L/T] 與速度之因次相同； τ_s 為無滑移牆邊對水體底部或是風場作用於水面之剪應力 (shear stress)； ν_w 為水體之運動黏滯係數 (kinematic viscosity)； ρ 為水體之密度。學者發現，無因次化之平均條痕間距趨於一定值。

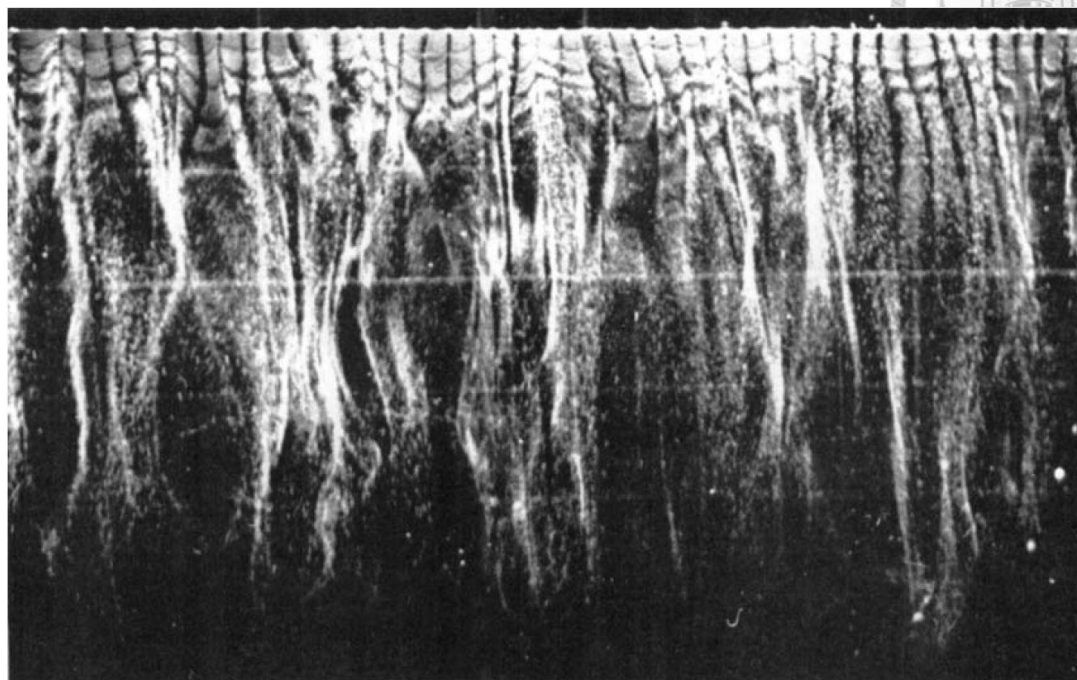


Smith and Metzler (1983) 運用流場視覺化方式，觀察水中氫氣泡之軌跡，並利用攝影機拍攝其運動情形，清楚顯示氫氣泡匯聚於沿流向，形成氫氣泡條痕結構（如圖 1.3 所示），以利對無滑移邊界紊流流場中，低速條痕進行辨識、並計算條痕間距及其統計特性。試驗中更改不同的雷諾數， $740 \leq Re_\theta \leq 5830$ ，觀測位置固定在牆面附近，記錄條痕位置隨時間的變化（如圖 1.4 所示），計算條痕間距之統計數值及特性。不同雷諾數之條痕間距分佈和對數常態分佈曲線的疊和（如圖 1.5 所示）。橫軸為無因次條痕間距 λ^+ ；縱軸為機率密度函數（probability density function） $P(\lambda)$ 。圖 1.5 (a) 試驗流場的雷諾數 $Re_\theta = 1490$ ，無因次平均條痕間距 $\bar{\lambda}^+ = 102$ 。圖 (b) 試驗流場的雷諾數 $Re_\theta = 5830$ ，無因次平均條痕間距 $\bar{\lambda}^+ = 95$ 。無論雷諾數如何改變，統計得到的平均條痕間距 $\bar{\lambda}$ ，經過無因次化後趨於一定值 $\bar{\lambda}^+ \cong 100$ ，且條痕間距分佈具有對數常態分佈（lognormal distribution）的特性，此結果和 Nakagawa and Nezu (1981) 提出低速條痕在跨流向的條痕間距分佈近似於對數常態分佈，兩者結論一致。

由前人之研究證實，在無滑移邊界紊流邊界層中，確實存在具有組織的條痕結構，無因次化後的平均條痕間距趨於一定值 $\bar{\lambda}^+ \cong 100$ ，且條痕間距分佈近似於對數常態分佈，此觀測結果提供後人研究無滑移邊界紊流邊界層結構的重要參考資料。



(a)



(b)

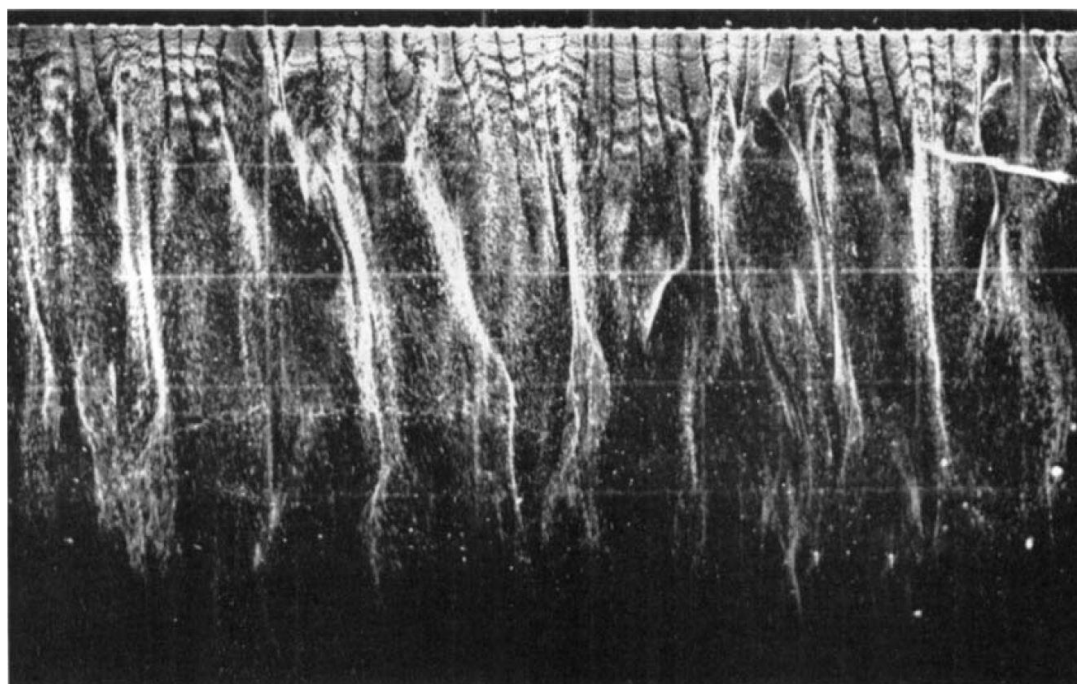


圖 1.2、在無滑移邊界紊流邊界層中，利用導線產生氫氣泡技術，將流場視覺化之影像。圖 (a) 和圖 (b) 影像觀測位置分別為距離牆面底部 $y^+ = 2.7$ 和 $y^+ = 4.5$ 。影像上方之水平白線為氫氣泡產生線，流場方向由上至下，觀察到氫氣泡匯聚形成條痕結構。【原圖來源：Kline et al. (1967)】

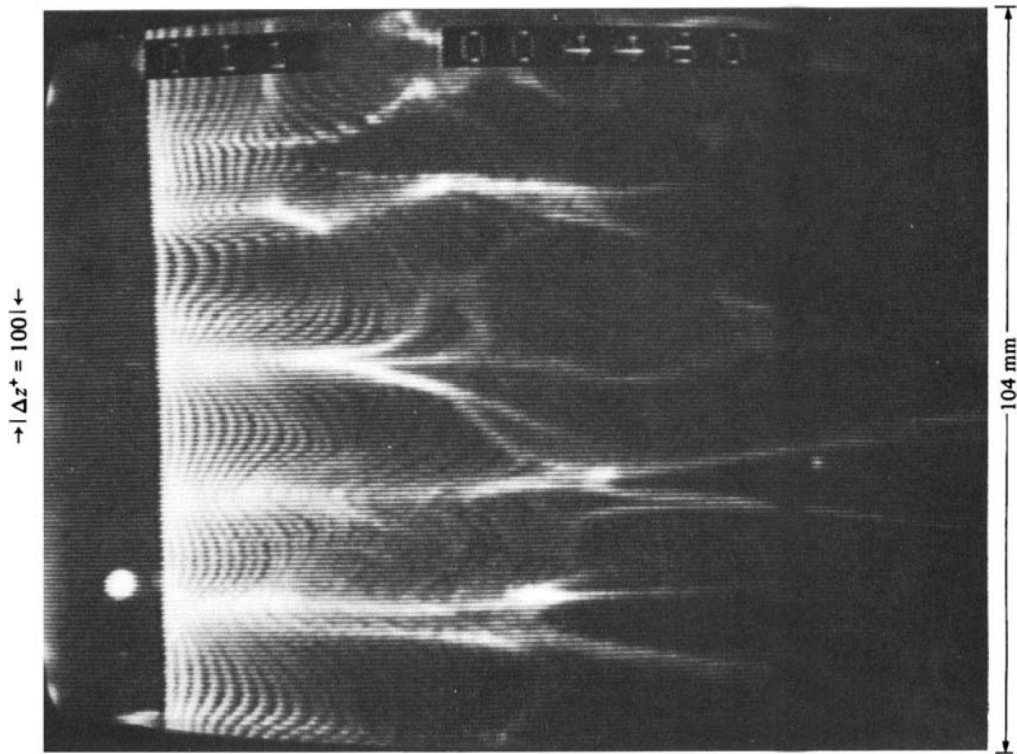


圖 1.3、在無滑移邊界紊流邊界層中，利用導線產生氫氣泡技術，將流場視覺化之影像。試驗流場的雷諾數 $Re_\theta = 740$ ，觀測位置距離牆面底部 $y^+ = 5$ ，影像中跨流向尺寸為 104 mm，影像左方之垂直白線為氫氣泡產生線，流場方向由左至右，觀察到氫氣泡匯聚形成條痕結構。【原圖來源：Smith and Metzler (1983)】

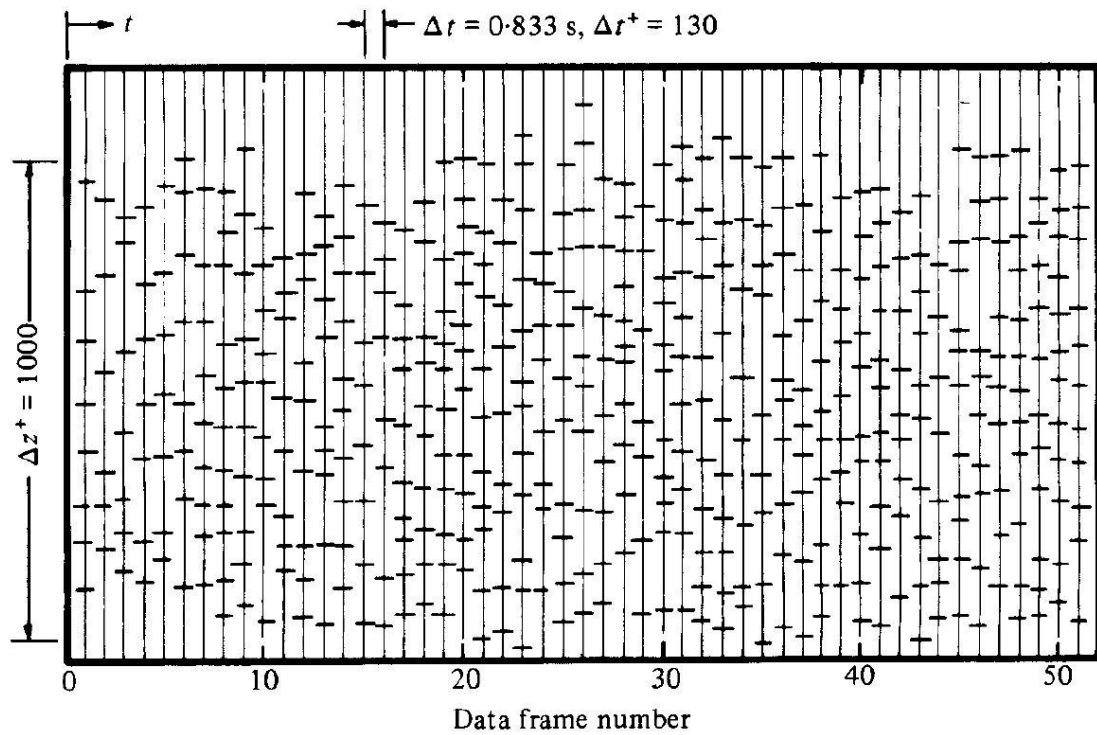


圖 1.4、條痕位置隨時間變化的記錄圖。試驗流場的雷諾數 $Re_\theta = 1490$ ，觀測位置距離牆面底部 $y^+ = 5$ ，每一條垂直線表示一張影像的條痕辨識結果，其垂直線上的橫線表示此張影像中被辨識出的條痕通過計算截線的位置。橫軸為影像編號，垂直線的間距表示，影像的時間間隔 $\Delta t = 0.833 \text{ s}$ 。【原圖來源：Smith and Metzler (1983)】

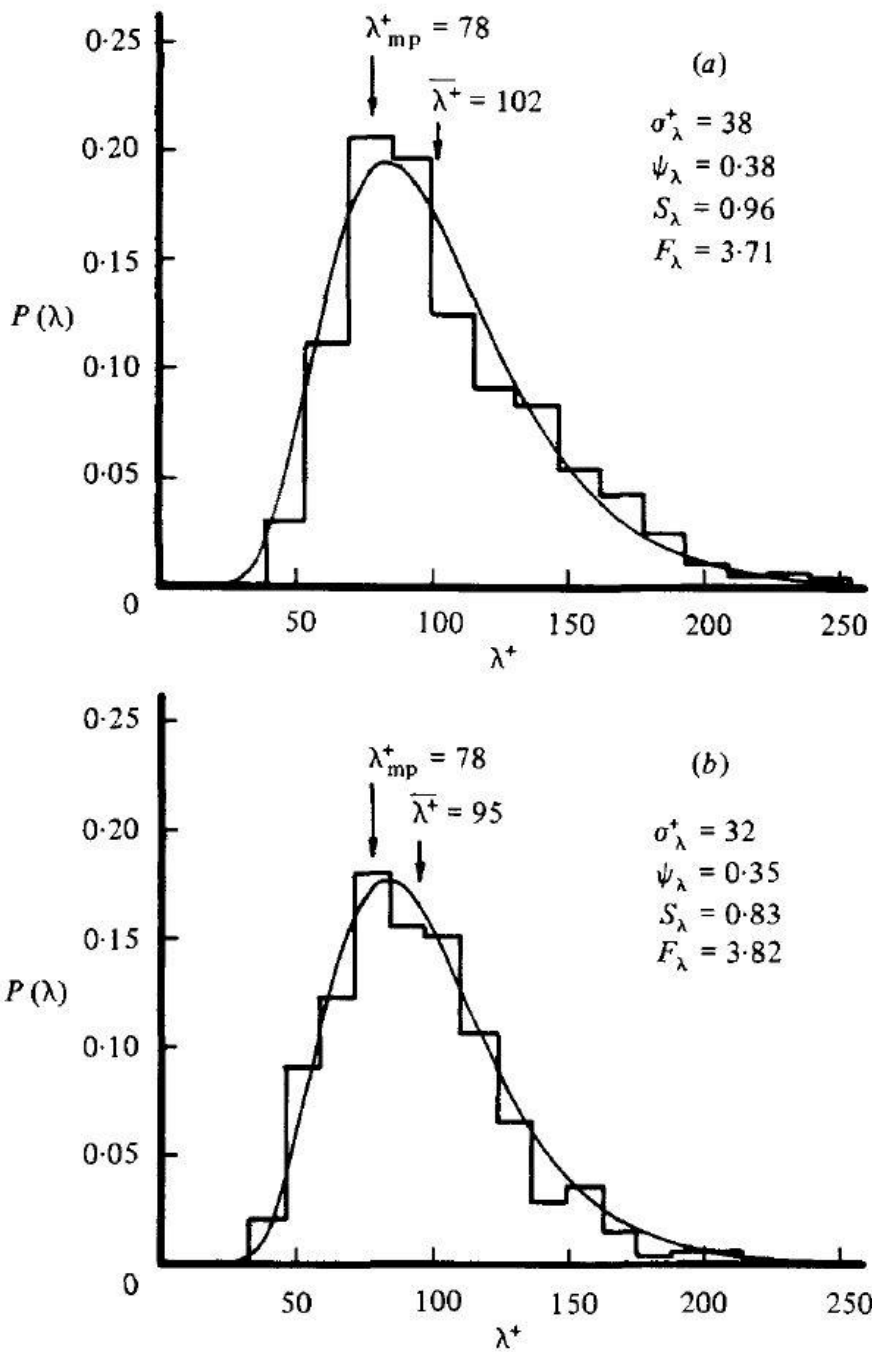


圖 1.5、在無滑移邊界紊流邊界層中，觀測位置靠近牆面 $y^+ = 5$ ，不同雷諾數之條痕間距分佈和對數常態分佈曲線疊合。橫軸為無因次條痕間距；縱軸為機率密度函數。圖 (a) 試驗流場的雷諾數 $Re_{\theta} = 1490$ ，條痕間距總數 $n = 437$ 。圖 (b) 試驗流場的雷諾數 $Re_{\theta} = 5830$ ，條痕間距總數 $n = 411$ 。【原圖來源：Smith and Metzler (1983)】



1.2 風剪驅動自由液面紊流邊界層的條痕結構

在無滑移邊界紊流邊界層中，學者們發現流場中存在沿流向延伸的低速條痕結構，其跨流向的橫斷間隔相近，無因次化後的平均條痕間距趨於一定值 $\overline{\lambda^+} \cong 100$ ，且間距分佈近似於對數常態分佈。然而在風剪驅動自由液面紊流邊界層的諸多研究中，亦顯示觀測到相似的條痕結構，無論是在實際水域：Woodcock (1941) 和 Kenney (1993) 皆在湖泊表面進行觀測、Gemrich and Hasse (1992) 在海洋表面進行觀測；或是在水槽進行試驗：Melville et al. (1998) 利用追跡粒子觀測水體表面之運動狀態；或是數值模擬：Tsai et al. (2005)。觀測水面在不同風速驅動下之運動狀態，水面移動速度較快的水分子迅速地匯聚，皆在水面形成高速條痕 (high-speed streak) 結構且其排列方向大致平行於風向，而其形成原因可能是風浪交互作用而產生的 Langmuir 環流與風剪所造成的相關紊流結構 (coherent turbulent structures)，抑或是其他更複雜的機制。

Langmuir (1938) 在橫越大西洋的航程中，注意到海藻於水面聚合形成長條狀的風積丘 (windrow)，且和風行進方向平行，他認為在條狀結構位置之水分子會匯聚且向下沉，水下的水分子會發散且向上升，存在成對反向旋轉之渦旋結構，且其旋轉軸與風場方向平行。日後學者們紀念 Langmuir 之貢獻，將其命名為 Langmuir 環流，此環流導致於水面形成條痕結構，跨流向的橫斷距離大致相近，其條痕間距從數公分 [Woodcock (1941); Gemrich and Hasse (1992); Kenney (1993)] 到數公里 [Langmuir (1938)]。Langmuir 環流能增強浮游生物的活動、大氣海洋的氣體交換 [Gemrich and Hasse (1992)]，增進海水表層垂直方向的混合 [Weller and Price (1988)]，加強海水表層水平方向的分散 [Thorpe (2004)]。

Melville et al. (1998) 在風驅動流場的試驗水槽中，觀察 Langmuir 環流之生成原因及演化過程，於試驗水面灑下漂浮的玻璃粒子，搭配適當的光源照明使玻璃粒子反光，將流場視覺化，並利用攝影設備拍攝其粒子在水面之分佈情形，觀察粒子在流場中的運動狀態。觀察水面條痕結構演化過程之影像 (如圖 1.6 所示)，

試驗風速為 5 m/s，試驗風向由左至右，影像尺寸為 85 × 57 cm。試驗開始後，可觀察到原本在水面散亂分佈的反光玻璃粒子，迅速匯聚在沿流向的高速區域形成高速條痕；隨著時間發展，其粒子過度聚集，條痕結構會逐漸發生擾亂、崩壞。每間隔 0.5 秒依序拍攝一張影像，圖 1.6 (a) 至 (h) 分別為由風剪驅動水面 21.5 – 25 秒後所拍攝之影像。試驗風速分別為 3 m/s、4 m/s 和 5 m/s 驅動流場，在表面形成條痕結構之影像（如圖 1.7 所示），清楚地顯示隨著試驗風速愈大，水面條痕結構愈緊密，條痕間距愈小。

Tsai et al. (2005) 運用直接數值模擬 (direct numerical simulation, DNS) 技術，亦在水面紊流邊界層發現高速條痕結構。在水面灑下總個數為 128^2 均勻分佈的追跡質點 (Lagrangian particles)，將流場視覺化，觀測水面在不同風速驅動下的運動狀態。模擬風速為 5 m/s 驅動流場，將追跡質點灑入水面後的瞬時分佈（如圖 1.8 所示），圖 1.8 (a) 至 (f) 放置總個數為 128^2 均勻分佈的追跡質點後，時間分別經過 0.224 s、0.671 s、0.894 s、1.788 s、3.129 s 和 5.364 s，記錄質點的瞬時分佈。條痕匯聚過程不到 2 秒，隨時間發展，質點過度聚集，導致條痕不易判斷。不同風速驅動流場之沿流向流速和溫度的分佈（如圖 1.9 所示），流場方向由左至右，圖 1.9 (a) 至 (c) 為沿流向流速分佈，顏色愈接近紅色，代表流速愈快；顏色愈接近藍色，代表流速愈慢，條痕結構的位置對應到流速較快的區域。圖 1.9 (d) 至 (f) 為溫度分佈，顏色愈接近紅色，代表溫度值愈高；顏色愈接近藍色，代表溫度值愈低，條痕結構的位置對應到溫度較低的區域。圖 1.9 (a) 和 (d) 之風速為 5 m/s，圖 (b) 和 (e) 之風速為 4 m/s，圖 (c) 和 (f) 之風速為 3 m/s。在沿流向的流速較快且溫度較低的區域，聚合形成條痕結構，隨著試驗風速愈大，條痕結構愈緊密，且條痕在跨流向的間距相近。不同風速驅動自由液面邊界層之條痕間距分佈和對數常態分佈曲線疊合（如圖 1.10 所示），橫軸為無因次條痕間距 λ^+ ；縱軸為機率密度 $P(\lambda^+)$ 。圖 1.10 (a) 至 (c) 風速分別為 5 m/s、4 m/s 和 3 m/s，無因次條痕間距之平均值 $\overline{\lambda^+}$ 分別為 181、161 和 201，無因次條痕間距之標準差 σ_{λ^+} 分別為 90、63 和 77。風剪驅動水面形



成高速條痕，其間距分佈和對數常態分佈曲線的疊合，兩者吻合程度高，故條痕間距分佈具有對數常態分佈之特性，說明此紊流邊界層的條痕結構與無滑移邊界紊流邊界層的結構之生成機制可能類似。

近年來數據量測設備的發展，學者們應用高空間、時間解析度、高靈敏度之紅外線攝影設備，拍攝水面溫度分佈隨時間之變化情況，為一時間序列之水溫分佈的二維熱圖像，將流場視覺化，以利辨識水面下的渦旋結構及其特徵，提供學者們研究氣體與液體交界面之微小尺度傳輸現象。〔Haußecker et al. (1995)； Jessup et al. (1997)； Jahne and Haussecker (1998)； Zappa et al. (2001)； Garbe et al. (2004)； Schimpf et al. (2004)； Smith et al. (2007)； Scott et al. (2008)； Schnieders et al. (2013)〕。

Smith et al. (2007) 觀察水面溫度分佈的情況（如圖 1.11 所示），以灰階值表示溫度值的高低，顏色愈接近白色，代表溫度值愈高；顏色愈接近黑色，代表溫度值愈低。由於潛熱通量（latent heat flux）、顯熱通量（sensible heat flux）和輻射熱通量（radiative heat flux）造成海水表層和海水表層下方之水體存在著溫度差異，依據熱通量之傳遞方向可分成兩種情況：第一種為 *warm-skin case*（如圖 1.11 (a) 所示），熱通量傳遞方向為空氣至水體，造成水體表面溫度上升，溫度較高的水分子因為密度較小，依然在水體的表層，流場無明顯垂直方向的運動，導致流場穩定，在水面形成白色條痕（位於高溫區域），稱為高溫條痕。第二種為 *cool-skin case*（如圖 1.11 (b) 所示），熱通量傳遞方向為水體至空氣，造成水體表面溫度下降，溫度較低的水分子因為密度較大，開始逐漸往下沉，流場有垂直方向的運動，導致流場不穩定，在水面形成黑色條痕（位於低溫區域），稱為低溫條痕，本研究以 *cool-skin case* 為主要討論情況。

學者們利用不同方法分析熱圖像之小尺度結構，定性及定量描述條痕結構，嘗試歸納出自由液面紊流流場的特性，例如：Handler et al. (2001)、Handler et al. (2012) 運用傅利葉分析（Fourier analysis）； Schimpf et al. (2004) 運用拉普拉斯金

字塔法；Scott et al. (2008) 運用小波轉換 (wavelet transform)；Handler and Smith (2011) 運用統計分析水面溫度分佈。

Schnieders et al. (2013) 提出分類演算法 (classification algorithm) 分析自由液面紊流流場的結構，其中包含影像處理和機器學習 (machine learning) 為基礎的演算法。觀察不同摩擦速度驅動流場之熱圖像中，條痕間距之變化 (如圖 1.12 所示)，以風扇驅動試驗，風向由左至右，利用紅外線攝影設備拍攝，紀錄水面溫度分佈隨時間變化的影像，熱圖像之解析度為 256×256 px，以灰階值表示溫度值的高低，顏色愈接近白色，代表溫度值愈高；顏色愈接近黑色，代表溫度值愈低。圖 1.12 (a) 至 (d) 之摩擦速度分別為 0.14 cm/s、0.29 cm/s、0.34 cm/s 和 0.77 cm/s。紅色實線為影像中平均條痕間距值，藍色實線為無滑移邊界紊流邊層之理論有因次平均條痕間距值，隨著摩擦速度增大，紅色實線和藍色實線的差距減小，表示平均條痕間距之觀測值趨近於理論值。條痕位於水面溫度值較低區域，屬於低溫條痕，說明此試驗為 *cool-skin case*，當摩擦速度較低時，水面條痕結構鬆散，低溫條痕數目少，條痕的間距較大；當摩擦速度較高時，水面條痕結構緊密，低溫條痕數目多，條痕的間距較小。

Ryanzhin (1983) 在俄羅斯拉多加湖 (lake Ladoga) 實際測量 Langmuir 環流之橫斷間距，利用頻譜分析 (spectral analysis)，結果顯示間距分佈大致符合雷利分佈 (Rayleigh distribution) 和伽瑪分佈 (gamma distribution)。Ryanzhin et al. (2005) 整理列出其他海域和湖泊實際測量水面條痕間距資料，並利用卡方檢定 (chi-square test) 判斷條痕間距分佈是否吻合特定的理論分佈，條痕間距分佈主要吻合伽瑪分佈；在俄羅斯拉多加湖的條痕間距分佈主要吻合對數常態分佈。

隨著摩擦速度遞增，水面紊流邊層之條痕結構的間距值遞減，無論是水槽試驗：Melville et al. (1998)；或是數值模擬：Tsai et al. (2005)，皆觀察到相同的特性。水面紊流邊層條痕間距之分佈近似於對數常態分佈，Csanady (1994)、Ryanzhin et al. (2005)、Tsai et al. (2005)、Schnieders et al. (2013) 研究結果顯示皆具有相同的特性。

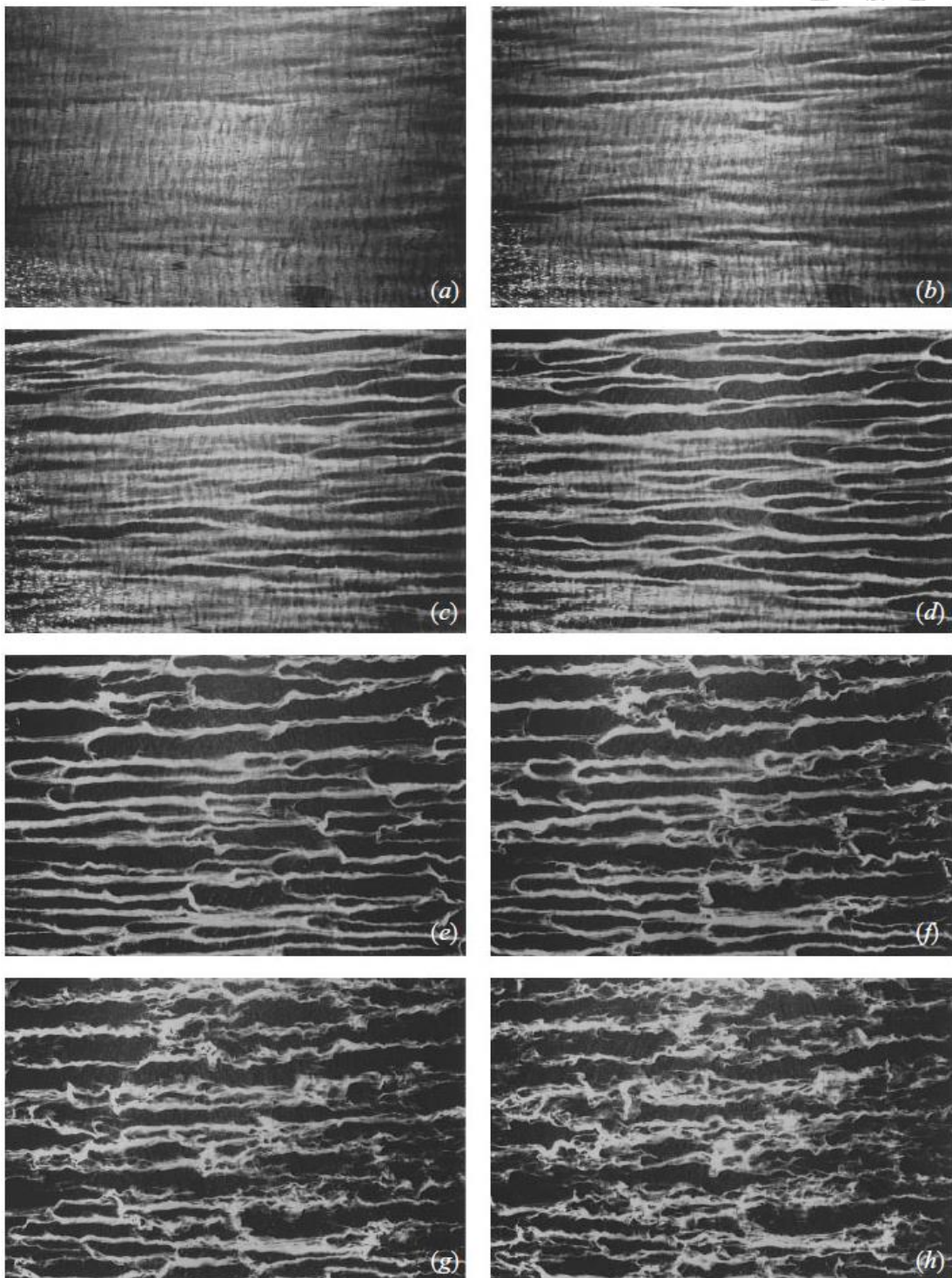


圖 1.6、觀察水面條痕結構演化過程之影像。試驗風速為 5 m/s，風向由左至右，影像尺寸為 85 × 57 cm。可見粒子匯聚在高速區域形成條痕；隨著時間發展，條痕結構會擾亂、崩壞。圖 (a) 至圖 (h) 為由風剪驅動水面 21.5 – 25 秒後所拍攝之影像，每間隔 0.5 秒依序拍攝一張影像。【原圖來源：Melville et al. (1998)】

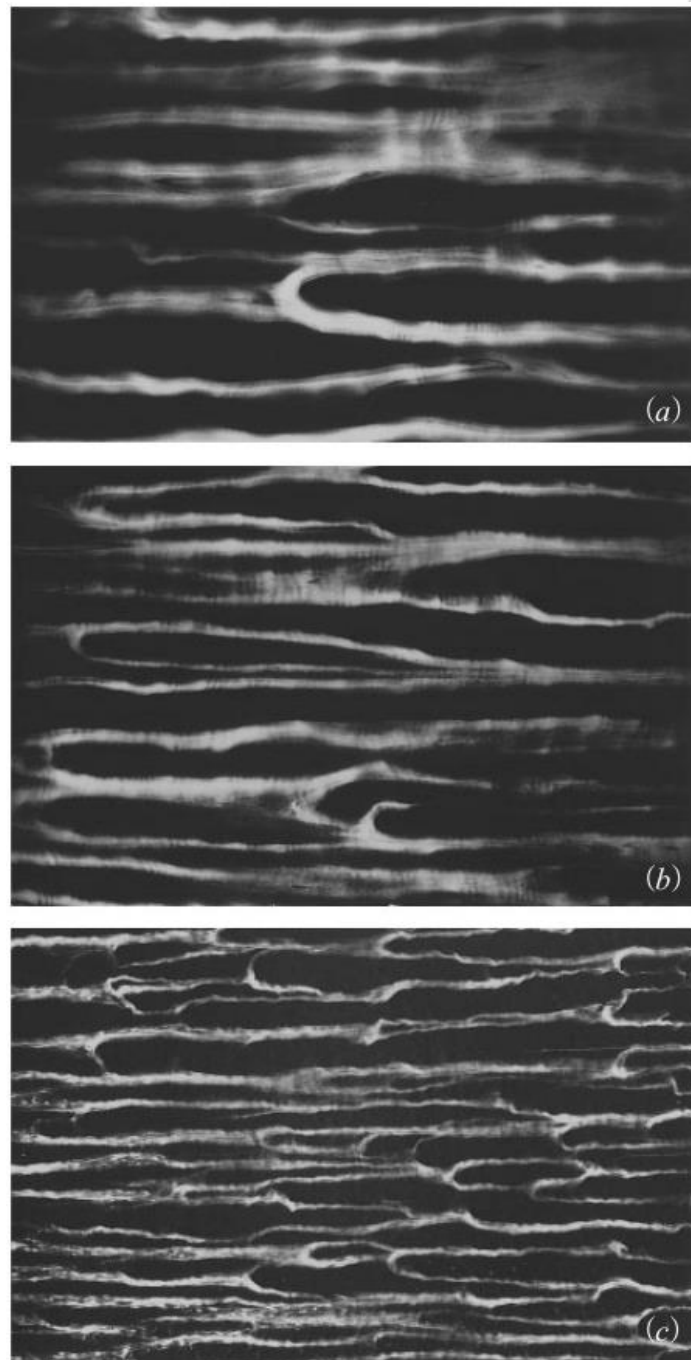


圖 1.7、觀察不同風速驅動水面所形成的條痕結構。試驗風向由左至右，影像尺寸為 85×57 cm，觀察微小粒子匯聚在高速區域形成高速條痕。圖 (a) 至圖 (c) 之風速分別為 3 m/s、4 m/s 和 5 m/s。可發現隨著試驗風速愈大，水面條痕結構愈緊密。【原圖來源：Melville et al. (1998)】

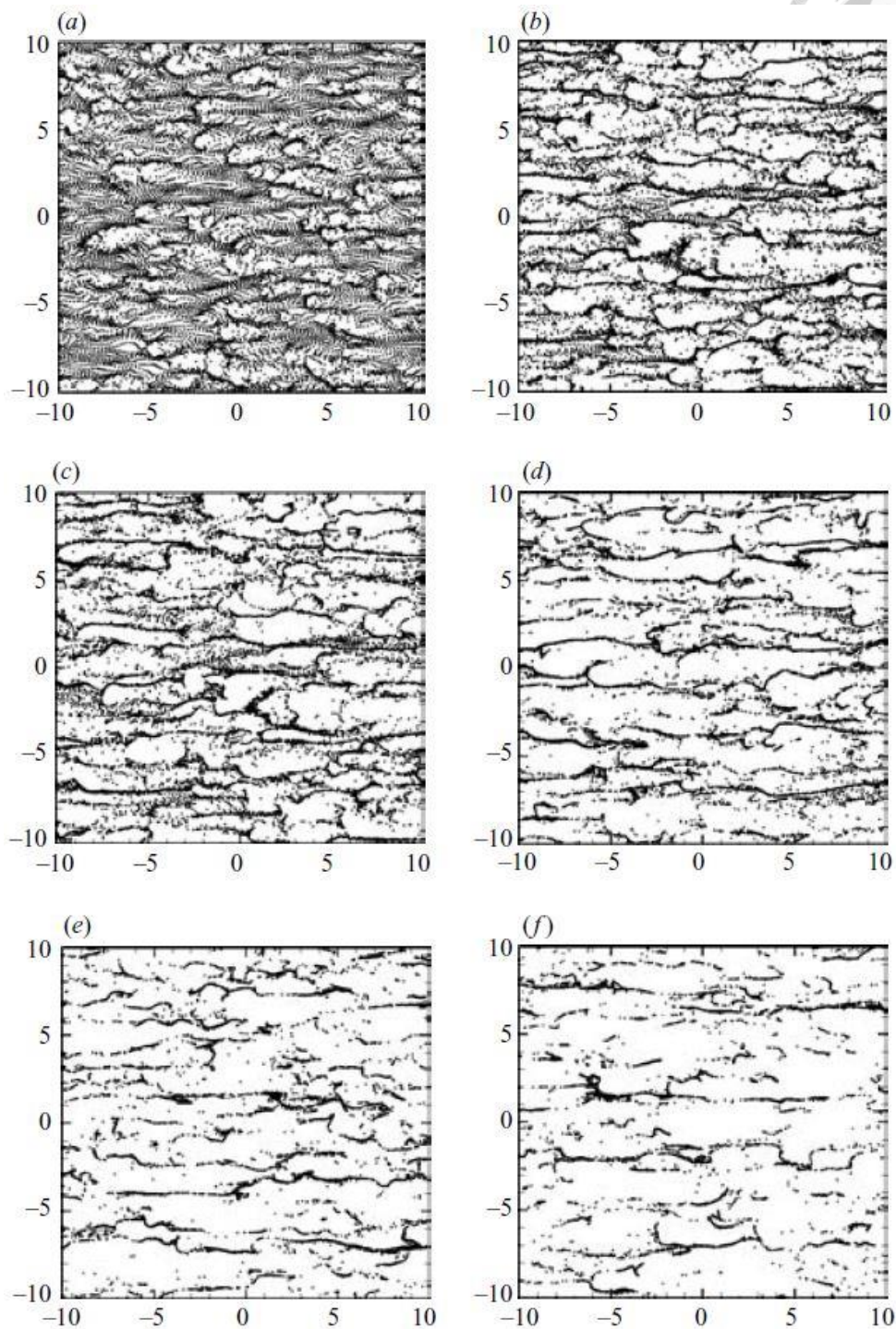


圖 1.8、模擬風速為 5 m/s 驅動流場，將追跡質點灑入水面後的瞬時分佈。圖 (a) 至圖 (f) 放置總個數為 128^2 均勻分佈的追跡質點後，時間分別經過 0.224 s、0.671 s、0.894 s、1.788 s、3.129 s 和 5.364 s，記錄質點的瞬時分佈。【原圖來源：Tsai et al. (2005)】

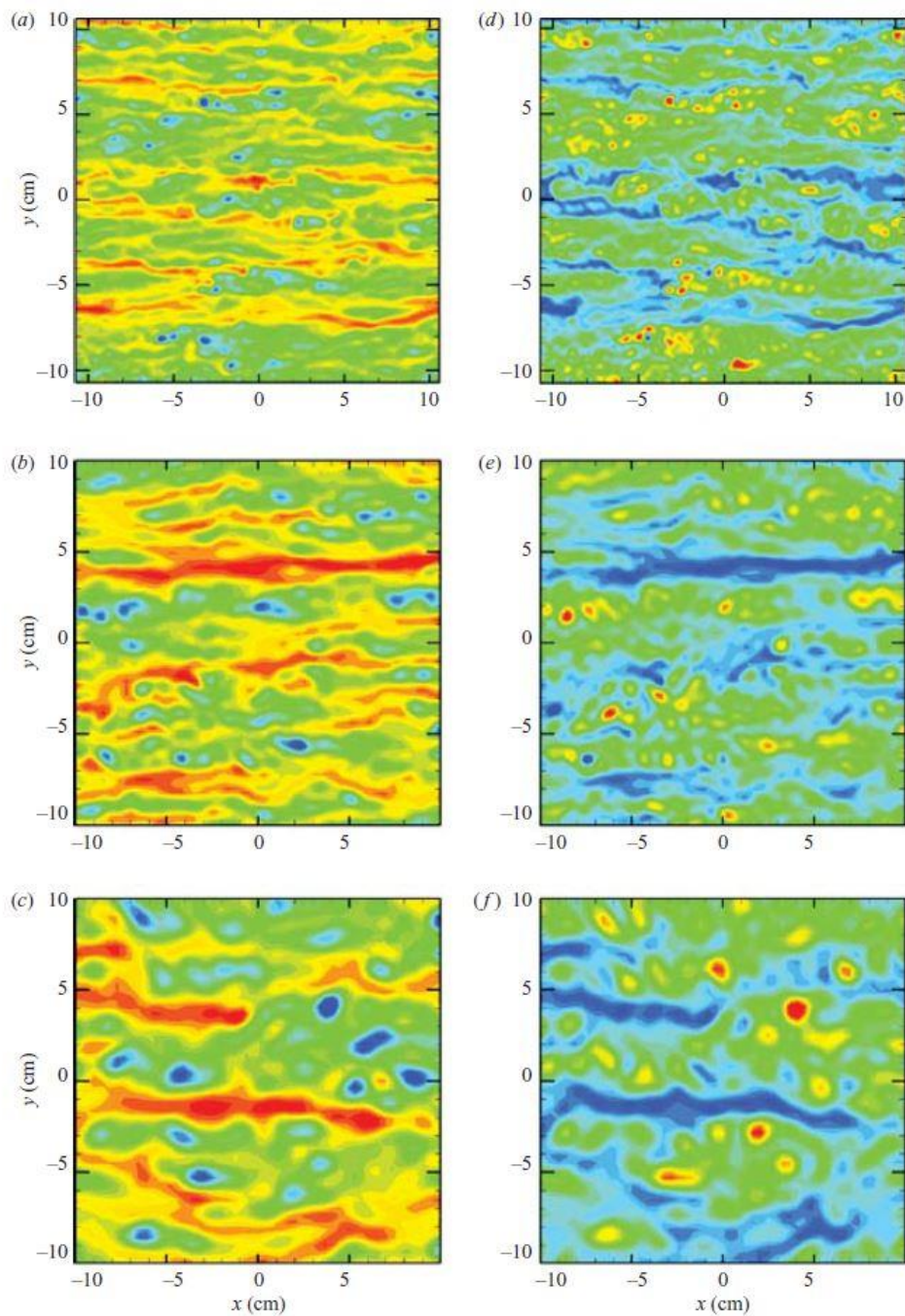


圖 1.9、不同風速驅動流場之沿流向流速和溫度分佈。流場方向由左至右。圖 (a) 至圖 (c) 為沿流向流速分佈，顏色愈接近紅色，代表流速愈快；顏色愈接近藍色，代表流速愈慢。圖 (d) 至圖 (f) 為溫度分佈，顏色愈接近紅色，代表溫度值愈高；顏色愈接近藍色，代表溫度值愈低。圖 (a) 和圖 (d) 為風速 5 m/s，圖 (b) 和圖 (e) 為風速 4 m/s，圖 (c) 和圖 (f) 為風速 3 m/s。【原圖來源：Tsai et al. (2005)】

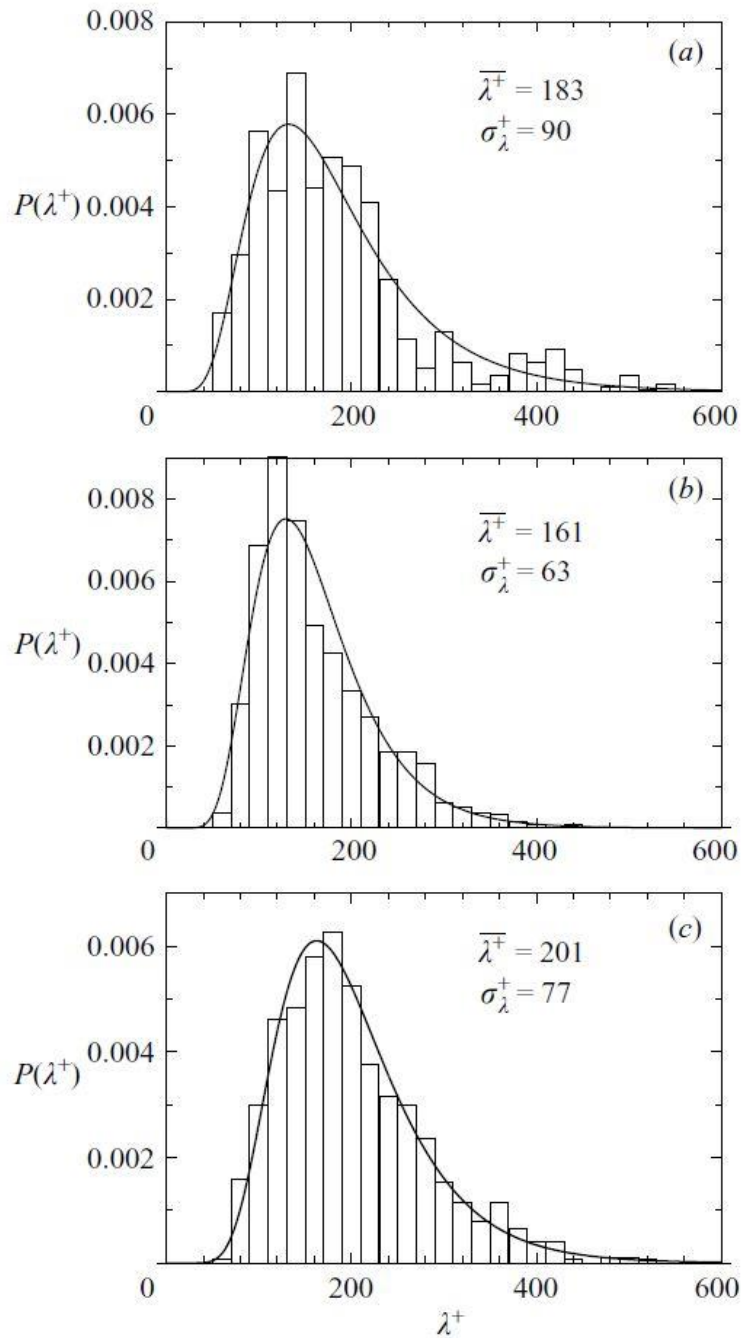


圖 1.10、不同風速驅動下，自由液面邊界層之條痕間距分佈和對數常態分佈曲線疊合，及無因次條痕間距之平均值和標準差。橫軸為無因次條痕間距；縱軸為機率密度。圖 (a) 至圖 (c) 風速分別為 5 m/s、4 m/s 和 3 m/s。【原圖來源：Tsai et al. (2005)】

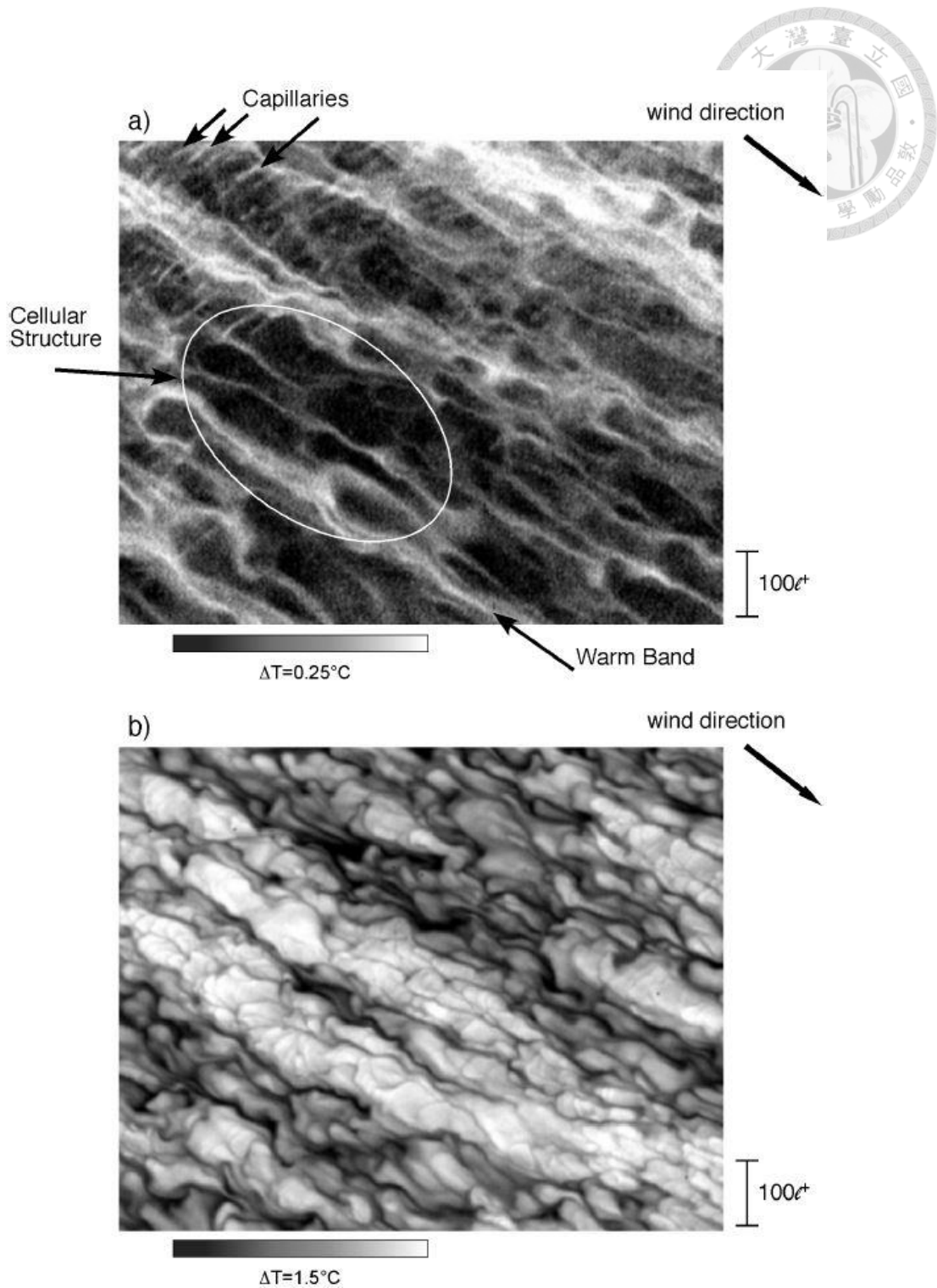


圖 1.11、試驗風速為 3 m/s 驅動流場，觀察水面之熱圖像。以灰階值表示溫度值的高低，顏色愈接近白色，代表溫度值愈高；顏色愈接近黑色，代表溫度值愈低。圖 (a) 為 *warm-skin case*，形成高溫條痕。圖 (b) 為 *cool-skin case*，形成低溫條痕。【原圖來源：Smith et al. (2007)】

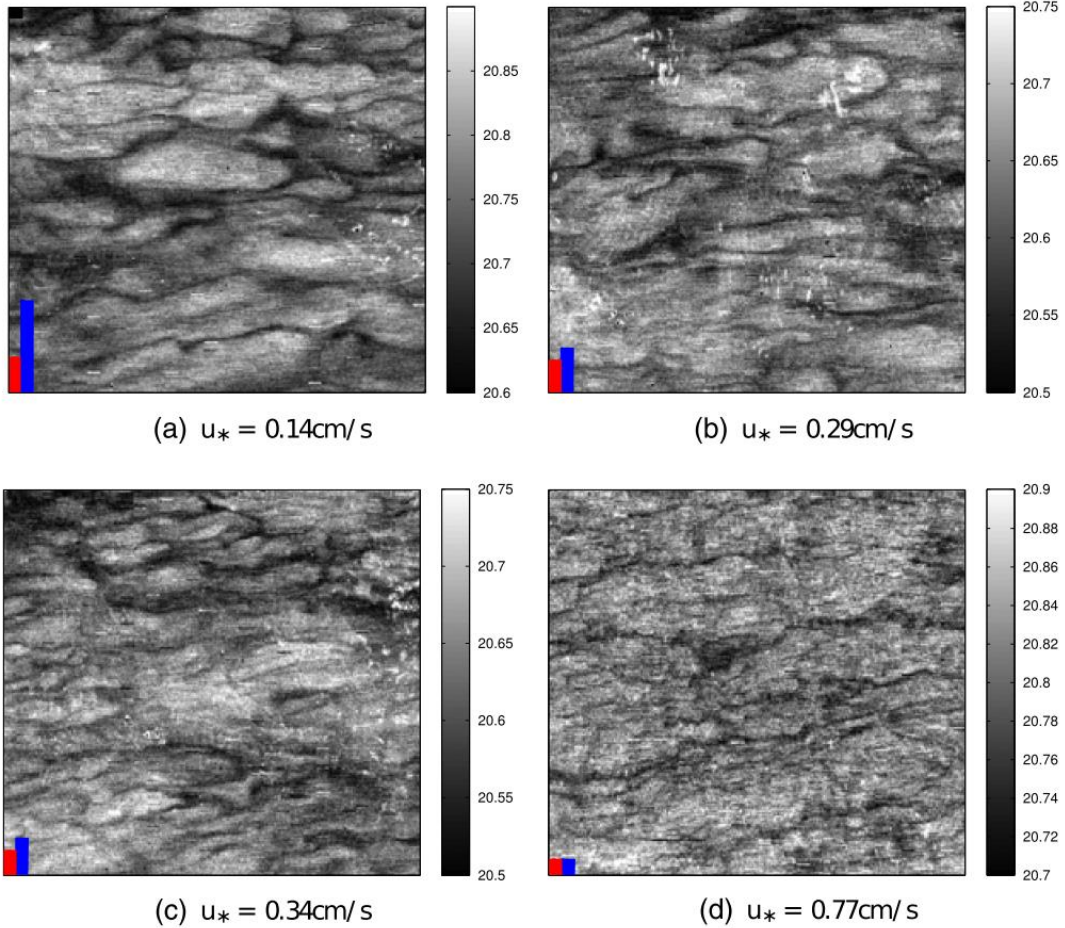
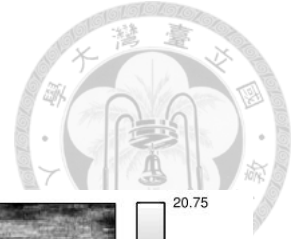


圖 1.12、觀察條痕間距值在不同摩擦速度之熱圖像中的變化。以風扇驅動試驗，風向由左至右，利用紅外線攝影設備拍攝，紀錄水面溫度分佈隨時間變化的影像，影像解析度為 $256 \times 256 \text{ px}$ ，以灰階值表示溫度值的高低，顏色愈接近白色，代表溫度值愈高；顏色愈接近黑色，代表溫度值愈低。圖 (a) 至圖 (d) 之摩擦速度分別為 0.14 cm/s 、 0.29 cm/s 、 0.34 cm/s 和 0.77 cm/s 。紅色實線為影像中平均條痕間距值，藍色實線為無滑移邊界紊流邊界層之理論有因次平均條痕間距值。

【原圖來源：Schnieders et al. (2013)】



1.3 論文架構

已於 1.1 和 1.2 節之文獻回顧，分別說明無滑移邊界紊流邊界層和自由滑移邊界紊流邊界層，在紊流邊界層中所觀察到的條痕結構，是解析紊流邊界層流場的重要參考資料。兩者紊流邊界層雖然邊界條件有所差異，但皆觀察到相似的條痕結構，本研究旨在探討風浪表面熱圖像的條痕結構特性，視其是否具有無滑移邊界紊流邊界層之條痕結構特性。

說明本論文之敘述安排如下：第二章對於本研究資料來源進行檢視，並說明德國海德堡大學 Aeolotron 環狀風浪水槽之基本描述與特性。

第三章首先說明三種數位影像處理之方法，主要目的為過濾影像中的雜訊和不在本研究進行討論的小尺度之紊流結構，達到影像平滑化 (image smoothing) 的效果，以利後續統計低溫條痕的間距，於 3.1 節說明二維整體經驗模態分解法 (2-D ensemble empirical mode decomposition)。於 3.2 節說明拉普拉斯金字塔法 (Laplacian pyramid)。於 3.3 節說明高斯低通濾波法 (Gaussian low-pass filter)。於 3.4 節說明雜訊去除之標準。

第四章說明如何統計條痕間距並探討間距分佈之統計特性，於 4.1 節說明辨識其跨流向的相對低溫點位，以統計低溫條痕之間距。於 4.2 節說明檢定條痕間距分佈之統計特性，於 4.2.1 節說明本研究以理論機率密度函數對條痕間距分佈進行最小平方擬合 (least squares fitting)，於 4.2.2 節說明卡方適合度檢定 (chi-square goodness-of-fit test) 判斷理論機率密度函數是否吻合條痕間距分佈，並於 4.3 節整理其分析結果並討論。

第五章為本研究之結論。

第二章、風浪水槽試驗



本研究資料來源為德國海德堡大學環境物理學院 (Institute for Environmental Physics in Heidelberg, IUP) 的 Aeolotron 環狀風浪水槽設備 (如圖 2.1 所示), 名稱源自於希臘神話的風神 (Aeolus), 建造於西元 1999 年。風扇架設於水面上方, 以適當的風速驅動流場, 試驗風向為逆時針方向, 藉由控制風速用來模擬不同條件之風浪運動, 是研究水體表層微小尺度熱能、動量和質量交互作用的設備。而由於水槽為環狀, 故在流場發展成熟後, 不受吹風距離 (fetch) 影響, 在任何位置量測結果的差異不大。但亦因環狀水槽的緣故, 當水體運動的空間尺度過大時, 易感受到兩側邊壁, 離心力之作用會較為明顯。

Aeolotron 試驗水槽的詳細描述參考 Krall (2013)、Schnieders et al. (2013), 試驗水槽的寬和高分別為 60 cm、2.41 m, 內牆壁之圓周長 27.3 m, 試驗過程水深保持為 1.00 ± 0.01 m, 試驗水體之表面積為 17.9 m^2 , 試驗水體之體積為 18.0 m^3 , 上方空氣部分所占體積約為 24.4 m^3 。為了減少環境因素對試驗熱通量之影響, 避免水槽內之氣體、水體與外界接觸, 降低潛熱通量; 在水道兩旁設置厚度 9 cm 之聚苯乙烯 (polystyrene) 隔板, 降低顯熱通量; 在水道兩旁覆蓋鋁箔降低輻射熱通量。

在水面上方架設紅外線攝影設備 (IRcam Velox 327k M) 拍攝水體表面溫度分佈隨時間之變化, 當物體絕對溫度大於零度時, 物體表面便發射出輻射熱, 藉由此機器量測水面之輻射熱, 並轉換成水面溫度值之分佈, 無須額外對水體表面進行加熱, 此種拍攝方式稱為被動式熱圖像 (passive thermography)。於影像中, 吹風方向為由右至左, 流場流動方向與波行進之方向亦是由右至左。水平方向 (沿流向) 之影像解析度為 $N_x = 640 \text{ px}$, 垂直方向 (跨流向) 則為 $N_y = 512 \text{ px}$, 空間解析度為 0.0714 cm/px , 影像尺寸為 $45.696 \times 36.557 \text{ cm}$ 。每個網格之溫度值以灰階顯示, 顏色愈接近白色, 代表溫度值愈高; 顏色愈接近黑色, 代表溫度值愈低。

本研究為 *cool-skin case* 藉由控制空氣之相對溼度 (relative humidity) 為定值 60 %，使得熱通量傳遞方向為水體至空氣，形成水體表層之溫度較低、水體表層下方之溫度較高。觀察水面結構時，可在沿流向發現條痕位於溫度值較低之區域，稱為低溫條痕。

Aeolotron 2014 試驗中有四筆資料分別為 9 hz、16 hz nonbreaking、16hz breaking 和 24 hz (如表 2.1 所示)，此試驗有三種不同風速，包含 9 hz (低風速)、16 hz (中風速) 和 24 hz (高風速)，hz 代表風扇轉速，所對應的摩擦速度分別為 0.4 cm/s (低風速)、0.74 cm/s (中風速) 和 1.3 cm/s (高風速)，風扇轉速與摩擦速度呈正相關。圖 2.2 (a) 摩擦速度為 0.4 cm/s，可清楚辨識波峰位置和低溫條痕結構；摩擦速度為 0.74 cm/s，波浪接近破碎狀態，可區分為圖 (b) 波浪未破碎(non-breaking)及圖 (c) 波浪微小破碎(micro-breaking)，波浪破碎後，水面溫度分佈混亂；圖 (d) 摩擦速度為 1.3 cm/s，波浪破碎後水體表面產生碎波，渦旋結構更加複雜，增加條痕判斷之困難度。此觀測結果相同於圖 1.7 Melville et al. (1998) 觀察不同風速 (3 m/s、4 m/s 和 5 m/s) 驅動水面所形成的條痕結構，發現隨著試驗風速愈大，水面條痕結構愈緊密，條痕間距愈小。

Aeolotron 2014 試驗中有四筆資料，以摩擦速度區分為 0.4 cm/s、0.74 cm/s (波浪未破碎)、0.74 cm/s (波浪破碎) 和 1.3 cm/s，每筆資料中分別有 656、861、522 和 820 張熱圖像。第三章將說明如何去除影像中的雜訊和小尺度結構，影像取樣方式為每八張熱圖像取一張影像，例如：第一、九、十七、…張影像當作樣本影像，每筆資料中樣本影像分別有 82、108、66、103 張熱圖像，將這些影像經過平滑化後，再統計其條痕間距。



Aeolotron 2014				
風扇轉速 [hz]	9	16	16	24
摩擦速度 u^* [cm/s]	0.4	0.74 (波浪未破碎)	0.74 (波浪破碎)	1.3
空間解析度	0.0714 cm/px			
影像解析度	45.70 × 36.56 cm (640 × 512 px)			
全部影像張數	656	861	522	820
樣本影像張數	82	108	66	103

表 2.1、Aeolotron 2014 熱圖像之基本參數

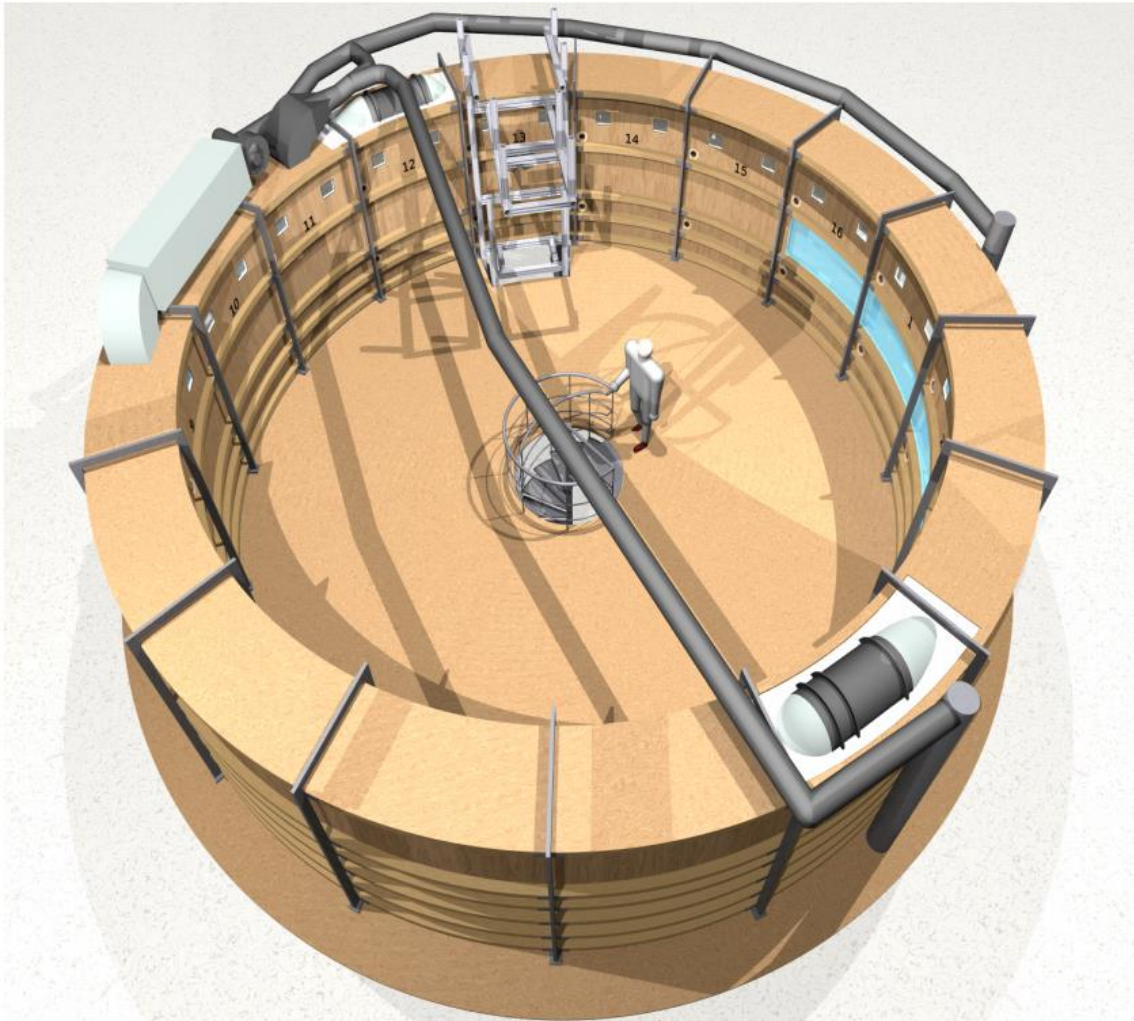


圖 2.1、德國海德堡大學環境物理學院 Aeolotron 環狀風浪水槽設備。【原圖來源：
Krall (2013)】

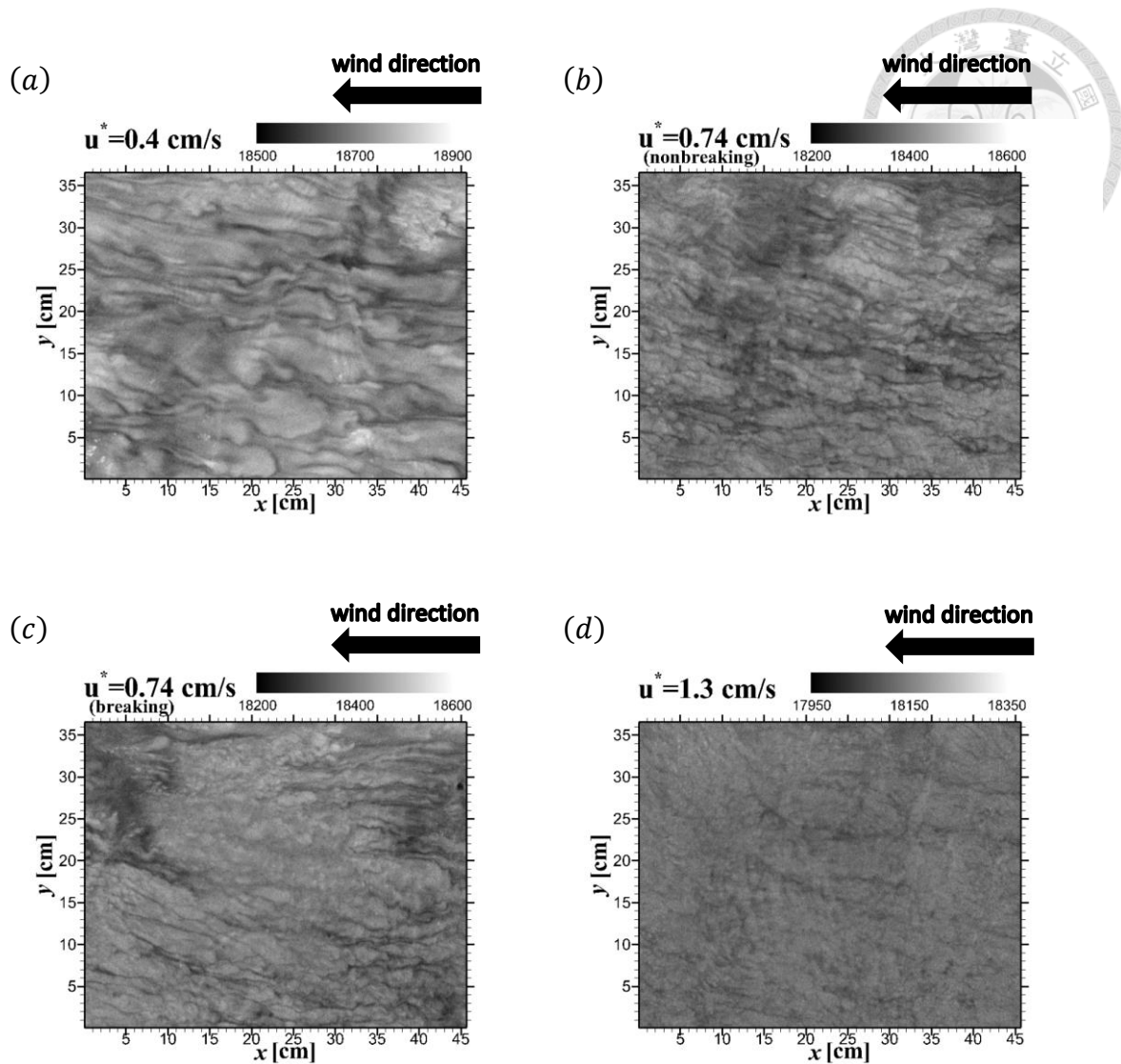


圖 2.2、不同摩擦速度之熱圖像。試驗風向為由右至左，影像尺寸為沿流向 640 個網格 (45.696 cm)，跨流向 512 個網格 (36.557 cm)，每個網格之溫度值以灰階顯示，顏色愈接近白色，代表溫度值愈高；顏色愈接近黑色，代表溫度值愈低。圖 (a) 至圖 (d) 摩擦速度分別為 0.4 cm/s、0.74 cm/s (波浪未破碎)、0.74 cm/s (波浪破碎) 和 1.3 cm/s。

第三章、雜訊去除



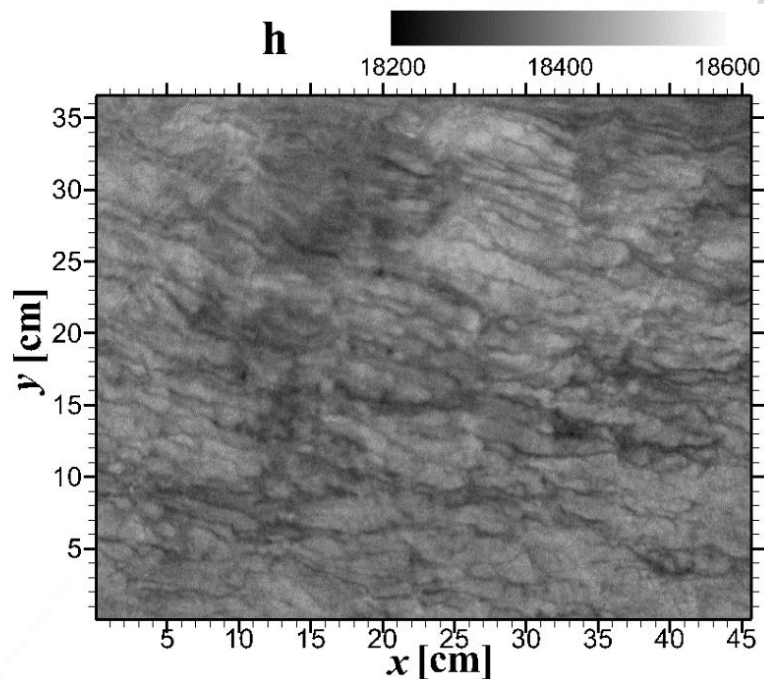
本研究旨在探討熱圖像中的低溫條痕間距之統計特性，首先須標記出低溫條痕的位置，方能計算兩相鄰低溫條痕之間距，進而檢視其條痕間距之分佈特性。所觀測的低溫條痕為沿流向延伸之結構，故具有跨流向造成相對最小之溫度值的特性，故在此透過標記出跨流向的相對低溫點位，藉此找出低溫條痕的位置。以摩擦速度為 0.74 cm/s (波浪未破碎) 之熱圖像 (如圖 3.1 (a) 所示) 作為範例，於影像上標示跨流向之相對低溫點位 (如圖 3.1 (b) 所示)，發現整張影像上佈滿密密麻麻的紅點，難以判斷低溫條痕之位置。

由於熱圖像中跨流向之相對低溫點位並不全是低溫條痕之位置，其中包含影像在擷取過程中，因為人為干擾、機器誤差和環境影響，造成影像中混合許多雜訊，假若以此未經過雜訊去除的熱圖像，直接進行資料分析並統計條痕間距，將會得到錯誤之結果：平均間距值極小，分佈異常地集中。故在進行條痕間距統計之前須仰賴有效的雜訊去除方法，將影像進行平滑化，去除其中的雜訊和不在本研究進行討論的小尺度之紊流結構，保留影像中的主要條痕結構，減少雜訊對於條痕間距統計結果之影響，以利後續統計條痕間距之流程。所以將於第三章說明雜訊去除之方法，將影像中的雜訊過濾，留下具有物理意義的相對低溫點，即低溫條痕之位置，再進一步統計其間距特性。

首先將分別介紹三種數位影像處理之方法，主要目的為過濾影像中的雜訊和小尺度結構，達到影像平滑化的效果，於 3.1 節說明二維整體經驗模態分解法。於 3.2 節說明拉普拉斯金字塔法。於 3.3 節說明高斯低通濾波法。於 3.4 節說明雜訊去除之標準，影像平滑化後，除了去除小尺度結構，大尺度結構亦有可能被模糊化，為了避免大尺度結構被過度地模糊化，如何選擇各方法適當的標準，將於此節說明。



(a)



(b)

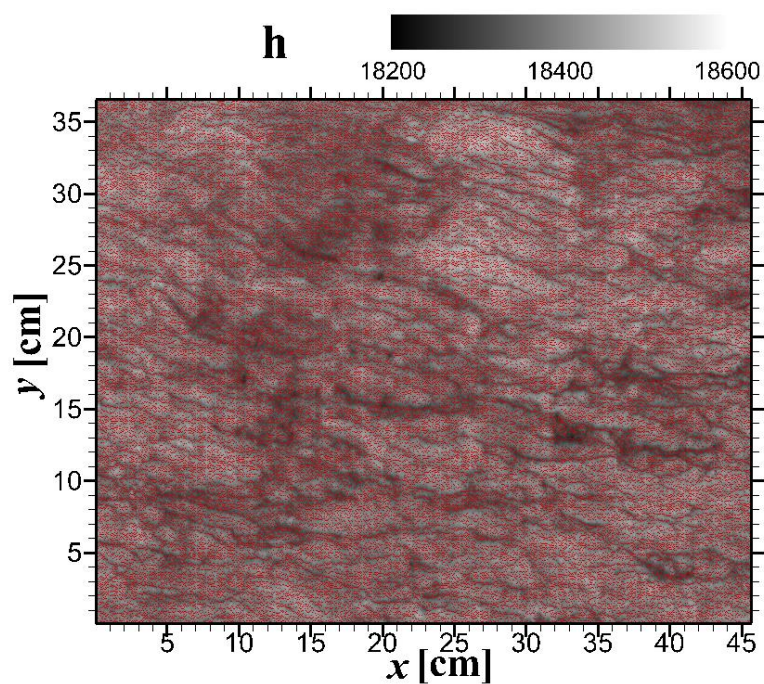


圖 3.1、(a) 摩擦速度為 0.74 cm/s (波浪未破碎) 之原始熱圖像，每個網格之溫度值以灰階顯示，顏色愈接近白色，代表溫度值愈高；顏色愈接近黑色，代表溫度值愈低。圖 (b) 以紅色圓點標記出跨流向之相對低溫點位。



3.1 二維整體經驗模態分解法

此節先說明 Huang et al. (1998) 所發展之經驗模態分解法 (empirical mode decomposition, EMD) 的原理和演算法；再說明 Wu and Huang (2009) 為了解決經驗模態分解法之模態混合 (mode mixing) 的問題，而發展之整體經驗模態分解法 (ensemble empirical mode decomposition, EEMD)；最後再說明 Wu et al. (2009) 多維整體經驗模態分解法 (multi-dimensional ensemble empirical mode decomposition, MEEMD)，可廣泛應用於多維資料之分離。由於熱圖像可表示為二維的函數，屬於二維資料，故本研究利用二維整體經驗模態分解法對影像進行分離。

經驗模態分解法

Huang et al. (1998) 希爾伯特黃轉換 (Hilbert-Huang transform) 由二部份所組成，包含經驗模態分解法和希爾伯特轉換 (Hilbert transform)。不同於傳統訊號處理方法須預先建立一基底函數，例如：傅利葉轉換 (Fourier transform) 之基底函數為正弦波和餘弦波，由於此方法缺乏嚴謹數學意義，故稱為經驗法。

基於資料本身之區域特性，在空間域中將資料分離出數個由高頻至低頻的本質模態函數 (intrinsic mode function, IMF)，每個模態皆可以顯示資料中有意義的分量，此分解流程稱之為經驗模態分解法；再利用希爾伯特轉換求得具有物理意義之本質模態函數的瞬時頻率和振幅，瞬時頻率和振幅皆為時間的函數，由此可得時間、頻率和能量之分佈，是可應用於非線性 (nonlinear) 和非穩定狀態 (nonstationary) 資料的時間頻譜分析方法。

若將分離出之所有模態 (C_i) 和殘餘量 (residue) 互相加總，即可獲得原始資料 (如式 (3.1) 所示)，顯示出此方法具有完整性 (completeness) 的特徵。

$$\text{Data} = \sum_{i=1}^n C_i + \text{residue} \quad (3.1)$$

關於經驗模態分解法的演算法之描述參考 Huang et al. (1998)，說明本質模態函數和此分解法之資料篩選流程。本質模態函數須滿足下列二條件：



條件一、極值 (local extrema) 數目與過零 (zero-crossing) 數目要相同或最多差一個。

條件二、在任何一點，由局部極大值 (local maxima) 和局部極小值 (local minima) 所定義出來的上包絡線與下包絡線之均值為零。

以下說明經驗模態分解法之資料篩選 (sifting) 流程：

- 步驟 1. 定義出資料區域極值為控制點 (control point)，由三次樣條曲線 (cubic spline) 分別連接區域極大值與區域極小值，形成上下二條包絡線。
- 步驟 2. 將原始資料扣除上下二條包絡線平均之曲線，形成第一個分量。
- 步驟 3. 重複步驟 1 與步驟 2，直至此分量滿足本質模態函數之條件，即第一個本質模態函數 C_1 。
- 步驟 4. 將原始資料扣除第一個本質模態函數，重複步驟 1 至步驟 3。
- 步驟 5. 資料可分離出數個本質模態函數和殘餘量。

經驗模態分解法由於能處理非線性和非穩定狀態之訊號分析，已經廣泛並且成功應用於各領域之研究，但在某些特殊情況上仍有些許問題。經驗模態分解法具有適應性之特性，是對雜訊友好 (noise-friendly) 的方法，控制點之多寡影響分離結果好壞。分析資料愈平滑，擾動愈小，控制點少，愈容易出現分離結果不佳。當資料的區域極值數量過少，包絡線之平均無法完整描述資料之趨勢，無法將擾動正確分離，產生不同頻率之訊號混合在同一模態中，使分離結果不具有物理意義。此問題即為 Wu and Huang (2009) 提到由於資料的局部震盪或間歇性 (intermittency) 導致模態混合之問題。

整體經驗模態分解法

利用白雜訊 (white noises) 的特性，修正經驗模態分解法，先將原始資料加入平均值為零、震幅為原始資料標準差 N_{std} 倍之高斯分佈白雜訊，目的是在原始資料中增加更多控制點，使包絡線之平均更能完整描述資料之趨勢；再透過經驗模態分解法，分離出不同尺度之結構，此步驟重複 N_e 次，並將所得結果作整體平均 (ensemble average)，目的為消除所加入白雜訊對原始資料之影響。此方法稱

為整體經驗模態分解法，為雜訊輔助資料分析 (noise assisted data analysis, NADA) 方法，能有效改善經驗模態分解法之模態混合的問題 [Wu and Huang (2009)]。

當加入白雜訊之 N_{std} 值過小，分析資料之起伏與原始資料相近，模態混合之問題仍然存在；當加入白雜訊之 N_{std} 值過大，干擾原始資料之趨勢，分析資料之起伏過大，無法分離出具有物理意義之模態。故須選擇一適當 N_{std} 值，本研究中參考 Wu and Huang (2009) 之建議選定 $N_{std} = 0.2$ 。文獻中亦建議另一須決定之參數 $N_e = 100$ ，當 N_e 值太小，所加入的白雜訊將干擾分離之結果；當 N_e 值太大，程式運算時間成本甚大。已嘗試數種 N_e 值，結果顯示其條痕間距之分佈形態差異不大，由於考量程式運算時間之因素，故本研究選定 $N_e = 20$ 。

二維整體經驗模態分解法

由於經驗模態分解法主要適用於一維資料之分離，本研究分析之熱圖像為二維資料，故採用 Wu et al. (2009) 所發展之二維整體經驗模態分解法。首先，利用整體經驗模態分解法對熱圖像 (如圖 3.1 (a) 所示) 之其一方向分離，分離出 N_{mode} 個結構尺度由小至大之影像和殘餘之影像；下一步驟，再利用整體經驗模態分解法對每個分量影像，依照其另一方向分離，亦是分離出 N_{mode} 個結構尺度由小至大之影像和殘餘之影像，將結構尺度相近之分量影像互相加總，即分離結果。

由於過濾影像中的雜訊和小尺度之紊流構，故本研究選定 $N_{mode} = 5$ ，先以整體經驗模態分解法對影像之沿流向分離，再以整體經驗模態分解法對其分量影像之跨流向分離，總共可獲得 6×6 之影像矩陣，總共 36 張之分量影像 (如圖 3.2 所示)；將結構尺度相近之分量影像互相加總，此為分離結果，可得五個結構尺度由小至大之影像和殘餘之影像 (如圖 3.3 所示)，圖 3.3 (a) 至 (e) 分別代表模態 C_1 至模態 C_5 ，影像中結構的尺度依序為由小至大，圖 (f) 為殘餘之影像，本研究將以此方法對熱圖像進行不同尺度的結構分離。

將熱圖像去除二維整體經驗模態分解法分離之不同尺度結構 (如圖 3.4 所示)，達到影像平滑化。圖 3.4 (a) 至 (d) 分別為原始熱圖像扣除二維整體經驗

模態分解法的前一、二、三和四個模態，圖 (e) 為殘餘之影像。標記出每張影像跨流向的相對低溫點位，以紅色圓點表示之（如圖 3.5 所示），由此可看出影像平滑化之效果，將原始影像去除的模態愈多，影像平滑化效果愈強，最後只剩下影像的趨勢。



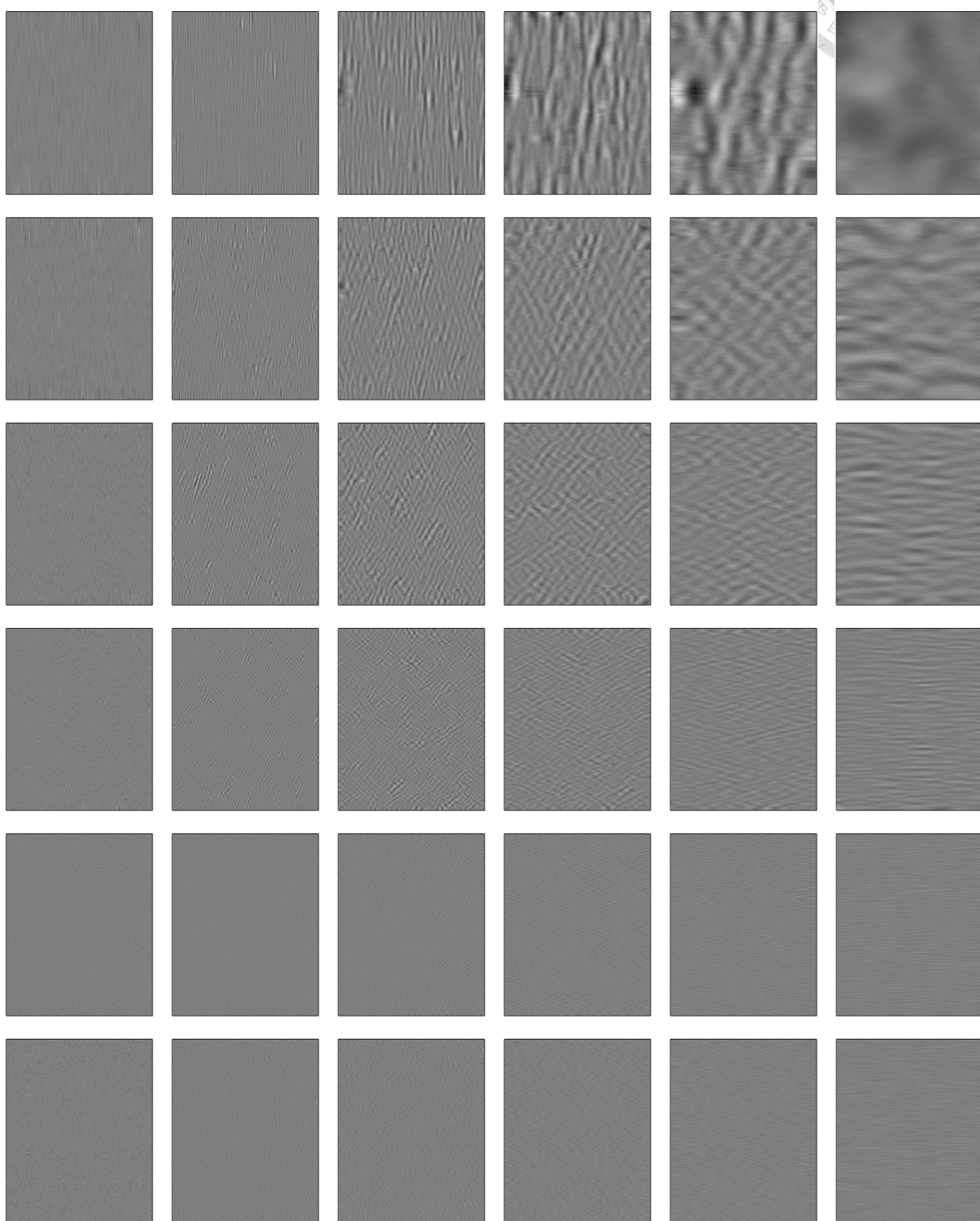


圖 3.2、利用整體經驗模態分解法對熱圖像之沿流向分離，再對其跨流向分離，得到影像矩陣。

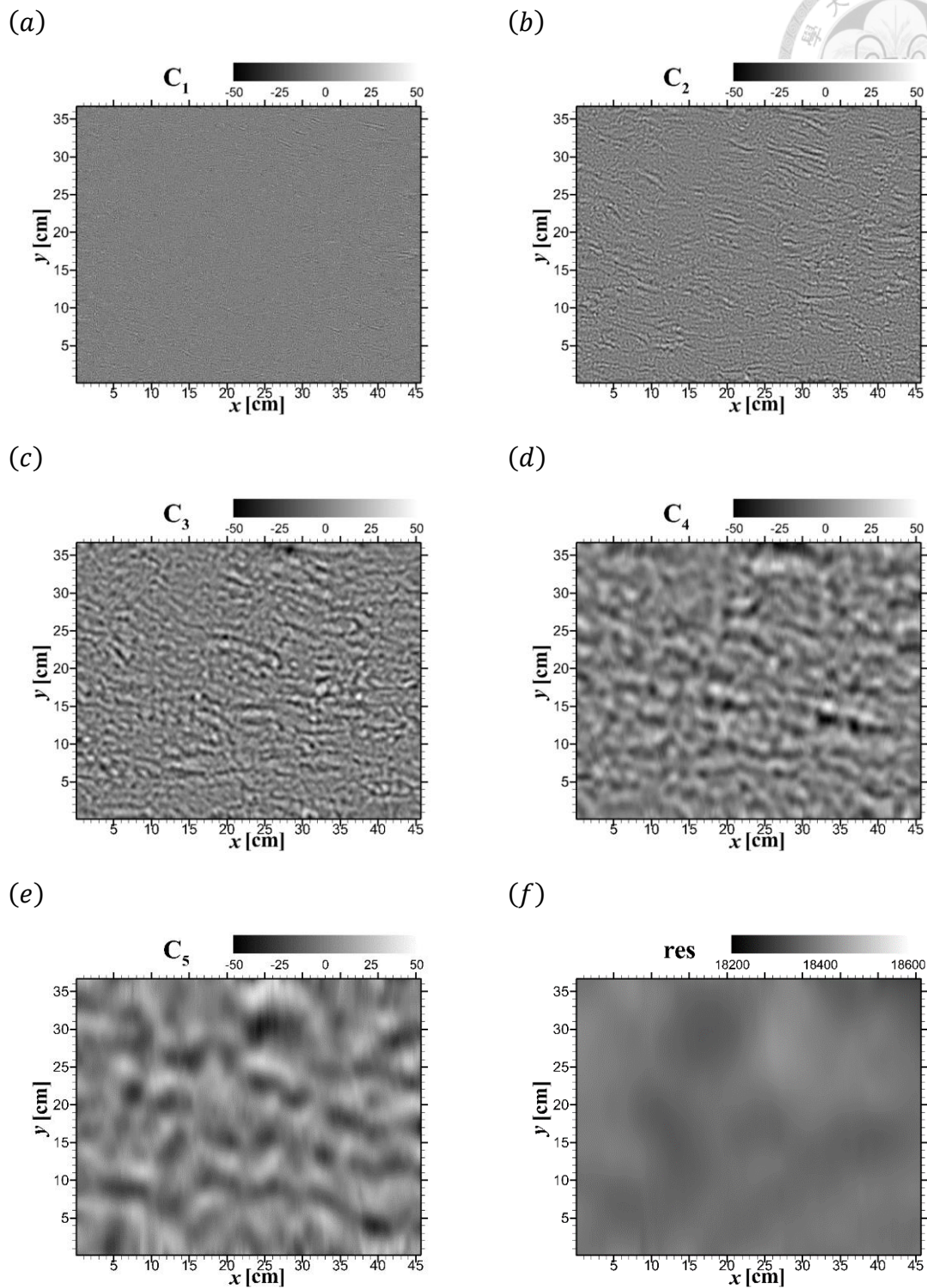
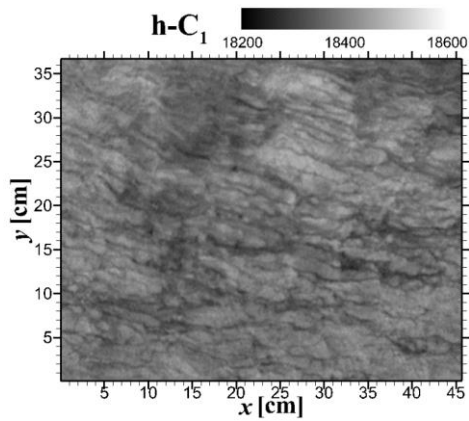
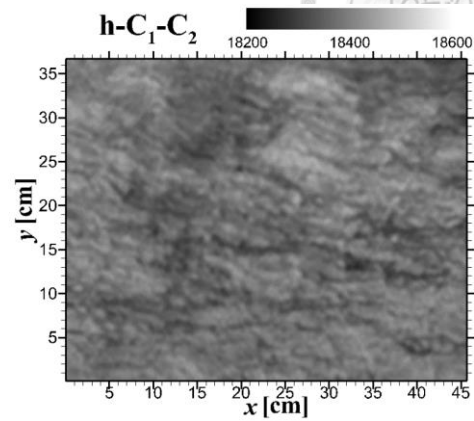


圖 3.3、利用二維整體經驗模態分解法分離熱圖像所得之不同尺度的模態。圖 (a) 至圖 (e) 結構的尺度依序為由小至大，圖 (f) 為殘餘之影像。

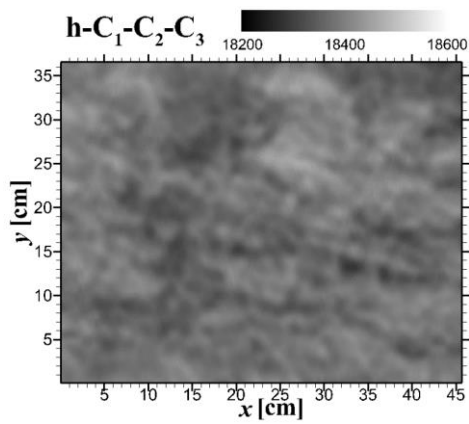
(a)



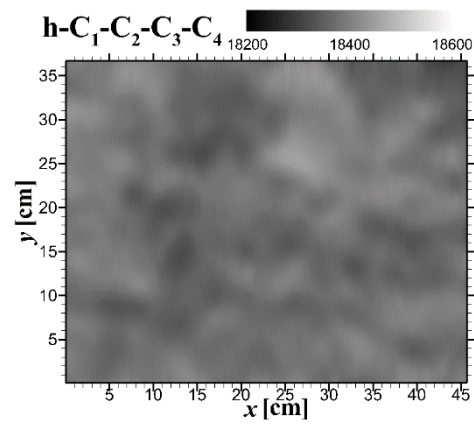
(b)



(c)



(d)



(e)

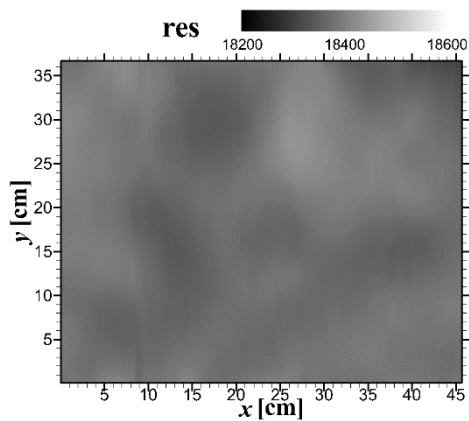
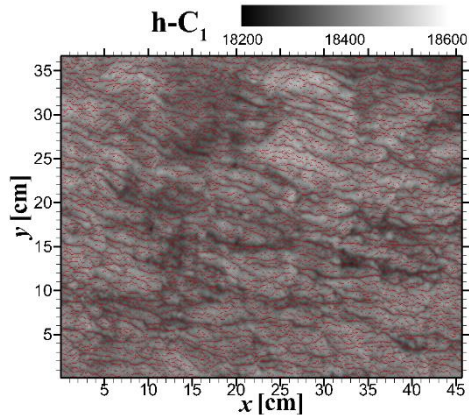
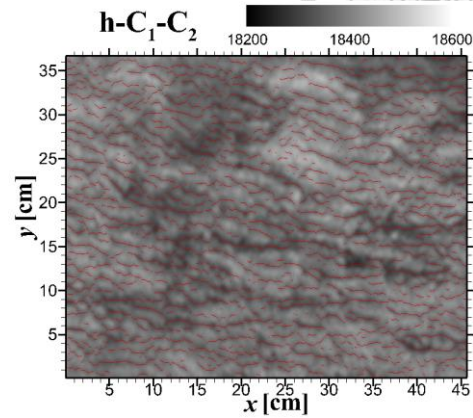


圖 3.4、熱圖像去除二維整體經驗模態分解法分離之不同尺度結構，達到影像平滑化。圖 (a) 至圖 (d) 分別為原始熱圖像扣除二維整體經驗模態分解法的前一、二、三和四個模態，圖 (e) 為殘餘之影像。

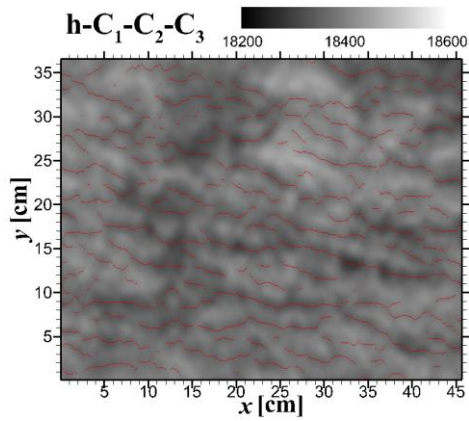
(a)



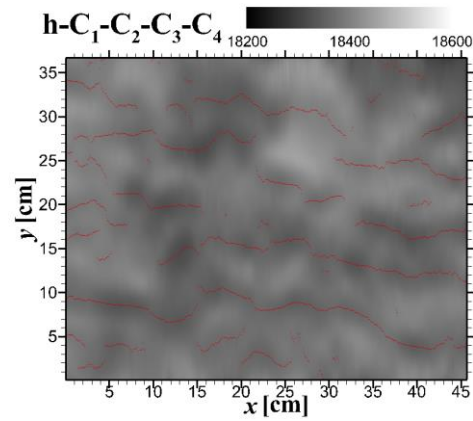
(b)



(c)



(d)



(e)

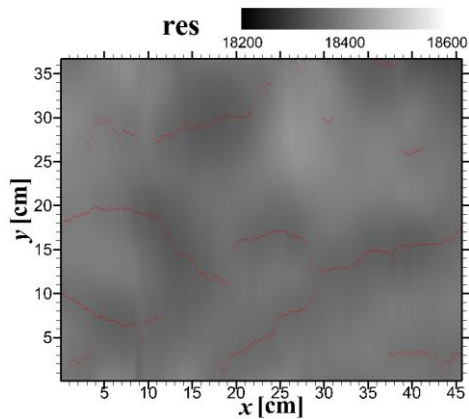


圖 3.5、熱圖像去除二維整體經驗模態分解法分離之不同尺度結構，達到影像平滑化。影像中紅色圓點為跨流向的相對低溫點位，圖 (a) 至圖 (d) 分別為原始熱圖像扣除二維整體經驗模態分解法的前一、二、三和四個模態，圖 (e) 為殘餘之影像。



3.2 拉普拉斯金字塔法

由於熱圖像中包含不同空間尺度的結構，仰賴分析空間上不同尺度結構的方法，在此說明 Burt and Adelson (1983) 所發展的拉普拉斯金字塔法，其可將影像分離成不同尺度結構之階層式影像。

拉普拉斯金字塔法的基礎為高斯金字塔法 (Gaussian pyramid)，其以不同的空間解析度呈現影像。最高之空間解析度即為原始影像，保留了影像中的完整細節，為高斯金字塔的第 0 階層，稱為 G_0 ；對原始影像進行高斯低通濾波 (如圖 3.6 (a) 所示)，其影像縮減 (reduce) 之計算方式如式 (3.2) 所示，得到高斯金字塔的第 1 階層，稱為 G_1 ，其影像之尺寸為 G_0 的 $1/4$ 倍；接著對高斯金字塔第 1 階層進行高斯低通濾波，得到高斯金字塔的第 2 階層，稱為 G_2 ，如此重複上述過程，影像經過數次的縮減。影像金字塔愈往上層尺寸愈小，往上一階層影像之尺寸縮小為此階層影像尺寸之 $1/4$ 倍，像素愈少，解析度愈低，小尺度結構則被平滑化，最後留下大尺度結構。將一系列經過低通濾波 (low-pass filter) 之階層影像堆疊起來，具有類似金字塔的外觀 (如圖 3.7 所示)，建構成高斯金字塔法。

$$G_k(i, j) = \sum_{m=-2}^2 \sum_{n=-2}^2 \hat{w}(m, n) G_{k-1}(2i + m, 2j + n)。 \quad (3.2)$$

其中 \hat{w} 為 5×5 之加權函數 (weighting function)，如下所示：

$$\hat{w} = \frac{1}{400} \begin{bmatrix} 1 & 5 & 8 & 5 & 1 \\ 5 & 25 & 40 & 25 & 5 \\ 8 & 40 & 64 & 40 & 8 \\ 5 & 25 & 40 & 25 & 5 \\ 1 & 5 & 8 & 5 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.3)$$

考慮每個點具有相同的貢獻程度，正規化 (normalized) 且對稱之加權函數 \hat{w} ，所有加權函數之係數總合為 1，具有類似高斯函數之分佈。

拉普拉斯金字塔為高斯金字塔之延伸，代表高斯金字塔的兩相鄰階層影像之差異，是一系列誤差影像。影像尺寸必須一致方能進行相減，故將所有階層之影



像擴張 (expand) (如圖 3.6 (b) 所示) 至原始影像之尺寸，其影像擴張之計算方式如下所示：

$$G_{k,k}(i,j) = 4 \sum_{m=-2}^2 \sum_{n=-2}^2 \hat{w}(m,n) G_{k,k-1} \left(\frac{x-m}{2}, \frac{y-n}{2} \right) \quad (3.4)$$

將高斯金字塔的第 1 階層影像 G_1 擴張 1 次，稱為 $G_{1,1}$ ，和原始影像 G_0 之尺寸相同後，互相減去，即 $L_0 = G_{0,0} - G_{1,1}$ ，得到拉普拉斯金字塔的第 0 階層，稱為 L_0 ，其計算方式如下所示：

$$L_k = G_{k,k} - G_{k+1,k+1} \quad (3.5)$$

其中 L_k 表示拉普拉斯金字塔的第 k 階層影像； $G_{k,k}$ 表示高斯金字塔的第 k 階層影像 G_k 經過擴張 k 次後，其尺寸大小和原始影像 G_0 相同。如此重複上述過程，高斯金字塔之影像經過反覆的擴張和相減，得到拉普拉斯金字塔其他階層之影像。


拉普拉斯金字塔頂層之影像 $L_N = G_{N,N} - G_{N+1,N+1}$ ，由於高斯金字塔的 G_{N+1} 不存在，故拉普拉斯金字塔頂層之影像相等於高斯金字塔頂層之影像，其 L_N 表示原始影像的趨勢，

$$L_N = G_{N,N} \quad (3.6)$$

此一系列帶通濾波 (band-pass filter) 之影像，構成拉普拉斯金字塔，其特點為：運算速度快，相較於需大量運算時間之二維整體經驗模態分解法，可更廣泛應用於即時影像壓縮及傳輸。

原始影像經過拉普拉斯金字塔法分離成不同結構尺度之階層，將所有階層影像互相加總，即得到原始影像(如式 (3.7) 所示)，說明此方法具有完整性的特徵。

$$G_0 = \sum_{k=0}^N L_k \quad (3.7)$$



利用拉普拉斯金字塔法分離原始熱圖像（如圖 3.1 (a) 所示）所得之不同結構尺度的階層（如圖 3.8 所示），其中本研究選定 $N = 5$ 。圖 3.8 (a) 至 (e) 分別代表拉普拉斯金字塔的階層 L_0 至階層 L_4 ，影像中結構的尺度依序為由小至大，圖 (f) 階層 L_5 為殘餘之影像。

熱圖像去除拉普拉斯金字塔法分離之不同尺度結構，達到影像平滑化（如圖 3.9 所示）。圖 3.9 (a) 至 (d) 分別為原始熱圖像扣除拉普拉斯金字塔法的前一、二、三和四個階層，圖 (e) 階層 L_5 為殘餘之影像。標記出每張影像跨流向的相對低溫點位，以紅色圓點表示之（如圖 3.10 所示），故可看出影像平滑化之效果，將原始影像去除的階層愈多，影像平滑化效果愈強，最後只剩下影像的趨勢。

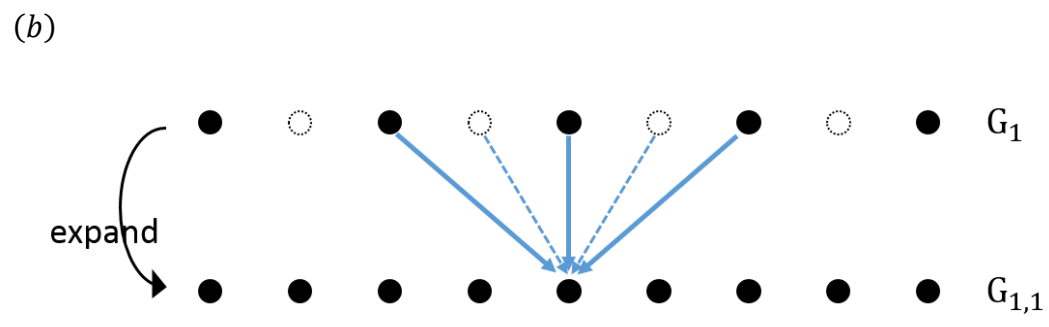
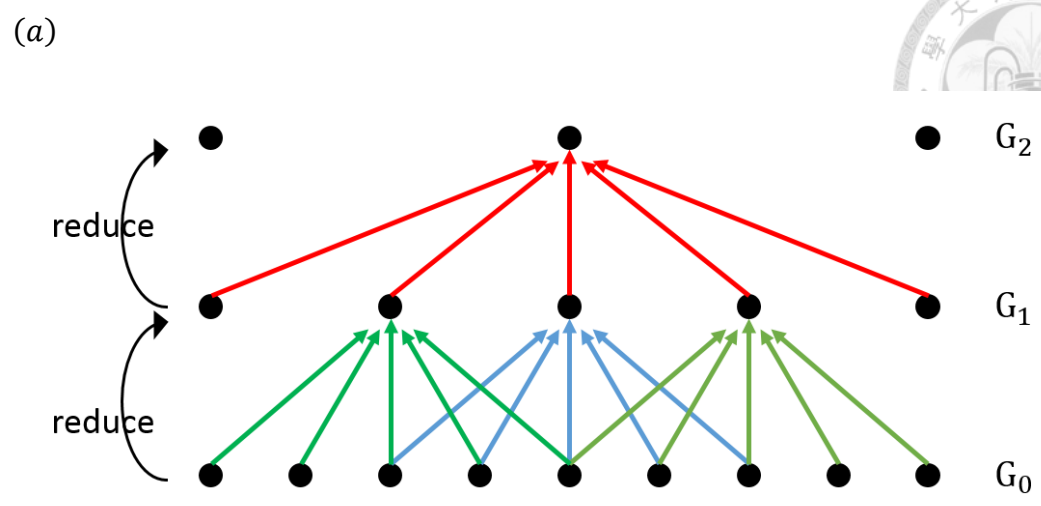


圖 3.6、高斯金字塔法之縮減和擴張。圖 (a) 為高斯金字塔法之縮減。圖 (b) 為高斯金字塔法之擴張。其中 G_k 表示高斯金字塔的第 k 階層； $G_{k,k}$ 表示高斯金字塔的第 k 階層影像 G_k 經過擴張 k 次。

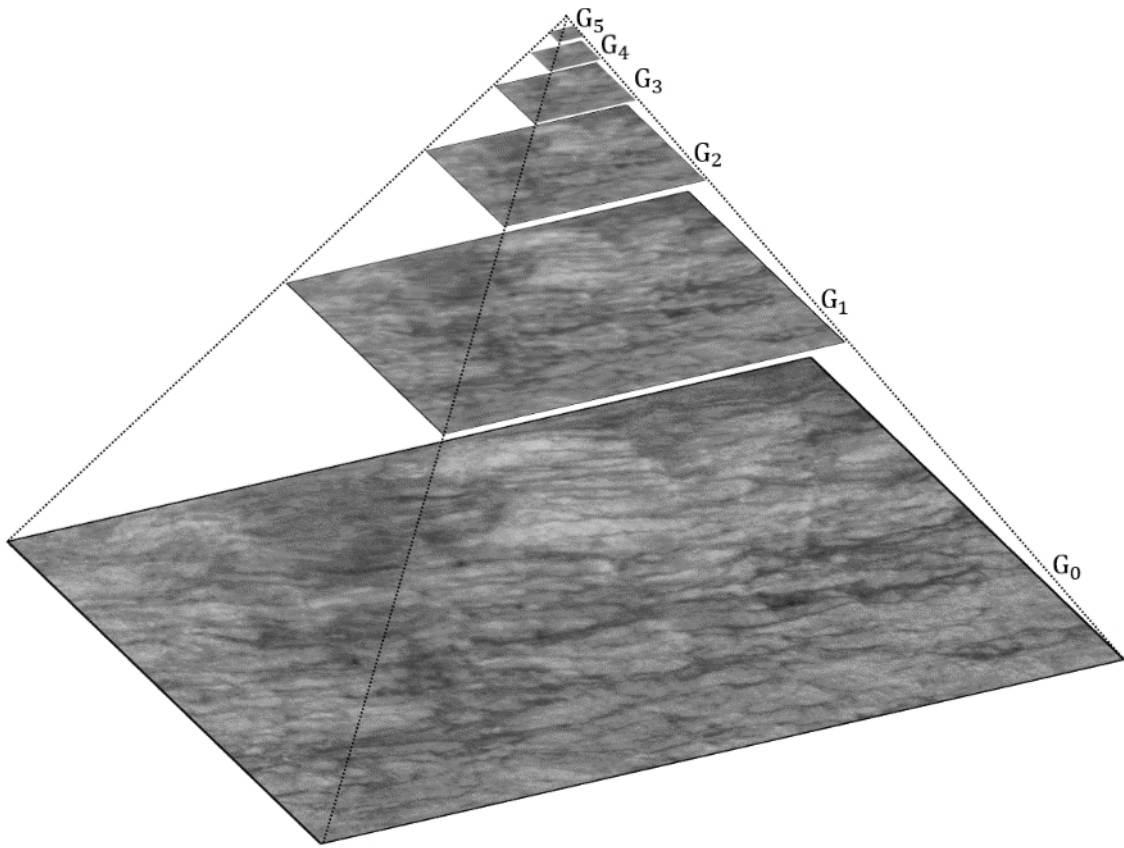


圖 3.7、高斯金字塔各階層影像。最底層 G_0 為原始影像，其尺寸為 640×512 px，影像經過高斯低通濾波之後，階層 G_1 至 G_5 之尺寸逐漸縮減為 320×256 px、 160×128 px、 80×64 px、 40×32 px 和 20×16 px。

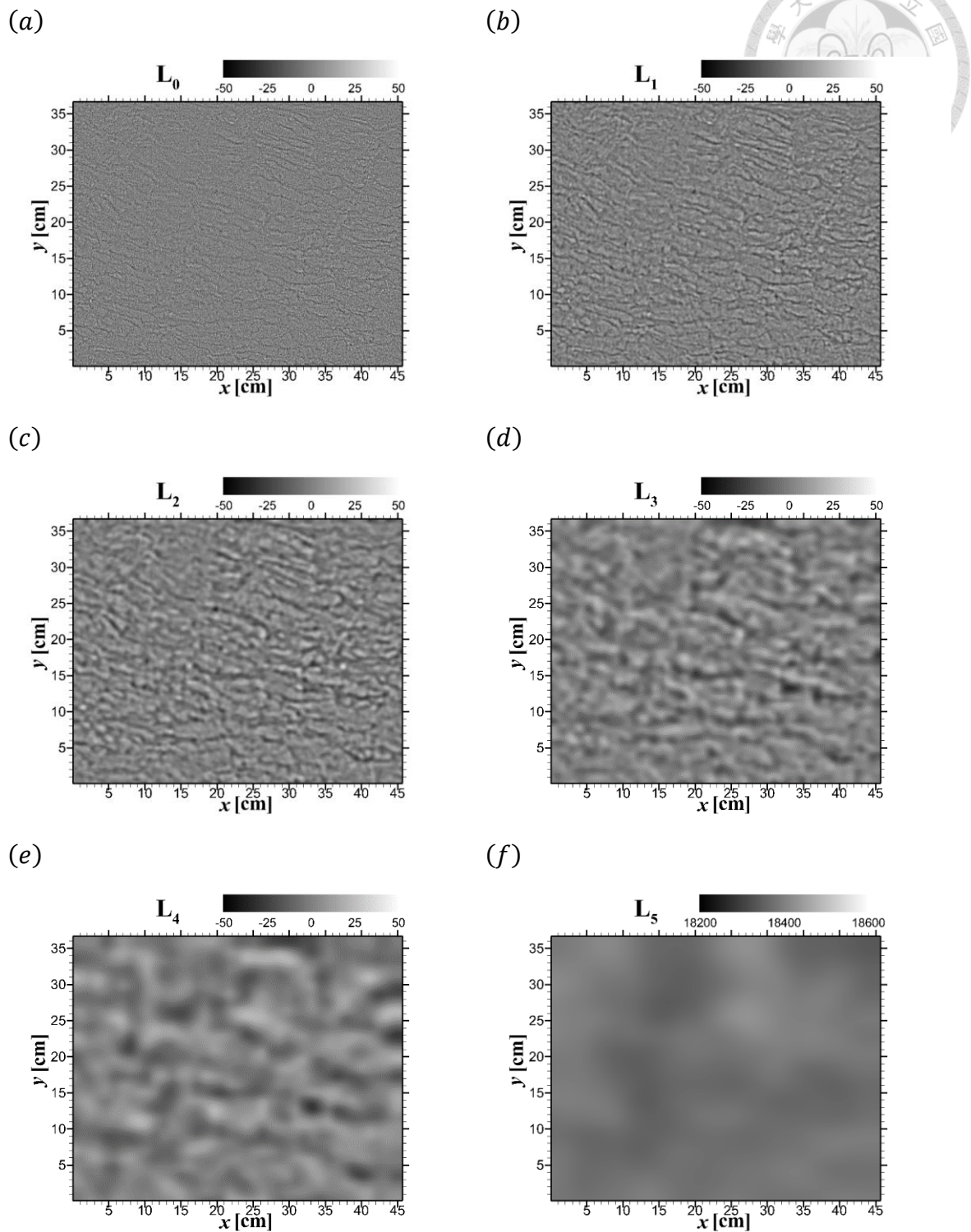
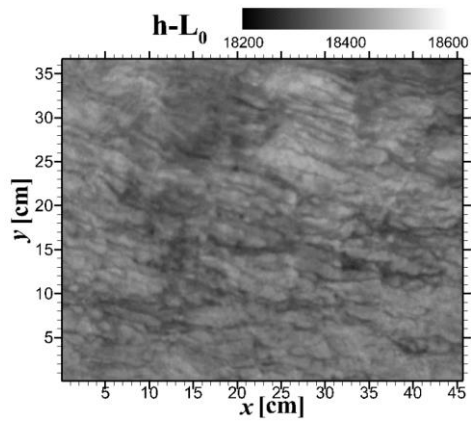
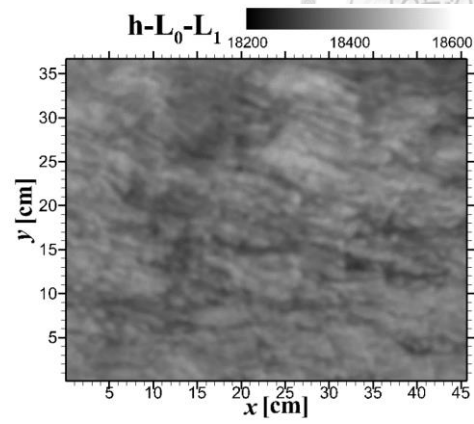


圖 3.8、利用拉普拉斯金字塔法分離熱圖像所得之不同尺度的階層。圖 (a) 至圖 (e) 結構的尺度依序為由小至大，圖 (f) 為殘餘之影像。

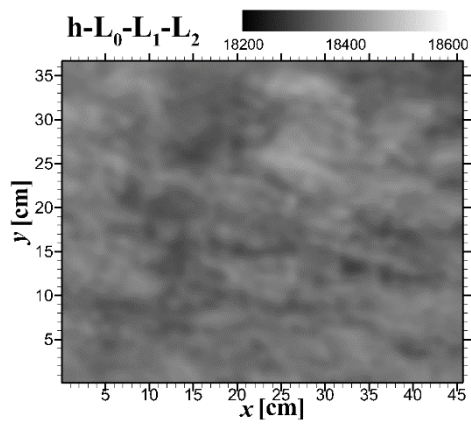
(a)



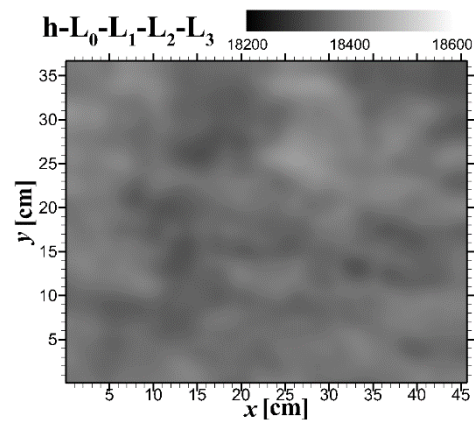
(b)



(c)



(d)



(e)

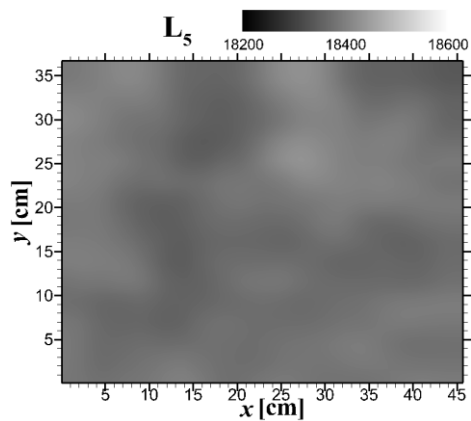


圖 3.9、熱圖像去除拉普拉斯金字塔法分離之不同尺度結構，達到影像平滑化。

圖 (a) 至圖 (d) 分別為原始熱圖像扣除拉普拉斯金字塔法的前一、二、三和四個階層，圖 (e) 為殘餘之影像。

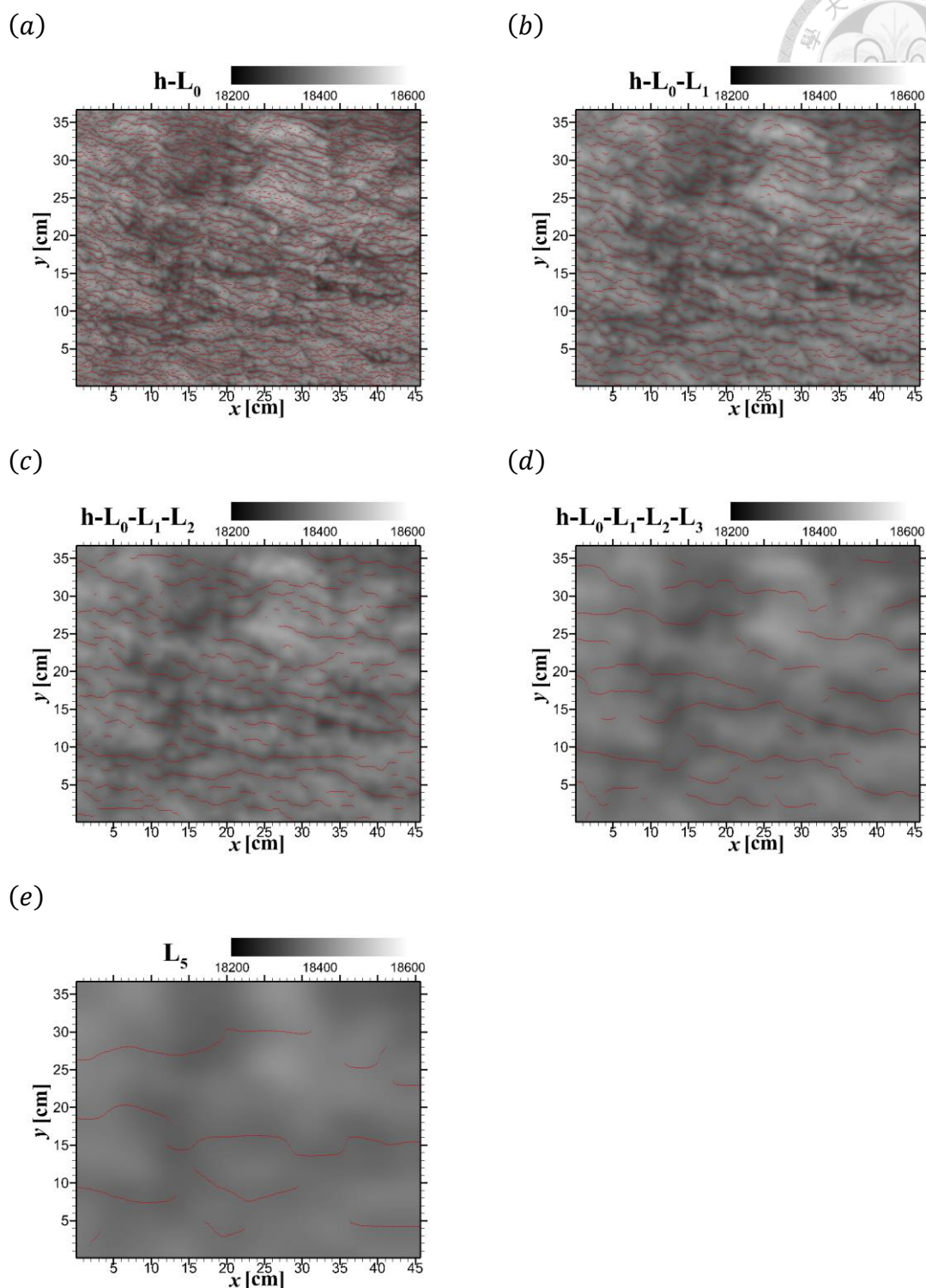
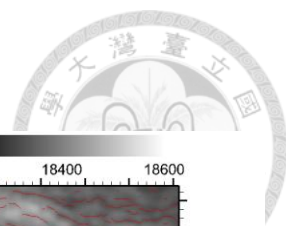


圖 3.10、熱圖像去除拉普拉斯金字塔法分離之不同尺度結構，達到影像平滑化。影像中紅色圓點為跨流向的相對低溫點位，圖 (a) 至圖 (d) 分別為原始熱圖像扣除拉普拉斯金字塔法的前一、二、三和四個階層，圖 (e) 為殘餘之影像。



3.3 高斯低通濾波法

影像可以在空間域進行濾波，亦可在頻率域進行濾波，上述二維整體經驗模態分解法與拉普拉斯金字塔法皆是在空間域進行濾波，此小節將介紹基於傅利葉轉換，在頻率域之濾波方法—高斯低通濾波法，低通濾波主要消除高頻率部份，保留低頻率部份，用於將影像模糊化，讓影像邊緣的結構更為平順，減少雜訊和小尺度結構對影像之干擾。

高斯低通濾波法之步驟如下：

- 步驟 1. 將空間域之尺寸為 $N_x \times N_y$ 的原始影像 $h(x, y)$ 經過傅利葉轉換至頻率域， $H(u, v) = \mathcal{F}[h(x, y)]$ ，如圖 3.11 所示。
- 步驟 2. 以 Matlab 軟體內建指令 *fspecial* 產生和原始影像相同之高斯濾波函數 $F(u, v)$ 如下所示：


$$F(u, v) = \exp[-D(u, v)/2D_0^2] , \quad (3.8)$$

其中 D 為在頻率域中任一點 (u, v) 與中心點之距離； D_0 為截切頻率 (cutoff frequency)，相當於是高斯分佈之標準差，截切頻率與高斯濾波函數之關係，如圖 3.12 所示。計算 $H(u, v)$ 和 $F(u, v)$ 之陣列乘法 (array multiplication)，得到 $G(u, v) = H(u, v)F(u, v)$ ，如圖 3.13 所示。

- 步驟 3. 將步驟 2 所得之結果經過逆傅利葉轉換 (inverse Fourier transform)，取實數部分，得到尺寸為 $N_x \times N_y$ 之 $g(x, y) = \text{real}[\mathcal{F}^{-1}[G(u, v)]]$ ，此影像為經過高斯低通濾波之結果。

上述步驟中 $h(x, y)$ 、 $H(u, v)$ 、 $F(u, v)$ 、 $G(u, v)$ 和 $g(x, y)$ 之尺寸皆相同為 640×512 px。

嘗試不同的截切頻率將原始熱圖像 (如圖 3.1 (a) 所示)，透過高斯低通濾波達到影像平滑化的效果 (如圖 3.14 所示)，圖 3.14 (a) 至 (e) 截切頻率 D_0 分



別為 50、40、30、20 和 10 px。標記出每張影像跨流向的相對低溫點位，以紅色圓點表示之(如圖 3.15 所示)，由此可看出影像平滑化之效果。截切頻率愈大，去除小尺度的結構，保留影像大部分資訊，影像平滑化程度愈小；截切頻率愈小，僅保留大尺度結構，影像平滑化程度愈大。不同的截切頻率將影響影像模糊化之程度，如何選擇截切頻率將於 3.4 節說明，但無論截切頻率的大小，結果顯示其條痕間距之分佈形態差異不大，具有相同的統計特性：隨著摩擦速度愈大，條痕間距之分佈愈集中，且其整體分佈的趨勢逐漸向左偏移。



$H(u,v)$



圖 3.11、原始熱圖像之頻譜。頻譜強度以灰階顯示，顏色愈接近白色，代表強度愈高；顏色愈接近黑色，代表強度愈低。橫軸為沿流向的傅利葉模態；縱軸為跨流向的傅利葉模態。

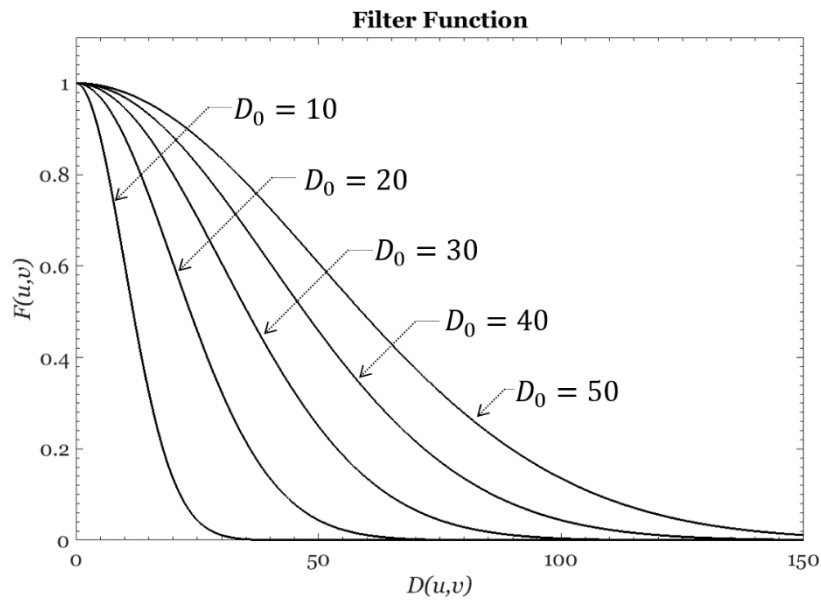
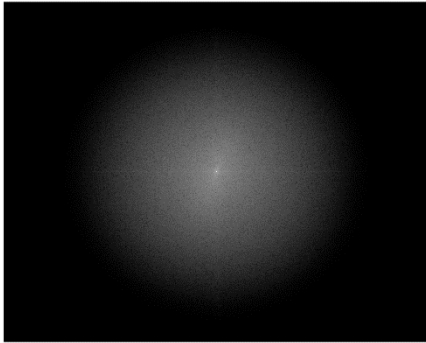


圖 3.12、截切頻率與高斯濾波函數之關係圖。橫軸為在頻率域與中心點之距離；縱軸為濾波函數。分別繪製截切頻率為 10、20、30、40 和 50 px 之高斯分佈曲線。

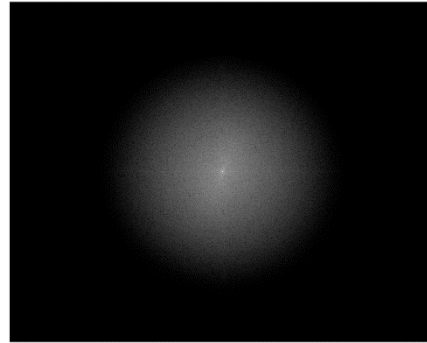
(a)

$$G(u,v), D_0=50$$



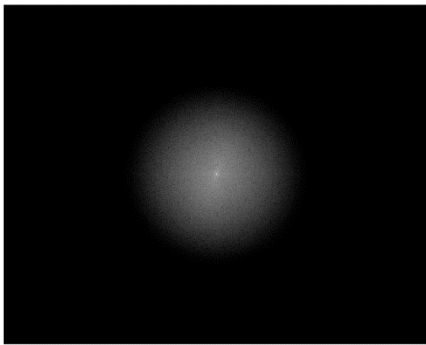
(b)

$$G(u,v), D_0=40$$



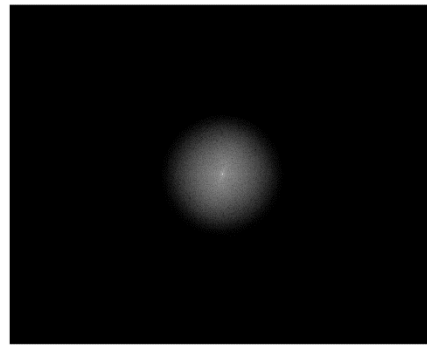
(c)

$$G(u,v), D_0=30$$



(d)

$$G(u,v), D_0=20$$



(e)

$$G(u,v), D_0=10$$

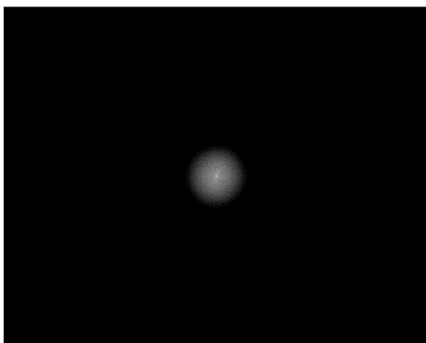
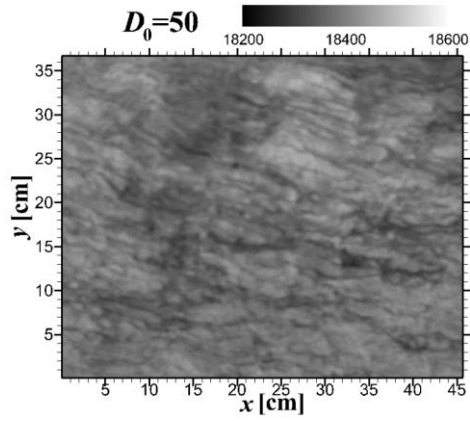
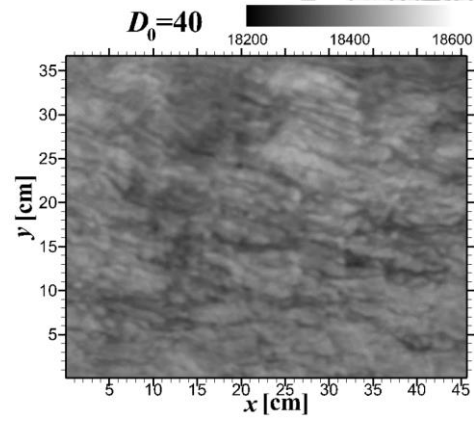


圖 3.13、原始影像經過傅利葉轉換後，乘上高斯濾波函數之結果。圖 (a) 至圖 (e) 截切頻率分別為 50、40、30、20 和 10 px。

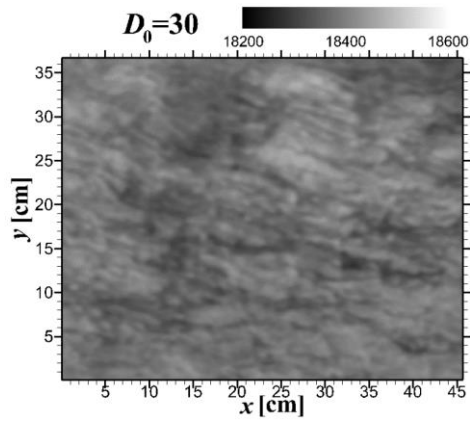
(a)



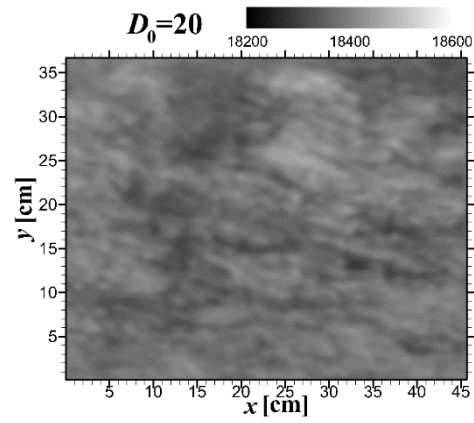
(b)



(c)



(d)



(e)

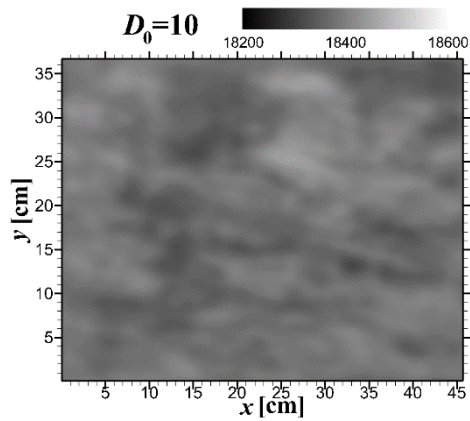


圖 3.14、熱圖像經過不同標準差之高斯低通濾波法，達到影像平滑化。圖 (a) 至圖 (e) 截切頻率分別為 50、40、30、20 和 10 px。

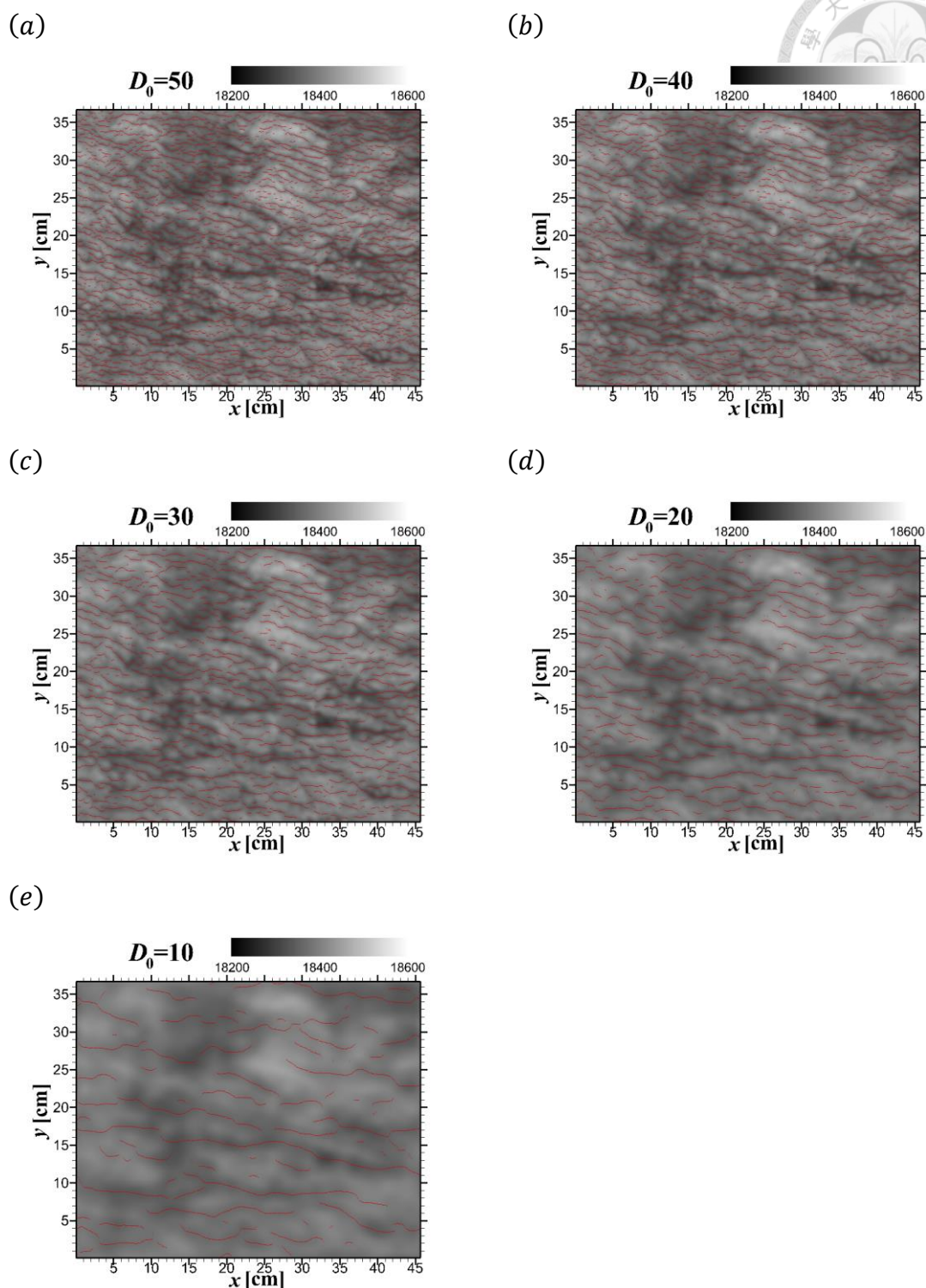
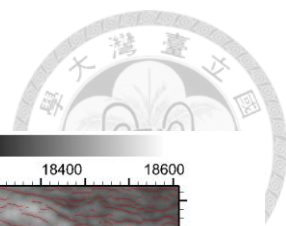


圖 3.15、熱圖像經過不同標準差之高斯低通濾波法，達到影像平滑化。影像中紅色圓點為跨流向的相對低溫點位，圖 (a) 至圖 (e) 截切頻率分別為 50、40、30、20 和 10 px。



3.4 雜訊去除之標準

上述已說明三種雜訊去除方法之原理和演算法，此節將說明如何決定適當雜訊去除之標準，為了避免大尺度的紊流結構被過度地模糊化，導致平均條痕間距值異常地偏大；避免影像平滑化效果太弱，影像中依舊存在許多雜訊和小尺度的紊流結構，導致平均條痕間距值異常地偏小。如何選擇各方法適當的標準，將於此節說明。

熱圖像經過二維整體經驗模態分解法之分離成尺度由小至大的五個模態和殘餘之影像，分別對其六個影像分量的跨流向，進行傅利葉轉換至頻率域，將實數部份和虛數部份個別平方之後互相加總，表示在每一頻率之能量密度，此為功率譜密度 (power spectral density, PSD) 以符號 S 表示，將上述方式依沿流向 $x = 1$ 至 $x = 640$ ，重複 640 次，將所得之結果進行整體平均 (如圖 3.16 所示)，二維整體經驗模態分解法分離影像中不同尺度模態之功率譜密度，橫軸為波數

(wavenumber) $k = 2\pi/l$ ，其中 l 為波長 (wavelength)，當波數增大時，所代表結構尺度減小。縱軸為功率譜密度 S ，以對數表示。黑色實線為原始資料 h 之功率譜密度。紅色實線為模態 C_1 之功率譜密度。橘色實線為模態 C_2 之功率譜密度。綠色實線為模態 C_3 之功率譜密度。藍色實線為模態 C_4 之功率譜密度。紫色實線為模態 C_5 之功率譜密度。黑色點虛線為殘餘量 res 之功率譜密度。

紅色實線為最小尺度結構模態 C_1 之功率譜密度，近似於水平線，從大尺度結構至小尺度結構都存在，具有白雜訊之特性，故應去除模態 C_1 。模態 C_2 、 C_3 、 C_4 和 C_5 之功率譜密度，曲線顯示具有相同趨勢：曲線峰值所對應之波數逐次減半，此特徵即為 Wu and Huang (2004) 說明整體經驗模態分解法是二元濾波器 (dyadic filter)。

以紅色圓點標記出 $h - C_1$ 影像中跨流向之相對低溫點 (如圖 3.5 (a) 所示)，低溫條痕之間仍然存在許多細小尺度結構，會導致條痕間距值小於實際值，故應

考慮是否亦將模態 C_2 一併去除。透過計算各模態之平均波數 (mean wavenumber) 和平均波長 (mean wavelength)，以量化各模態之結構尺度，計算方式如下：

$$\bar{k} = \frac{\int S(k)k dk}{\int S(k) dk}, \quad (3.9)$$


$$\bar{l} = \frac{2\pi}{\bar{k}}. \quad (3.10)$$

其中平均波數 \bar{k} 單位以 rad/cm 表示，平均波長 \bar{l} 單位以 cm 表示。

二維整體經驗模態分解法分離影像中不同尺度的模態之平均波數和平均波長，計算結果 (如表 3.1 所示)。模態 C_2 之平均波數 \bar{k} 為 7.735 rad/cm，模態 C_2 之平均波長 \bar{l} 為 0.812 cm，表示在模態 C_2 結構尺度為 0.812 cm，以橘色實線標記；將原始熱圖像局部放大，利用人工判斷低溫條痕所在位置及其間距，肉眼辨識之條痕間距以黃色實線標記出，橘色實線長度遠小於黃色實線 (如圖 3.17 (c) 所示)，代表模態 C_2 結構尺度遠小於肉眼判斷之條痕間距尺度，本研究認為模態 C_2 為小尺度結構，在此不討論之，故應去除模態 C_2 。

模態 C_3 之平均波數為 3.577 rad/cm，模態 C_3 之平均波長為 1.757 cm，表示在模態 C_3 結構尺度為 1.757 cm，以綠色實線標記；將原始熱圖像局部放大，利用人工判斷低溫條痕所在位置及其間距，肉眼辨識之條痕間距以黃色實線標記出，綠色實線和黃色實線長度相近 (如圖 3.17 (d) 所示)，代表模態 C_3 結構尺度與肉眼判斷之條痕間距尺度相近，故不應去除模態 C_3 。

模態 C_4 之平均波數為 1.677 rad/cm，模態 C_4 之平均波長為 3.747 cm，表示在模態 C_4 結構尺度為 3.747 cm；模態 C_5 之平均波數為 0.779 rad/cm，模態 C_5 之平均波長為 8.066 cm，表示在模態 C_5 結構尺度為 8.066 cm，模態 C_4 和 C_5 之結構尺度皆大於模態 C_3 ，故不應去除模態 C_4 和 C_5 。



以功率譜密度分析模態的結構尺度，其結果顯示，將原始資料經過二維整體經驗模態分解法對不同尺度結構之分離，去除結構尺度最小的二個模態， $h - C_1 - C_2$ 為適當雜訊去除之標準。

另外兩種雜訊去除方法，將參考二維整體經驗模態分解法之條痕間距分析結果為基準，決定各雜訊去除方法之參數設定。二維整體經驗模態分解法： $h - C_1 - C_2$ 去除結構尺度最小的二個模態。拉普拉斯金字塔法： $h - L_0 - L_1$ 去除結構尺度最小的二個階層。高斯低通濾波法：截切頻率 $D_0 = 30$ px。後續的計算條痕間距並探討間距分佈之統計特性將於第四章說明。

表 3.1、二維整體經驗模態分解法分離影像中不同尺度的模態之平均波數和平均波長

模態	\bar{k} [rad/cm]	$\bar{\lambda}$ [cm]
C ₁	17.492	0.359
C ₂	7.735	0.812
C ₃	3.577	1.757
C ₄	1.677	3.747
C ₅	0.779	8.066

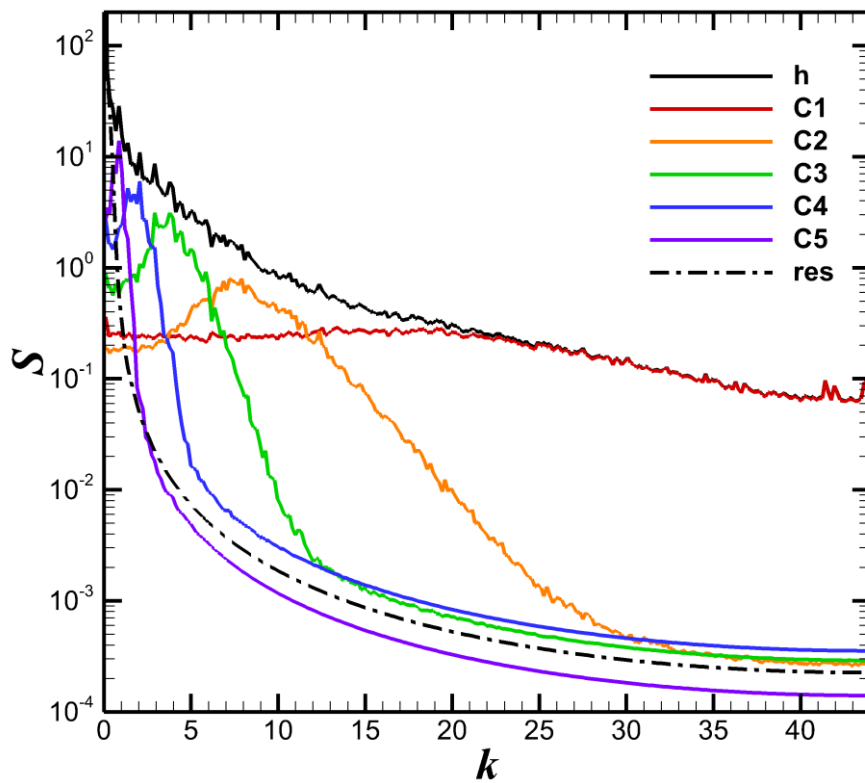


圖 3.16、二維整體經驗模態分解法分離影像中不同尺度模態之功率譜密度。橫軸為波數；縱軸為功率譜密度，以對數表示。黑色實線為原始資料 h 之功率譜密度。紅色實線為模態 C_1 之功率譜密度。橘色實線為模態 C_2 之功率譜密度。綠色實線為模態 C_3 之功率譜密度。藍色實線為模態 C_4 之功率譜密度。紫色實線為模態 C_5 之功率譜密度。黑色點虛線為殘餘量 res 之功率譜密度。

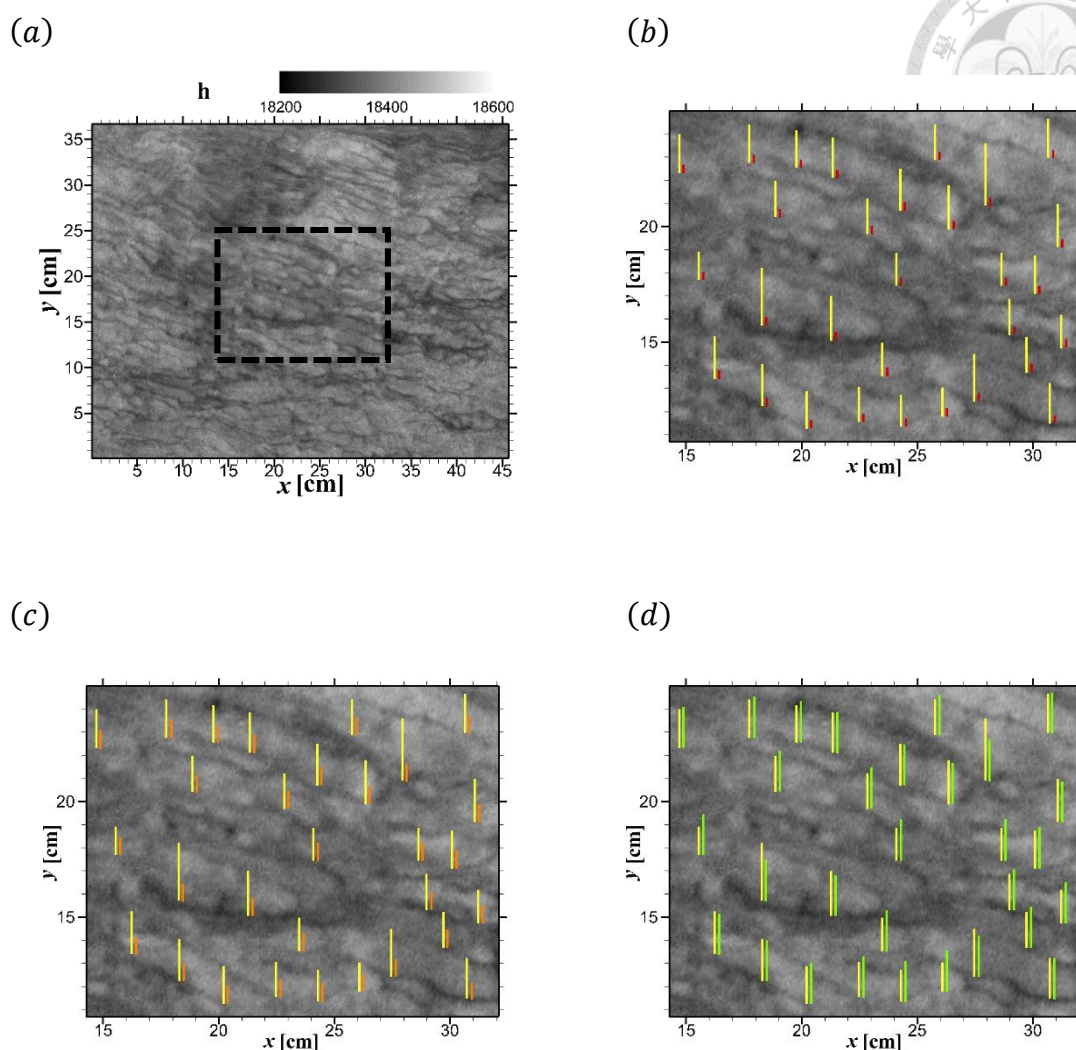


圖 3.17、肉眼辨識之條痕間距和二維整體經驗模態分解前三個模態之主要結構尺度比較。圖 (a) 為原始熱圖像。圖 (b) 至圖 (d) 為圖 (a) 原始熱圖像局部放大黑色虛線方框區域，以黃色實線標記出肉眼辨識之條痕間距。圖 (b) 以紅色實線標記模態 C_1 結構尺度。圖 (c) 以橘色實線標記模態 C_2 結構尺度。圖 (d) 以綠色實線標記模態 C_3 結構尺度。

第四章、條痕間距特性探討



已於第三章說明不同的雜訊去除方法，已去除影像中的雜訊和小尺度之紊流結構，保留本研究所關注的大尺度之紊流結構，而跨流向的相對低溫點位即代表低溫條痕之位置，下一步驟為計算低溫條痕之橫斷距離。

在無滑移邊界紊流邊界層中，Smith and Metzler (1983) 觀察水中氫氣泡的方式，將流場視覺化，並利用攝影機拍攝其運動情形，以利對低速條痕進行辨識、並計算條痕間距及其統計特性。試驗中更改不同的雷諾數，記錄條痕位置隨時間的變化，計算條痕間距之平均值 $\bar{\lambda}$ 、標準差 σ_{λ} (standard deviation)、變異係數 ψ_{λ} (coefficient of variation)、偏度 S_{λ} (skewness) 和平度 F_{λ} (flatness)。其研究結果發現，無論雷諾數如何改變，統計得到的平均條痕間距值 $\bar{\lambda}$ ，經過無因次化後趨於一定值 $\bar{\lambda}^+ \cong 100$ ，且其條痕間距分佈近似於對數常態分佈。

在風剪驅動自由液面紊流邊界層為自由滑移邊界條件，與無滑移邊界紊流邊界層為無滑移邊界條件，然而兩者紊流邊界層之邊界條件不同，但具有相似的條痕結構。第四章旨在說明風剪驅動自由液面紊流邊界層，其條痕間距是否具有與無滑移邊界紊流邊界層相同的統計特性：無因次化平均條痕間距為定值、條痕間距分佈近似於對數常態分佈。故於此章說明如何計算條痕間距並探討間距分佈之統計特性，於 4.1 節說明辨識影像跨流向的相對低溫點位，以統計低溫條痕之間距，繪製成直方圖 (histogram)。於 4.2 節檢定條痕間距分佈之統計特性，於 4.2.1 節說明本研究利用理論機率密度函數對條痕間距分佈進行最小平方擬合，於 4.2.2 節說明卡方適合度檢定理論機率密度函數是否吻合條痕間距分佈。於 4.3 節整理其分析結果並討論。



4.1 統計條痕間距

Aeolotron 2014 試驗中，以摩擦速度區分為四筆資料，熱圖像取樣方式為每八張影像選取一張影像，例如：第一、九、十七、…張影像當作樣本影像，將這些樣本影像經過不同雜訊去除的方法，影像進行平滑化後，選定影像中央之跨流向為參考位置，標記出每張熱圖像中的跨流向之相對低溫點位，此即為低溫條痕位置，將相鄰跨流向之相對低溫點位相減，即得到低溫條痕之間隔距離 λ 。

以圖 4.1 作為範例說明如何計算條痕間距，影像去除二維整體經驗模態分解法的前二個模態，以紅色圓點標記出跨流向之相對低溫點位；以藍色圓點標記出參考位置於影像中間且跨流向之相對低溫點位，兩相鄰藍色圓點的距離即條痕間距 λ 。為了更進一步地討論條痕間距的統計特性，本研究參考 Smith and Metzler (1983) 統計方法，計算條痕間距之平均值 $\bar{\lambda}$ 、標準差 σ_λ 、變異係數 ψ_λ 、偏度 S_λ 、平度 F_λ ，計算方式如下所示：

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \lambda_i, \quad (4.1)$$

$$\sigma_\lambda = \left[\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\lambda_i - \bar{\lambda})^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (4.2)$$

$$\psi_\lambda = \frac{\sigma_\lambda}{\bar{\lambda}}, \quad (4.3)$$

$$S_\lambda = \frac{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\lambda_i - \bar{\lambda})^3}{\sigma_\lambda^3}, \quad (4.4)$$

$$F_\lambda = \frac{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\lambda_i - \bar{\lambda})^4}{\sigma_\lambda^4}. \quad (4.5)$$



表 4.1 至表 4.3 分別為利用二維整體經驗模態分解法、拉普拉斯金字塔法和
高斯低通濾波法，將影像平滑化之後，所得條痕間距的統計結果。於表格之數據
可發現：隨著摩擦速度愈大，有因次之條痕間距平均值、標準差和變異係數，隨
之愈小；無因次之條痕間距平均值和標準差隨之愈大。

將總個數為 n 之條痕間距 λ ，依照其 λ 長度逐一放入所屬之區間 (bin) 中，
區間寬度 (bin width) 約為 0.143 cm (2 個網格)，計算各區間之數量，經過正
規化後，繪製成條痕間距之機率密度圖，其面積總和為 1。

利用二維整體經驗模態分解法，去除結構尺度最小的前二個模態，將影像平
滑化後，統計所得條痕間距之直方圖 (如圖 4.2 所示)；利用拉普拉斯金字塔法，
去除結構尺度最小的前二個階層，將影像平滑化後，統計所得條痕間距之直方圖
(如圖 4.3 所示)；利用高斯低通濾波法，截斷頻率為 30 px，將影像平滑化後，
統計所得條痕間距之直方圖 (如圖 4.4 所示)。圖 4.2 至圖 4.4 橫軸為條痕間距
 λ ，單位以 cm 表示，縱軸為條痕間距之機率密度 $P(\lambda)$ ，圖 (a) 至 (d) 之摩擦
速度分別為 0.4 cm/s、0.74 cm/s (波浪未破碎)、0.74 cm/s (波浪破碎) 和
1.3 cm/s。

圖 4.2 至圖 4.4 熱圖像經過三種不同雜訊去除的方法，將其影像平滑化後，
統計跨流向兩相鄰的相對低溫點位之距離，由低溫條痕之間距分佈，皆可發現隨
著摩擦速度愈大，條痕間距之分佈愈集中，且其整體分佈的趨勢逐漸向左偏移。
由變異係數隨摩擦速度之改變亦可觀察到相同的統計特性，變異係數計算方式 (如
式 (4.3) 所示) 為條痕間距之標準差除上條痕間距之平均值，為一無因次之參數，
表示資料的分散情形，以比較多組資料間的變異程度，當變異係數愈大，代表資
料分散程度愈大；當變異係數愈小，代表資料分散程度愈小。利用高斯低通濾波
法之變異係數最大 (0.46 - 0.42)，條痕間距之分散程度最大；利用拉普拉斯金字
塔法之變異係數次之 (0.45 - 0.42)，條痕間距之分散程度次之；利用二維整體經
驗模態分解法之變異係數最小 (0.41 - 0.37)，條痕間距之分散程度最小。隨著摩



擦速度愈大，三者之變異係數 ψ_λ 亦隨之愈小，資料分散程度愈小，條痕間距之分佈愈集中。

除了上述平均值、標準差和變異係數，還可利用偏度和平度描述資料的整體分佈情況，偏度計算方式（如式 (4.4) 所示）為一無因次之參數，描述資料分佈的對稱程度，其偏度值可為 $S_\lambda < 0$ 代表資料分佈形態偏向於數據大的一側，即資料集中於右側，平均值小於中位數；或是 $S_\lambda = 0$ 代表資料分佈形態為對稱分佈，平均值等於中位數；或是 $S_\lambda > 0$ 代表資料分佈形態偏向於數據小的一側，即資料集中於左側，平均值大於中位數，本研究之偏度值皆為 $S_\lambda > 0$ ，並非為常態分佈，數據集中於數值小的一側。

平度計算方式（如式 (4.5) 所示）為一無因次之參數，描述資料分佈的陡峭程度，其平度值可為 $F_\lambda < 3$ 代表資料分佈較分散，稱為低闊峰（platykurtic），分佈形態較常態分佈低且寬；或是 $F_\lambda = 3$ 代表資料分佈為常態分佈，稱為常態峰（mesokurtic）；或是 $F_\lambda > 3$ 代表資料分佈較集中，稱為高狹峰（leptokurtic），分佈形態較常態分佈高且窄，平度值愈大，資料分佈愈遠離常態分佈，本研究之偏度值皆為 $F_\lambda > 3$ ，較常態分佈之陡峭程度更高。

本研究風剪驅動自由滑移邊界紊流邊界層之低溫條痕間距的變異係數 ($0.37 < \psi_\lambda < 0.46$)、偏度 ($0.73 < S_\lambda < 1.24$) 和平度 ($3.53 < F_\lambda < 6.46$)，三者統計量皆略大於，Smith and Metzler (1983) 無滑移邊界紊流邊界層之低速條痕間距的變異係數 ($0.34 < \psi_\lambda < 0.40$)、偏度 ($0.75 < S_\lambda < 1.0$) 和平度 ($3.5 < F_\lambda < 4.0$)。

表 4.1、利用二維整體經驗模態分解法，去除結構尺度最小的二個模態，將影像平滑化後，所得條痕間距之統計結果

	$h - C_1 - C_2$			
摩擦速度 u^* [cm/s]	0.4	0.74 (波浪未破碎)	0.74 (波浪破碎)	1.3
間距總數 n	1780	2542	1609	2667
平均間距 $\bar{\lambda}^+$	62.889 (1.572 cm)	108.034 (1.460 cm)	105.191 (1.422 cm)	171.773 (1.321 cm)
標準差 σ_λ^+	26.061 (0.652 cm)	41.281 (0.558 cm)	38.581 (0.521 cm)	62.821 (0.483 cm)
變異係數 ψ_λ	0.414	0.382	0.367	0.366
偏度 S_λ	1.089	1.040	0.733	0.925
平度 F_λ	4.950	4.705	3.529	4.308



表 4.2、利用拉普拉斯金字塔法，去除結構尺度最小的二個模態，將影像平滑化後，所得條痕間距之統計結果

	$h - L_0 - L_1$			
摩擦速度 u^* [cm/s]	0.4	0.74 (波浪未破碎)	0.74 (波浪破碎)	1.3
間距總數 n	1485	2335	1440	2474
平均間距 $\bar{\lambda}^+$	74.165 (1.854 cm)	116.630 (1.576 cm)	116.582 (1.575 cm)	184.897 (1.422 cm)
標準差 σ_λ^+	33.621 (0.841 cm)	49.851 (0.674 cm)	48.879 (0.661 cm)	76.836 (0.591 cm)
變異係數 ψ_λ	0.453	0.427	0.419	0.416
偏度 S_λ	1.164	1.070	1.207	0.946
平度 F_λ	5.139	4.574	6.176	4.283

表 4.3、利用高斯低通濾波法，截切頻率為 30 px，將影像平滑化後，所得條痕間距之統計結果



Gaussian Lowpass Filter, $D_0 = 30$				
摩擦速度 u^* [cm/s]	0.4	0.74 (波浪未破碎)	0.74 (波浪破碎)	1.3
間距總數 n	1592	2527	1550	2711
平均間距 $\bar{\lambda}^+$	70.869 (1.772 cm)	109.672 (1.482 cm)	110.068 (1.487 cm)	171.866 (1.322 cm)
標準差 σ_{λ}^+	32.653 (0.816 cm)	47.552 (0.643 cm)	46.348 (0.626 cm)	72.418 (0.557 cm)
變異係數 ψ_{λ}	0.461	0.434	0.421	0.421
偏度 S_{λ}	1.153	1.206	1.235	0.973
平度 F_{λ}	4.991	5.200	6.460	4.376

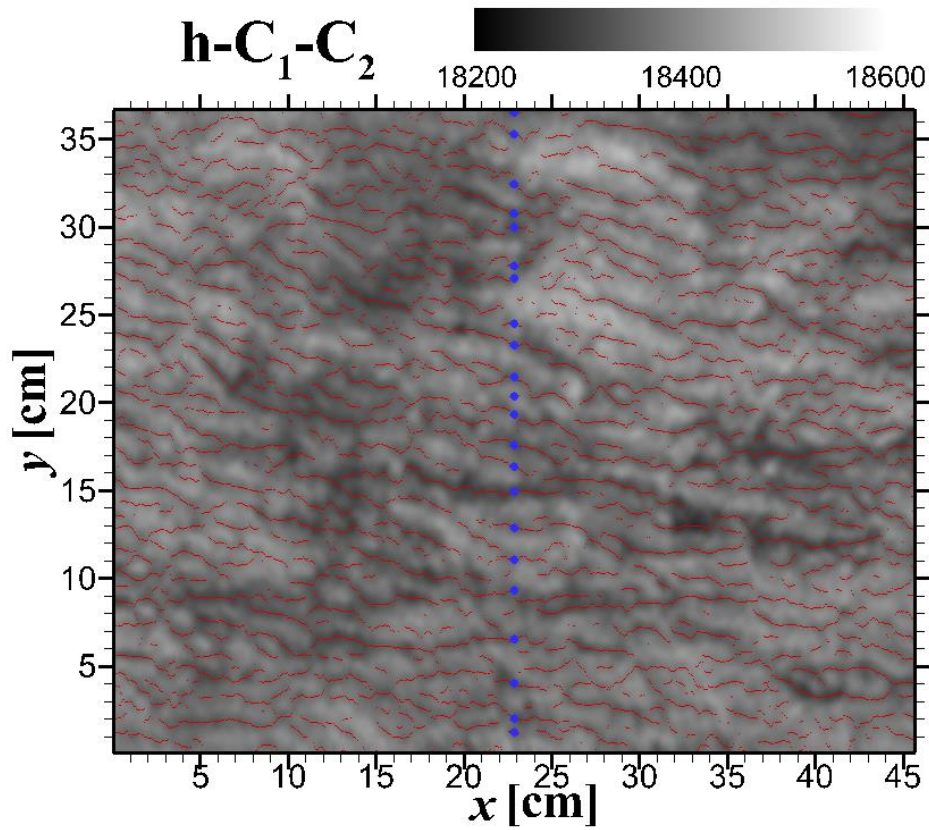


圖 4.1、熱圖像去除二維整體經驗模態分解法分離結構尺度最小的二個模態，以紅色圓點標記出跨流向之相對低溫點位；以藍色圓點標記出參考位置於影像中間且跨流向之相對低溫點位。

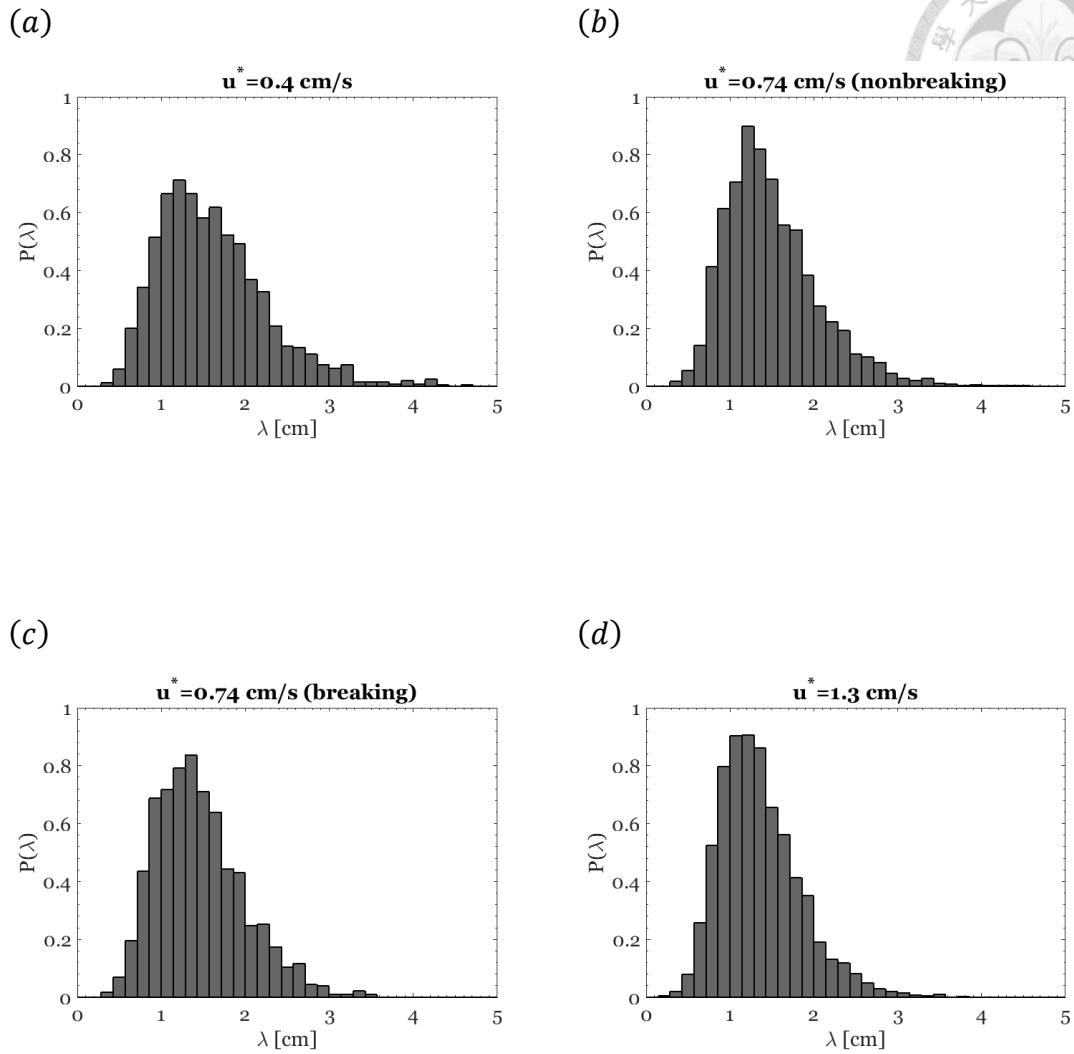


圖 4.2、利用二維整體經驗模態分解法，去除結構尺度最小的二個模態，將影像平滑化後，統計所得條痕間距之直方圖。橫軸為條痕間距，單位以 cm 表示；縱軸為機率密度。圖 (a) 至圖 (d) 之摩擦速度分別為 0.4 cm/s、0.74 cm/s (波浪未破碎)、0.74 cm/s (波浪破碎) 和 1.3 cm/s。

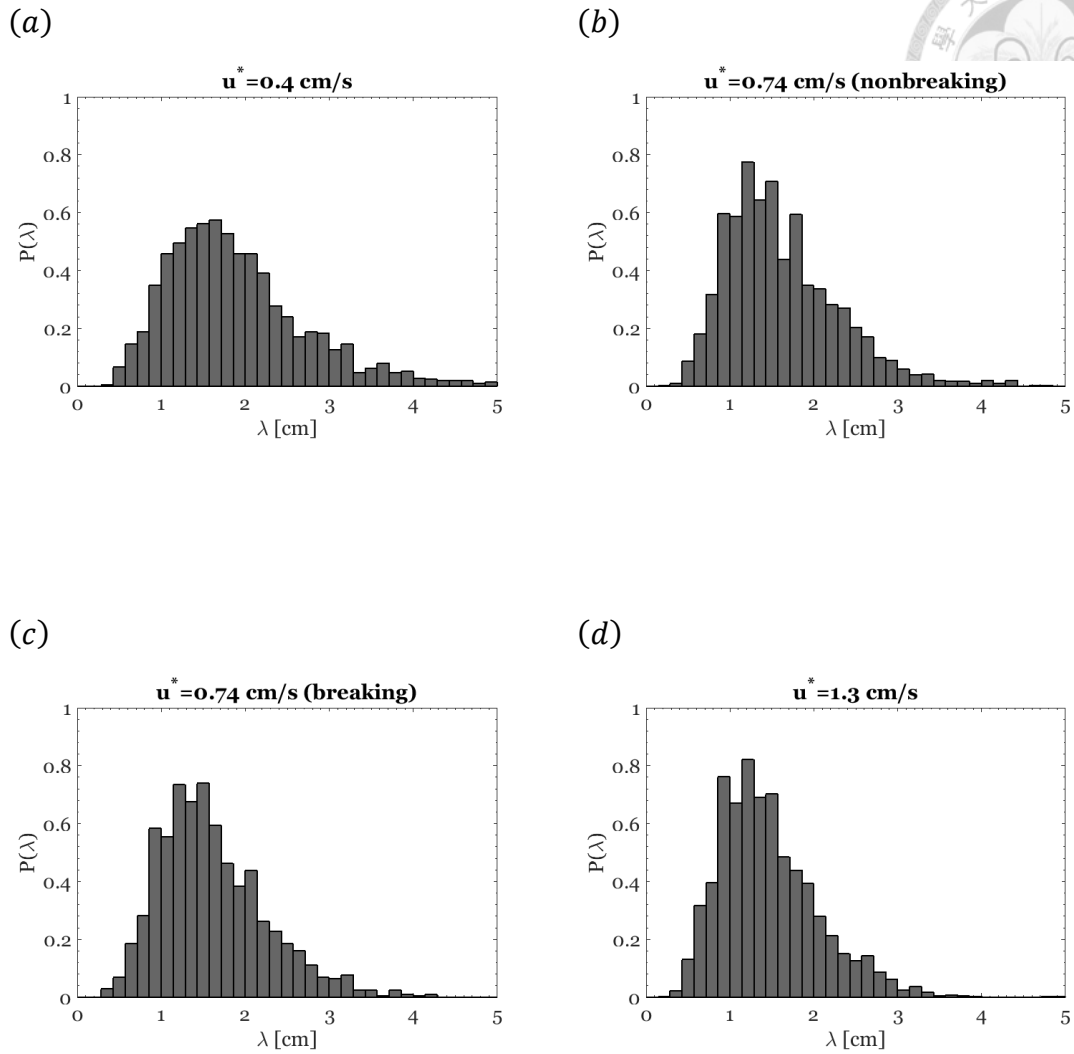


圖 4.3、利用拉普拉斯金字塔法，去除結構尺度最小的二個階層，將影像平滑化後，統計所得條痕間距之直方圖。橫軸為條痕間距，單位以 cm 表示；縱軸為機率密度。圖 (a) 至圖 (d) 之摩擦速度分別為 0.4 cm/s、0.74 cm/s (波浪未破碎)、0.74 cm/s (波浪破碎) 和 1.3 cm/s。

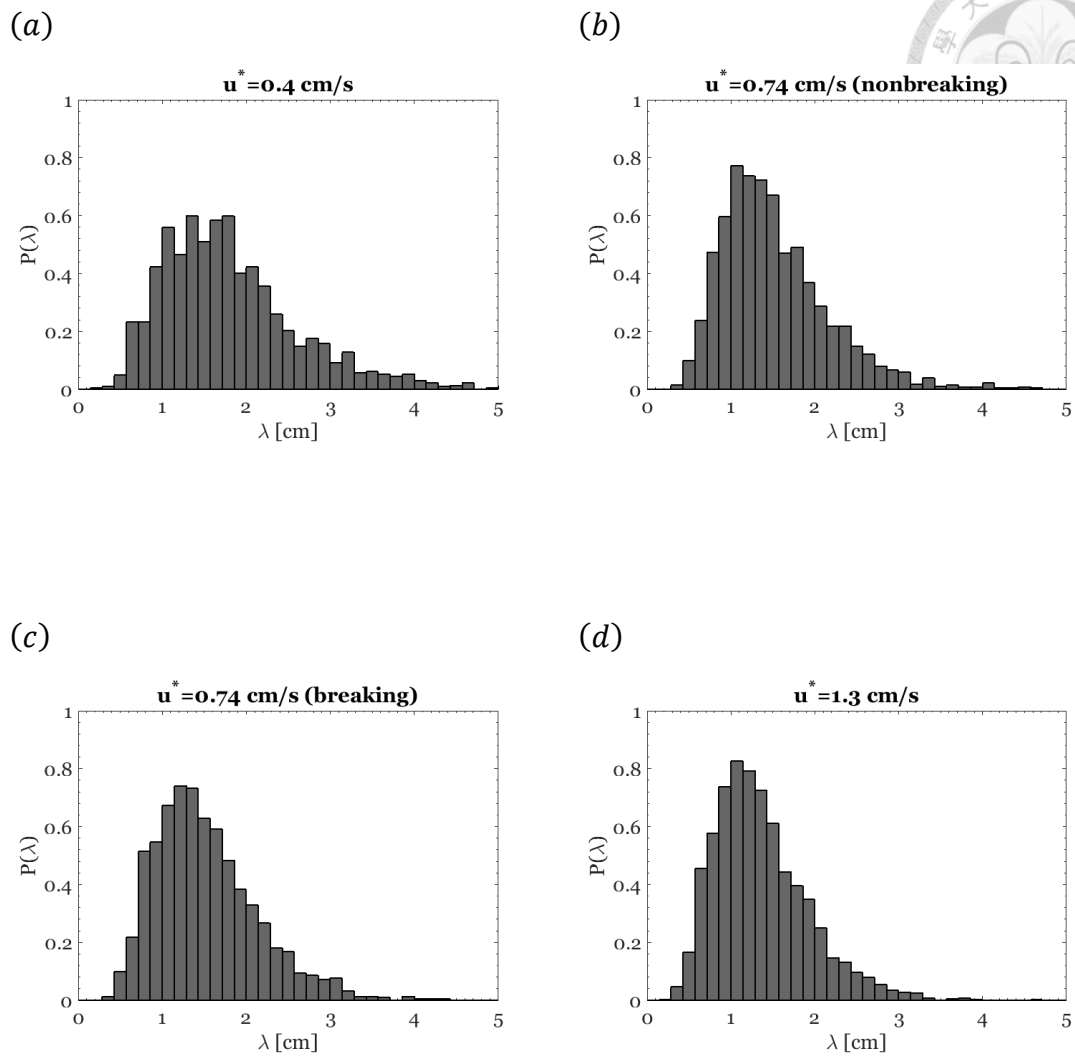


圖 4.4、利用高斯低通濾波法，截斷頻率為 30 px，將影像平滑化後，統計所得條痕間距之直方圖。橫軸為條痕間距，單位以 cm 表示；縱軸為機率密度。圖 (a) 至圖 (d) 之摩擦速度分別為 0.4 cm/s、0.74 cm/s(波浪未破碎)、0.74 cm/s(波浪破碎) 和 1.3 cm/s。



4.2 間距分佈特性之檢定

在無滑移邊界紊流邊界層中，Nakagawa and Nezu (1981) 和 Smith and Metzler (1983) 之研究皆證實：低速條痕之間距分佈近似於對數常態分佈。而在風剪驅動自由滑移邊界紊流邊界層中，Tsai et al. (2005) 和 Schnieders et al. (2013) 之研究顯示：低溫高速條痕之間距分佈近似於對數常態分佈。Ryanzhin et al. (2005) 在俄羅斯拉多加湖量測條痕間距，並利用指數分佈 (exponential distribution)、伽瑪分佈 (gamma distribution)、對數常態分佈、馬克士威分佈 (Maxwell distribution)、雷利分佈 (Rayleigh distribution)、韋伯分佈 (Weibull distribution) 此六種機率密度函數擬合，再透過卡方適合度檢定條痕間距分佈吻合何種特定的理論分佈，其結果顯示大部份吻合對數常態分佈。

在此參考 Ryanzhin et al. (2005) 客觀的方法，以卡方適合度檢定判斷條痕間距之直方圖是否吻合特定之理論分佈，將分別於 4.2.1 節說明本研究所利用的六種理論機率密度函數，並對條痕間距分佈進行最小平方擬合，於 4.2.2 節則以卡方適合度檢定判斷理論機率密度函數是否吻合條痕間距分佈。



4.2.1 機率密度函數

以下將介紹本研究所使用之六種機率密度函數，依序為指數分佈、伽瑪分佈、對數常態分佈、馬克士威分佈、雷利分佈、韋伯分佈，如式 (4.6) 至 (4.11) 所示：

$$P(\lambda|A) = \frac{1}{A} \exp\left(-\frac{\lambda}{A}\right), \quad (4.6)$$

$$P(\lambda|A, B) = \frac{\lambda^{B-1} \exp\left(-\frac{\lambda}{A}\right)}{A^B \Gamma(B)}, \quad (4.7)$$

$$P(\lambda|A, C) = \frac{\exp\left[-\frac{(\ln \lambda - C)^2}{2A^2}\right]}{\sqrt{2\pi} A \lambda}, \quad (4.8)$$

$$P(\lambda|A) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\lambda^2 \exp\left(-\frac{\lambda^2}{2A^2}\right)}{A^3}, \quad (4.9)$$

$$P(\lambda|A) = \frac{\lambda}{A^2} \exp\left(-\frac{\lambda^2}{2A^2}\right), \quad (4.10)$$

$$P(\lambda|A, B) = \frac{B}{A} \left(\frac{\lambda}{A}\right)^{B-1} \exp\left[-\left(\frac{\lambda}{A}\right)^B\right]. \quad (4.11)$$

其中 λ 為條痕間距； A 表示尺度參數 (scale parameter) 與隨機變數為冪次方或開冪次方關係，改變機率密度函數分佈之散佈程度； B 表示形狀參數 (shape parameter) 與隨機變數為乘除關係，改變機率密度函數分佈之陡峭程度； C 表示位置參數 (location parameter) 與隨機變數為加減關係，改變機率密度函數隨水平軸之平移程度； Γ 為伽瑪函數 (gamma function) 如下所示：

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} \exp(-t) dt. \quad (4.12)$$

考慮以上六種機率密度函數，以 Matlab 軟體內建指令 *nlinfit*，對條痕間距之直方圖進行最小平方擬合，所得結果為每種機率密度函數之理論分佈 (如圖 4.5

至圖 4.16 所示)，橫軸為條痕間距 λ ，單位以 cm 表示，縱軸為條痕間距之機率密度 $P(\lambda)$ ，圖 (a) 至 (f) 分別為考慮指數分佈、伽瑪分佈、對數常態分佈、馬克士威分佈、雷利分佈和韋伯分佈之最小平方擬合，以黑虛線表示。

圖 4.5 至圖 4.8 將摩擦速度分別為 0.4 cm/s、0.74 cm/s (波浪未破碎)、0.74 cm/s (波浪破碎) 和 1.3 cm/s 之影像，透過二維整體經驗模態分解法，去除結構尺度最小的二個模態，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合。圖 4.9 至圖 4.12 將摩擦速度分別為 0.4 cm/s、0.74 cm/s (波浪未破碎)、0.74 cm/s (波浪破碎) 和 1.3 cm/s 之影像，透過拉普拉斯金字塔法，去除結構尺度最小的二個階層，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合。圖 4.13 至圖 4.16 將摩擦速度分別為 0.4 cm/s、0.74 cm/s (波浪未破碎)、0.74 cm/s (波浪破碎) 和 1.3 cm/s 之影像，透過高斯低通濾波法，截切頻率 $D_0 = 30$ px，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合。

圖 4.5 至圖 4.16 考慮六種機率密度函數，進行最小平方擬合直方圖，所得結果為每種機率密度函數之理論分佈，透過主觀的肉眼判斷：條痕間距分佈與伽瑪分佈和對數常態分佈差異不大；條痕間距分佈與指數分佈、馬克士威分佈、雷利分佈和韋伯分佈差異甚大。為更客觀了解此各種理論分佈是否吻合條痕間距分佈，故以卡方適合度檢定，將於下節說明。

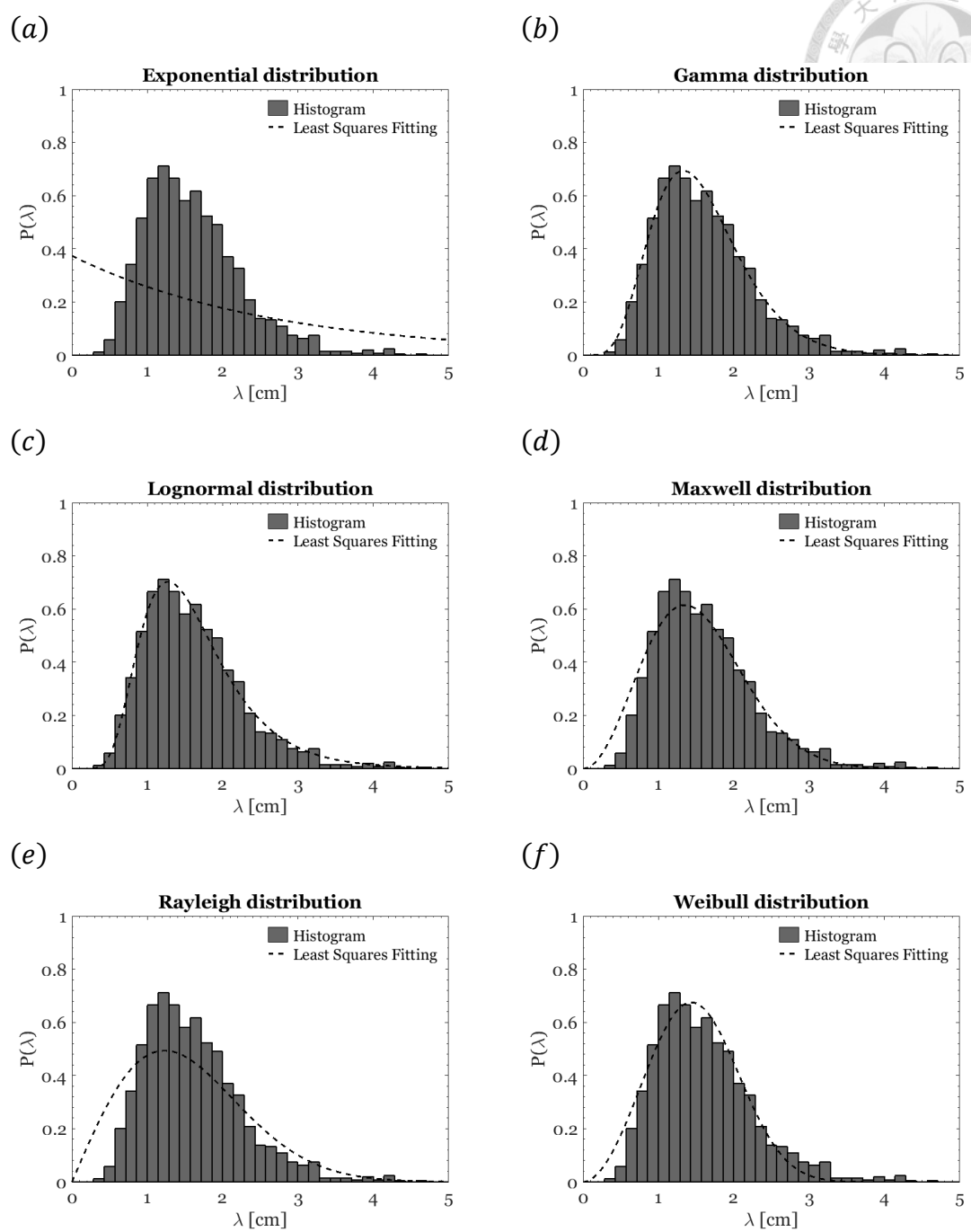
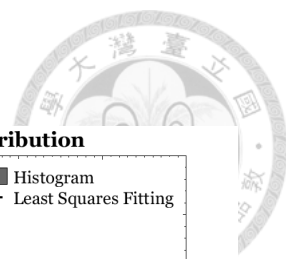


圖 4.5、將摩擦速度為 0.4 cm/s 之影像，透過二維整體經驗模態分解法，去除結構尺度最小的二個模態，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合。橫軸為條痕間距，單位以 cm 表示；縱軸為機率密度。圖 (a) 至圖 (f) 分別為考慮指數分佈、伽瑪分佈、對數常態分佈、馬克士威分佈、雷利分佈和韋伯分佈之最小平方擬合，以黑虛線表示。

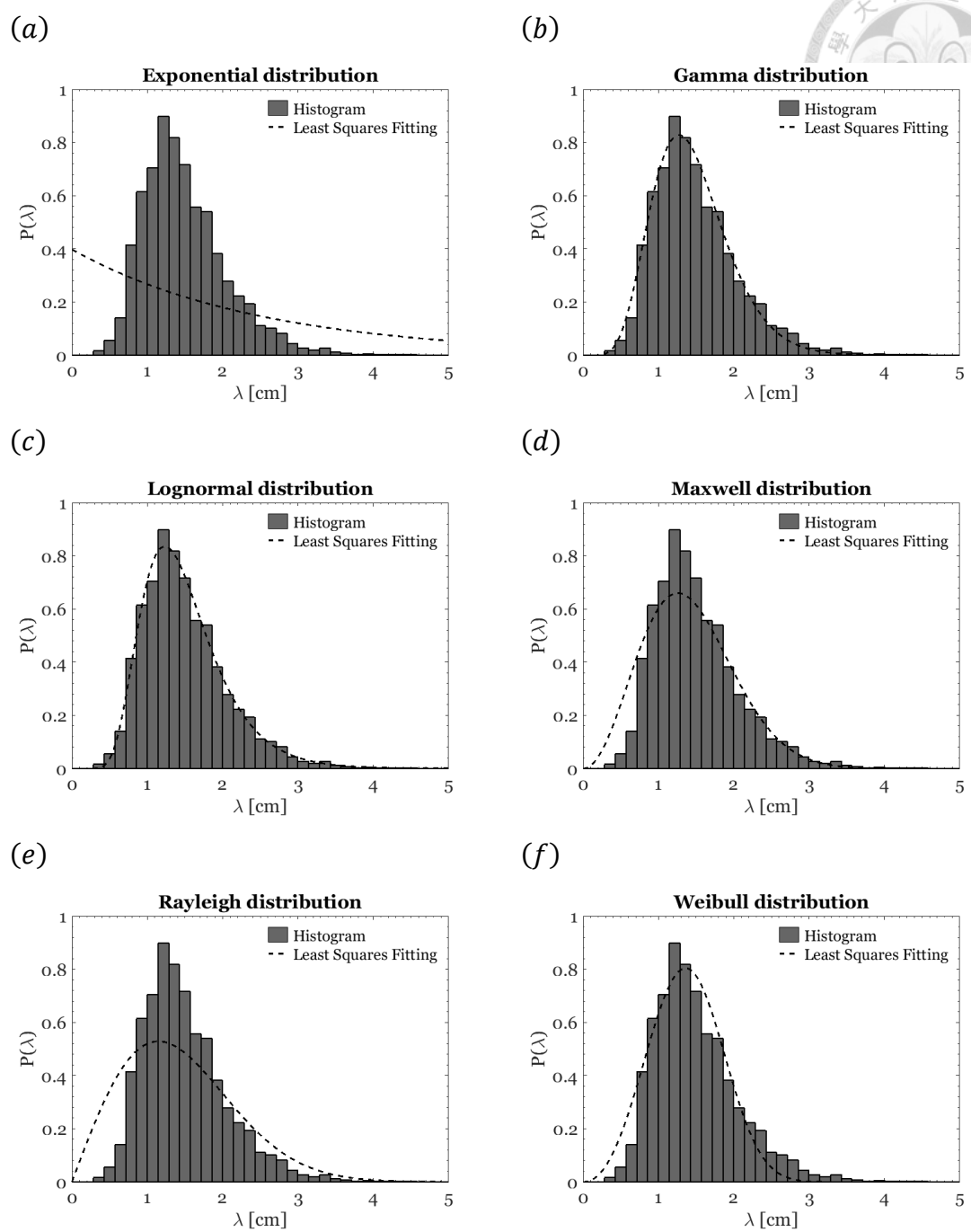
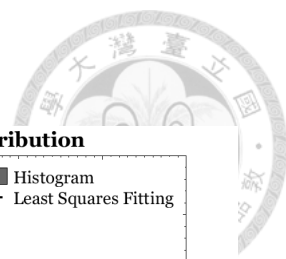


圖 4.6、將摩擦速度為 0.74 cm/s (波浪未破碎) 之影像，透過二維整體經驗模態分解法，去除結構尺度最小的二個模態，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合。橫軸為條痕間距，單位以 cm 表示；縱軸為機率密度。圖 (a) 至圖 (f) 分別為考慮指數分佈、伽瑪分佈、對數常態分佈、馬克士威分佈、雷利分佈和韋伯分佈之最小平方擬合，以黑虛線表示。

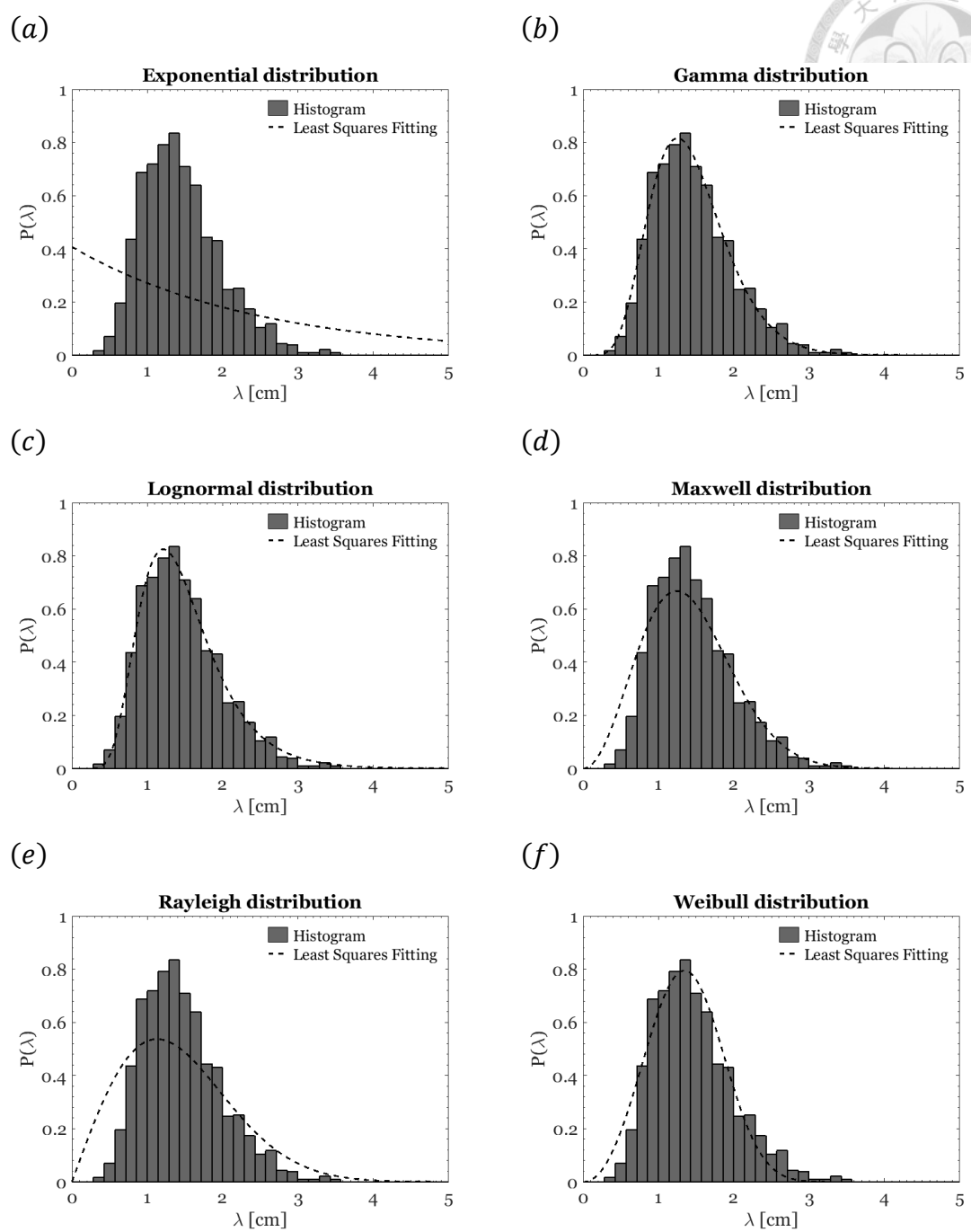
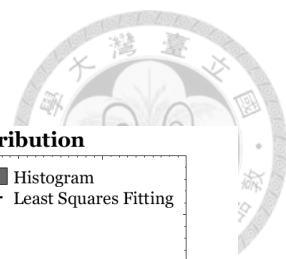


圖 4.7、將摩擦速度為 0.74 cm/s (波浪破碎) 之影像，透過二維整體經驗模態分解法，去除結構尺度最小的二個模態，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合。橫軸為條痕間距，單位以 cm 表示；縱軸為機率密度。圖 (a) 至圖 (f) 分別為考慮指數分佈、伽瑪分佈、對數常態分佈、馬克士威分佈、雷利分佈和韋伯分佈之最小平方擬合，以黑虛線表示。

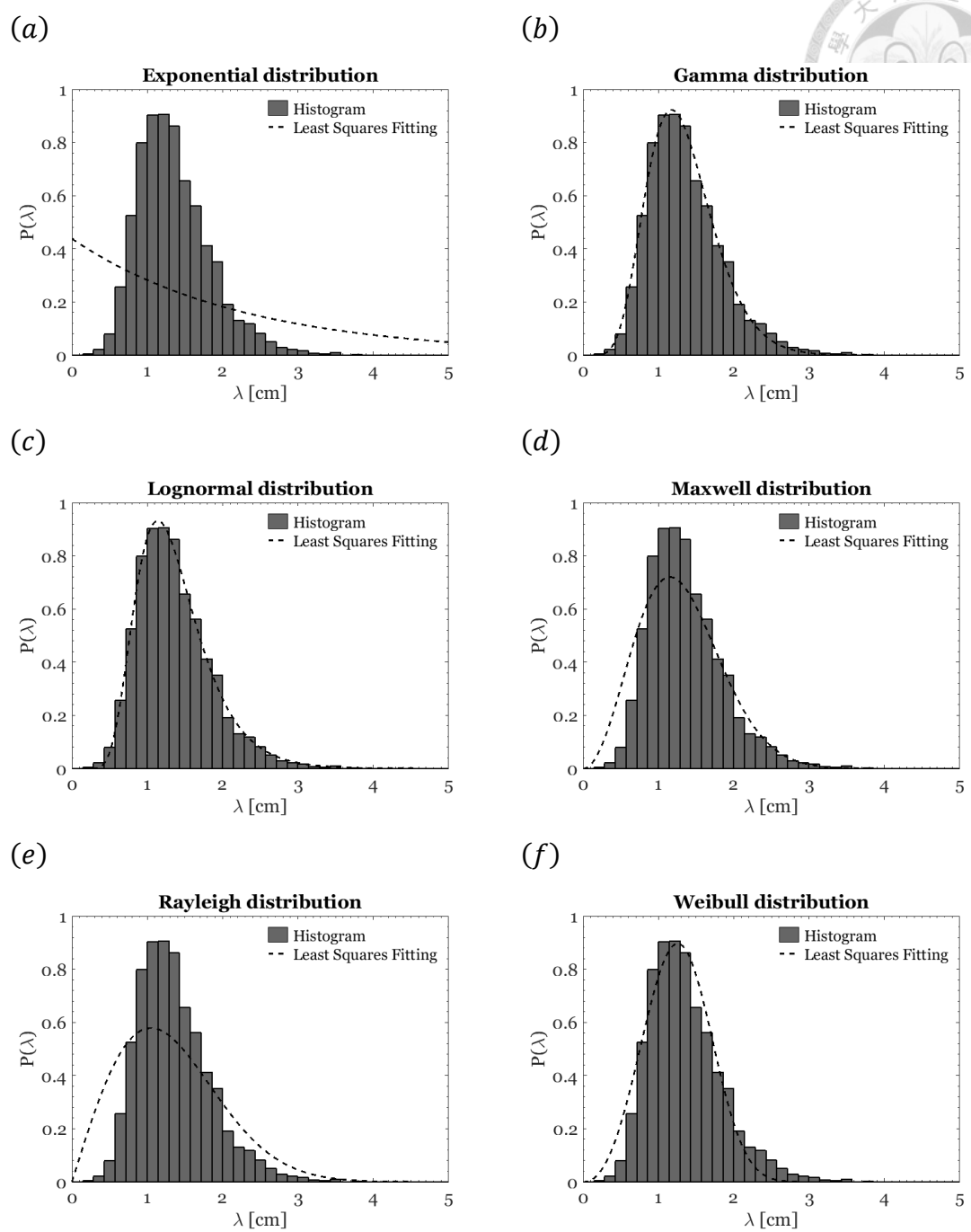
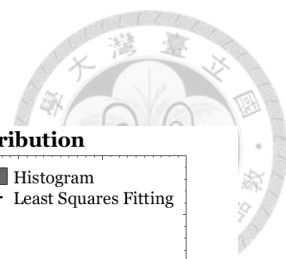


圖 4.8、將摩擦速度為 1.3 cm/s 之影像，透過二維整體經驗模態分解法，去除結構尺度最小的二個模態，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合。橫軸為條痕間距，單位以 cm 表示；縱軸為機率密度。圖 (a) 至圖 (f) 分別為考慮指數分佈、伽瑪分佈、對數常態分佈、馬克士威分佈、雷利分佈和韋伯分佈之最小平方擬合，以黑虛線表示。

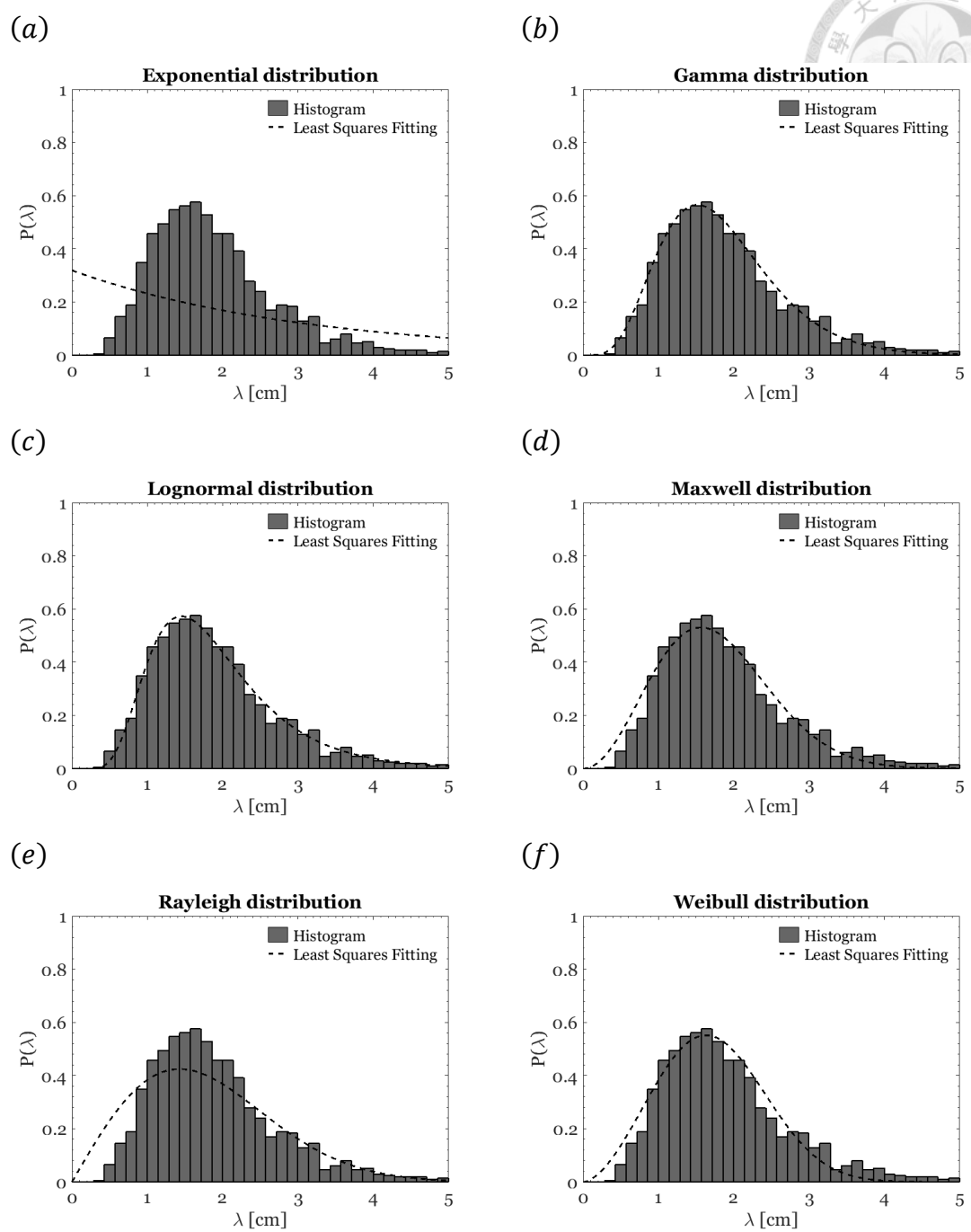
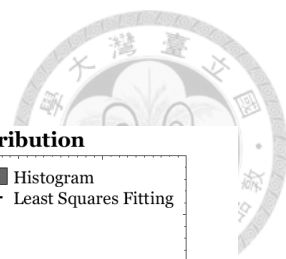


圖 4.9、將摩擦速度為 0.4 cm/s 之影像，透過拉普拉斯金字塔法，去除結構尺度最小的二個階層，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合。橫軸為條痕間距，單位以 cm 表示；縱軸為機率密度。圖 (a) 至圖 (f) 分別為考慮指數分佈、伽瑪分佈、對數常態分佈、馬克士威分佈、雷利分佈和韋伯分佈之最小平方擬合，以黑虛線表示。

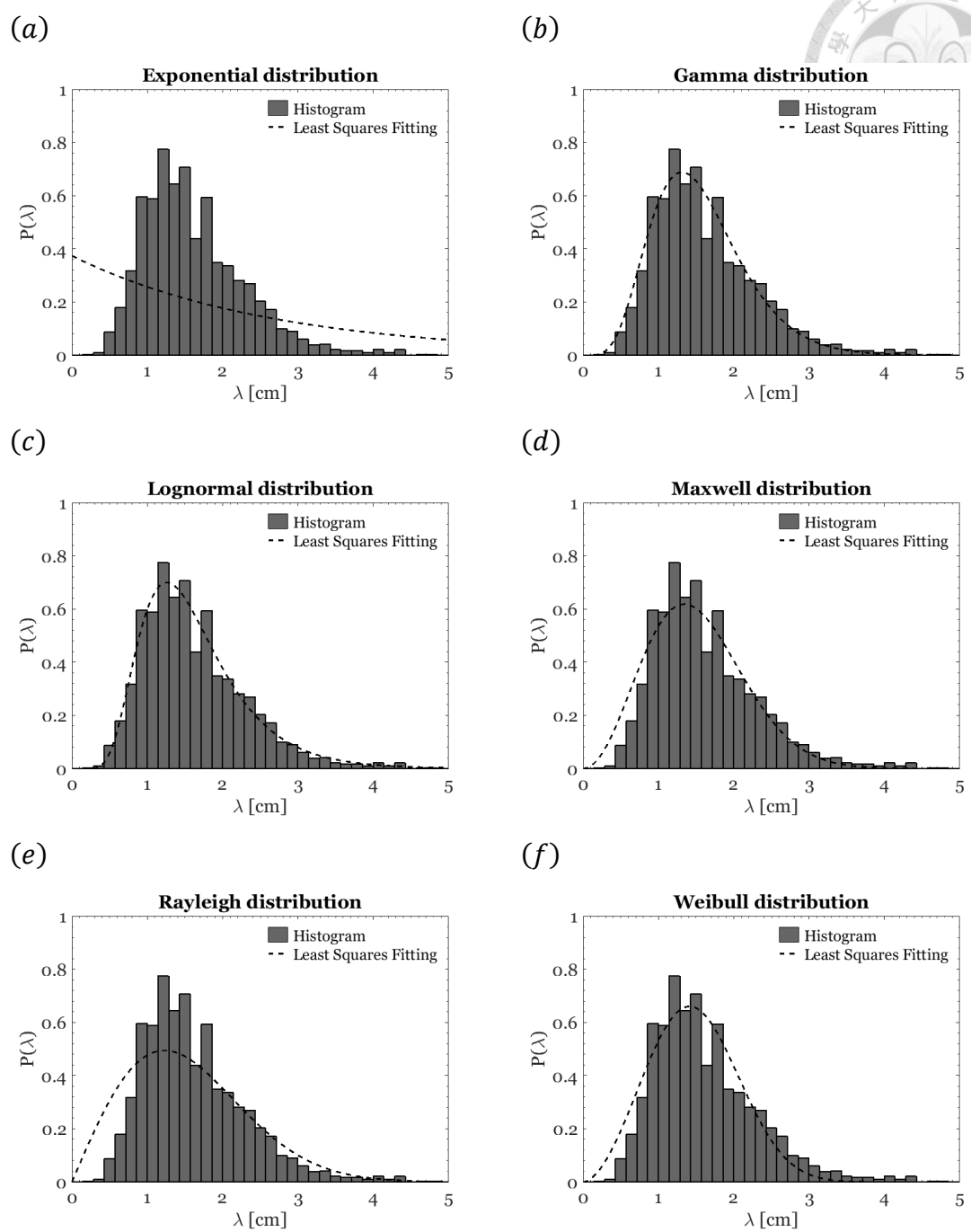
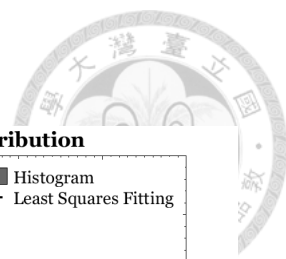


圖 4.10、將摩擦速度為 0.74 cm/s (波浪未破碎) 之影像，透過拉普拉斯金字塔法，去除結構尺度最小的二個階層，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合。橫軸為條痕間距，單位以 cm 表示；縱軸為機率密度。圖 (a) 至圖 (f) 分別為考慮指數分佈、伽瑪分佈、對數常態分佈、馬克士威分佈、雷利分佈和韋伯分佈之最小平方擬合，以黑虛線表示。

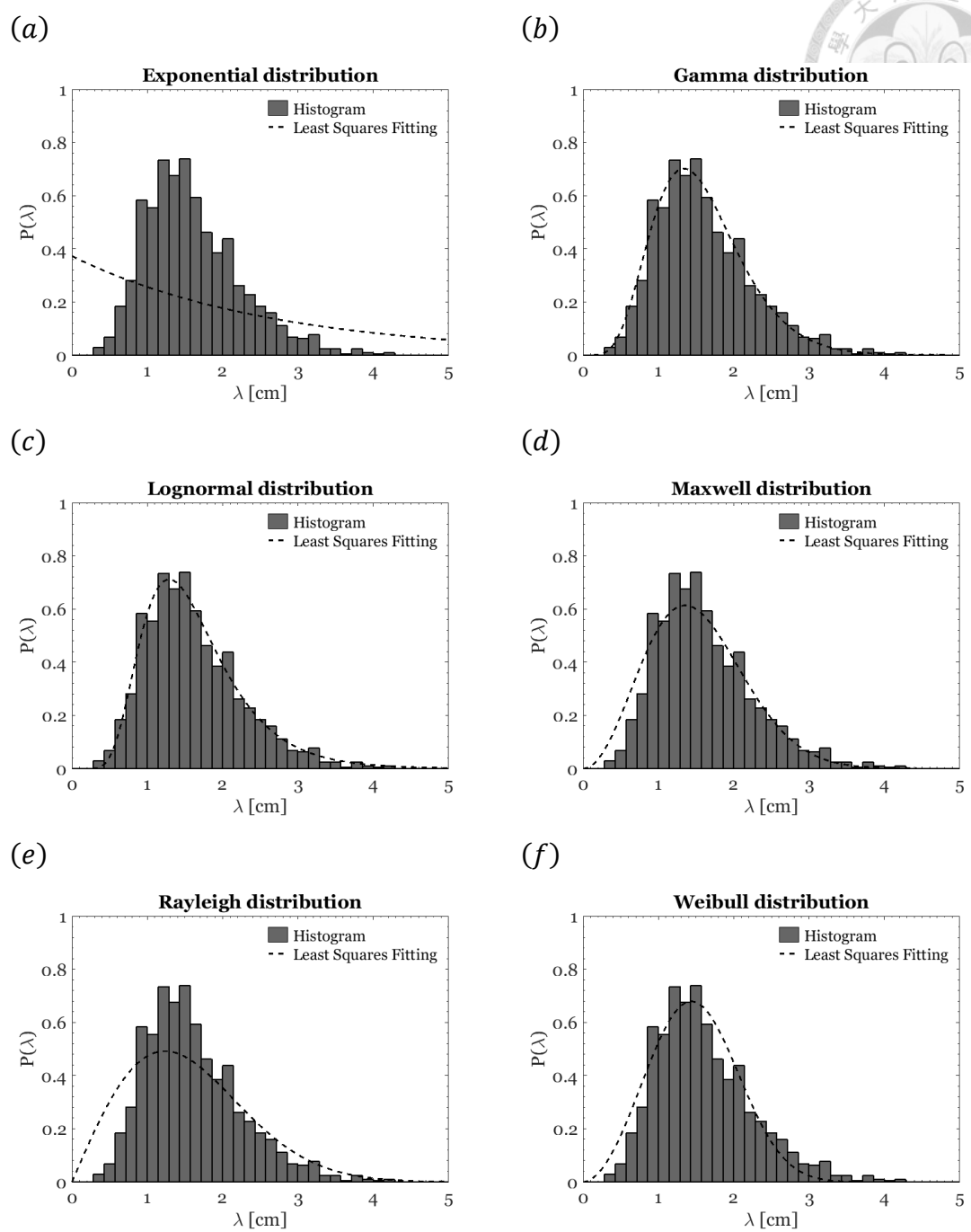
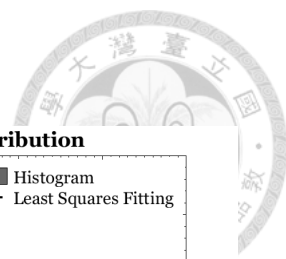


圖 4.11、將摩擦速度為 0.74 cm/s(波浪破碎)之影像，透過拉普拉斯金字塔法，去除結構尺度最小的二個階層，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合。橫軸為條痕間距，單位以 cm 表示；縱軸為機率密度。圖 (a) 至圖 (f) 分別為考慮指數分佈、伽瑪分佈、對數常態分佈、馬克士威分佈、雷利分佈和韋伯分佈之最小平方擬合，以黑虛線表示。

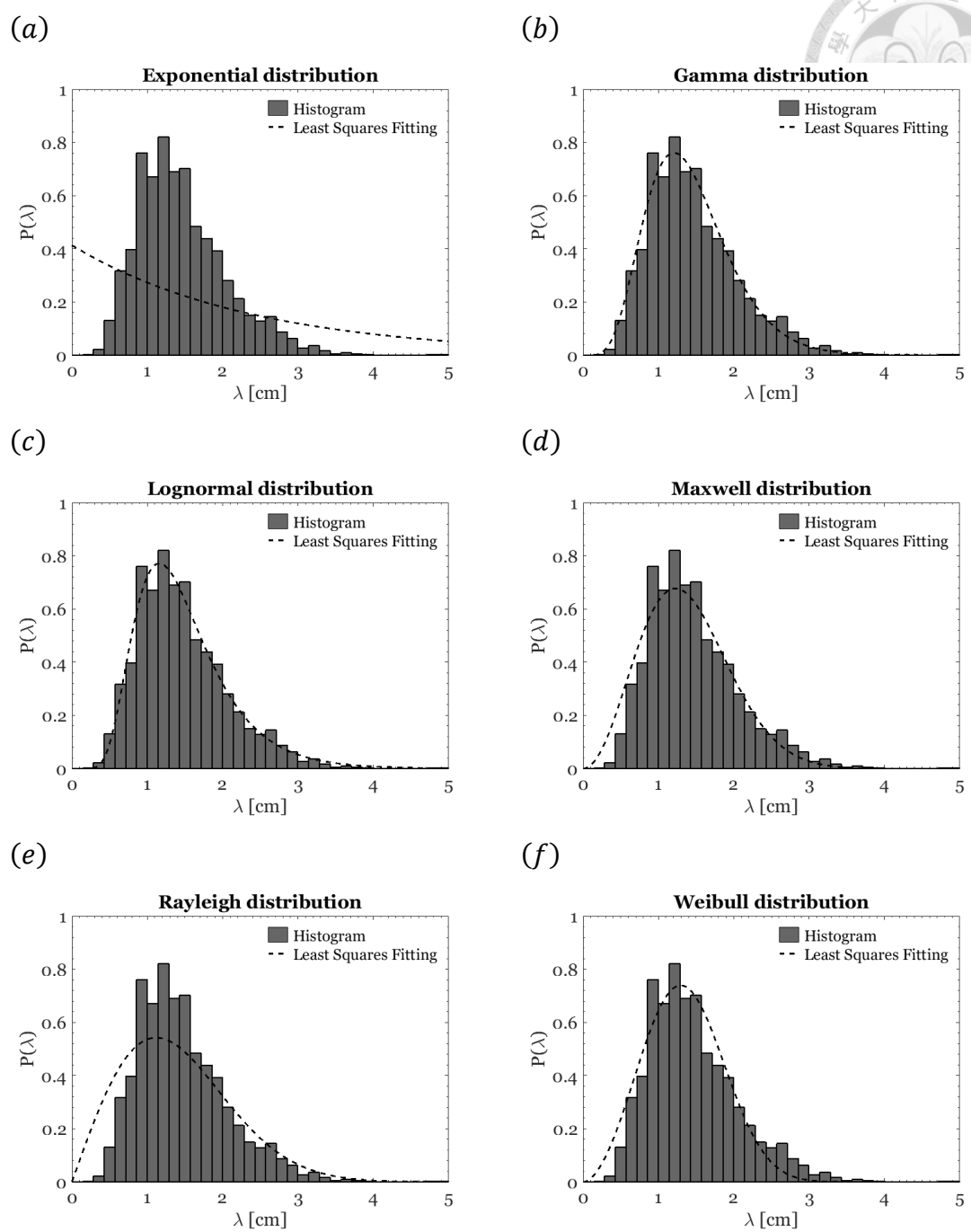
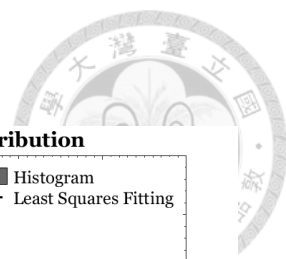


圖 4.12、將摩擦速度為 1.3 cm/s 之影像，透過拉普拉斯金字塔法，去除結構尺度最小的二個階層，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合。橫軸為條痕間距，單位以 cm 表示；縱軸為機率密度。圖 (a) 至圖 (f) 分別為考慮指數分佈、伽瑪分佈、對數常態分佈、馬克士威分佈、雷利分佈和韋伯分佈之最小平方擬合，以黑虛線表示。

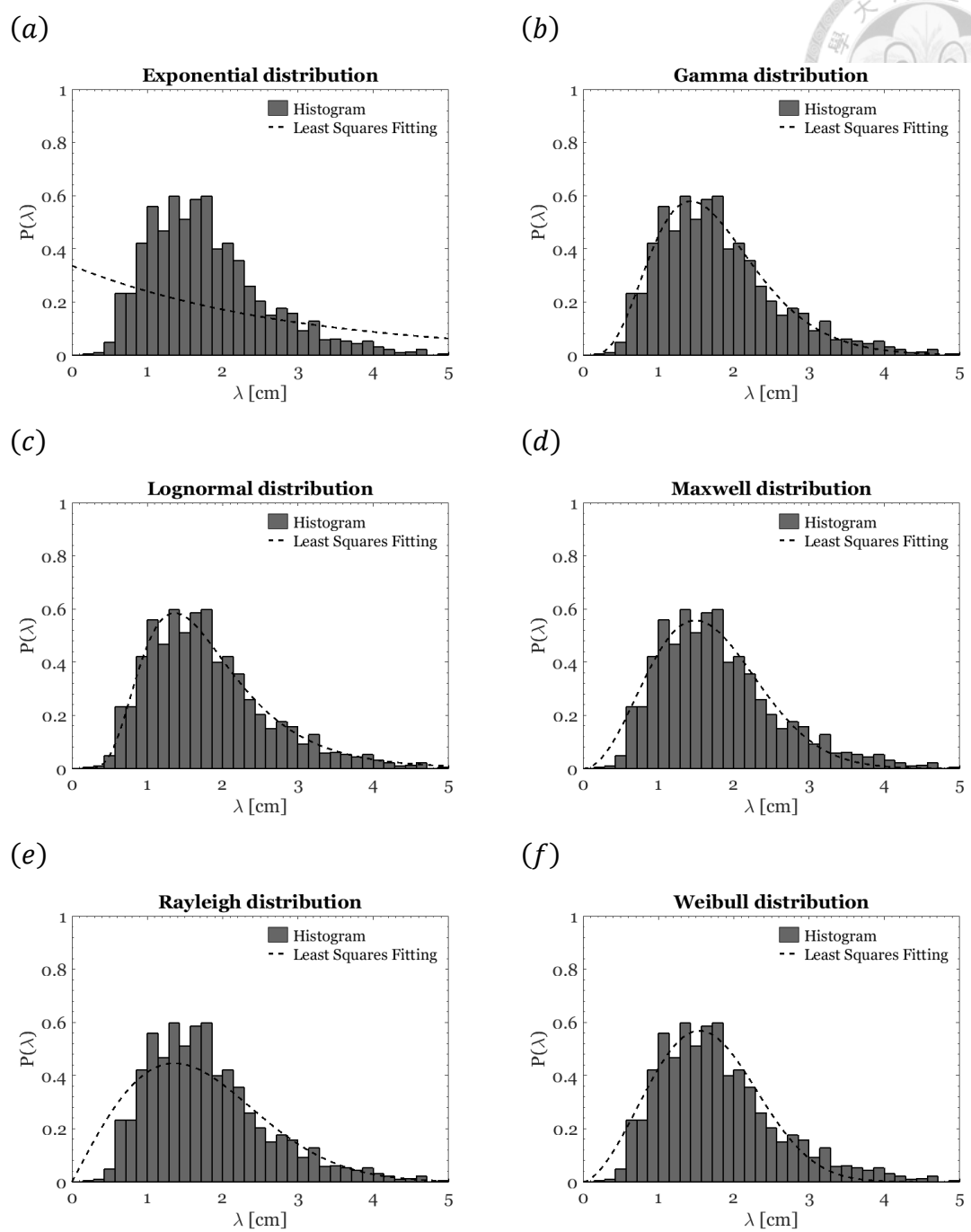
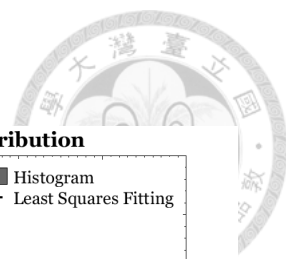


圖 4.13、將摩擦速度為 0.4 cm/s 之影像，透過高斯低通濾波法，截切頻率為 30 px，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合。橫軸為條痕間距，單位以 cm 表示；縱軸為機率密度。圖 (a) 至圖 (f) 分別為考慮指數分佈、伽瑪分佈、對數常態分佈、馬克士威分佈、雷利分佈和韋伯分佈之最小平方擬合，以黑虛線表示。

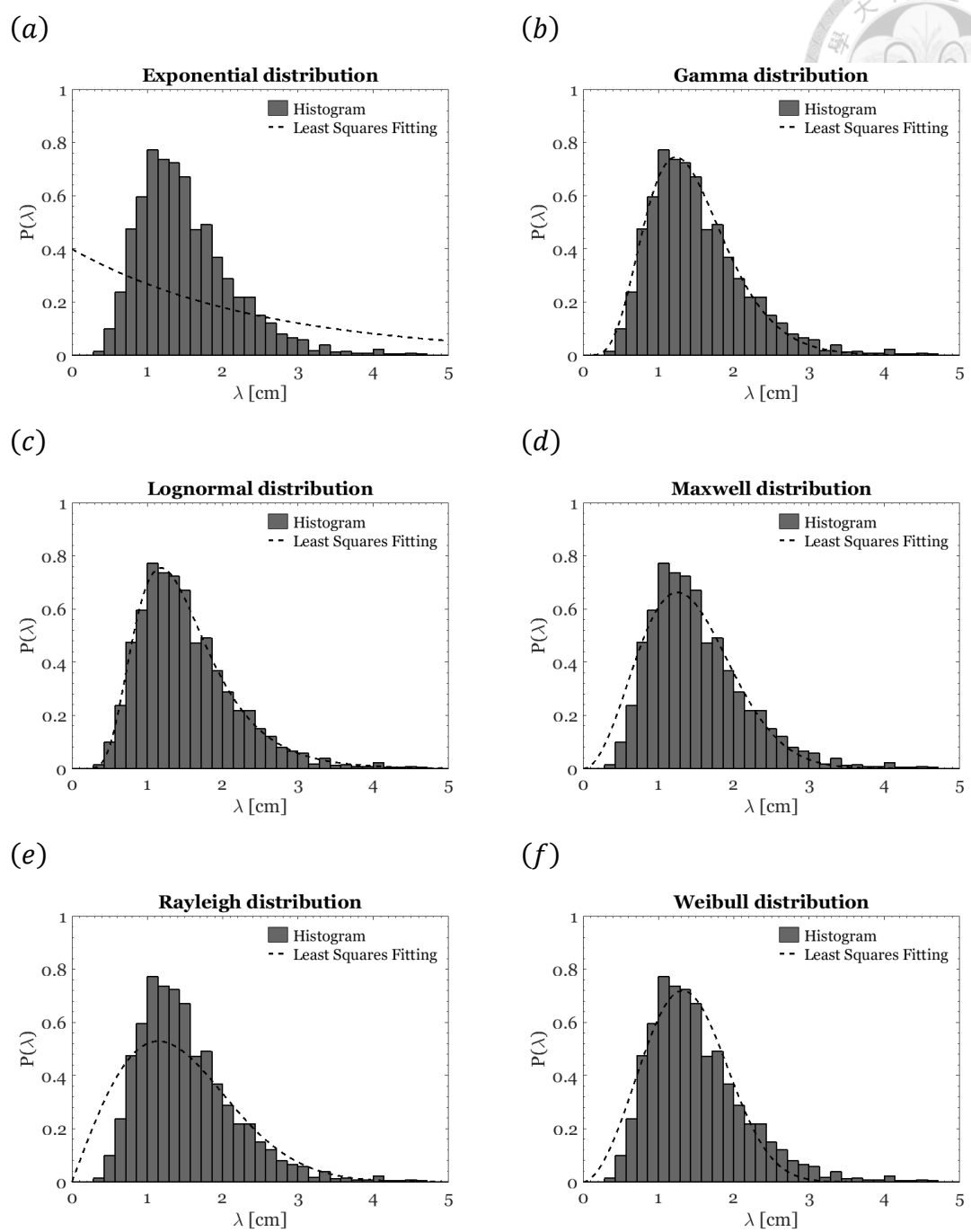
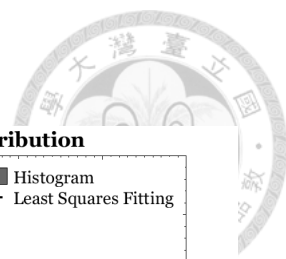


圖 4.14、將摩擦速度為 0.74 cm/s(波浪未破碎)之影像，透過高斯低通濾波法，截切頻率為 30 px，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合。橫軸為條痕間距，單位以 cm 表示；縱軸為機率密度。圖 (a) 至圖 (f) 分別為考慮指數分佈、伽瑪分佈、對數常態分佈、馬克士威分佈、雷利分佈和韋伯分佈之最小平方擬合，以黑虛線表示。

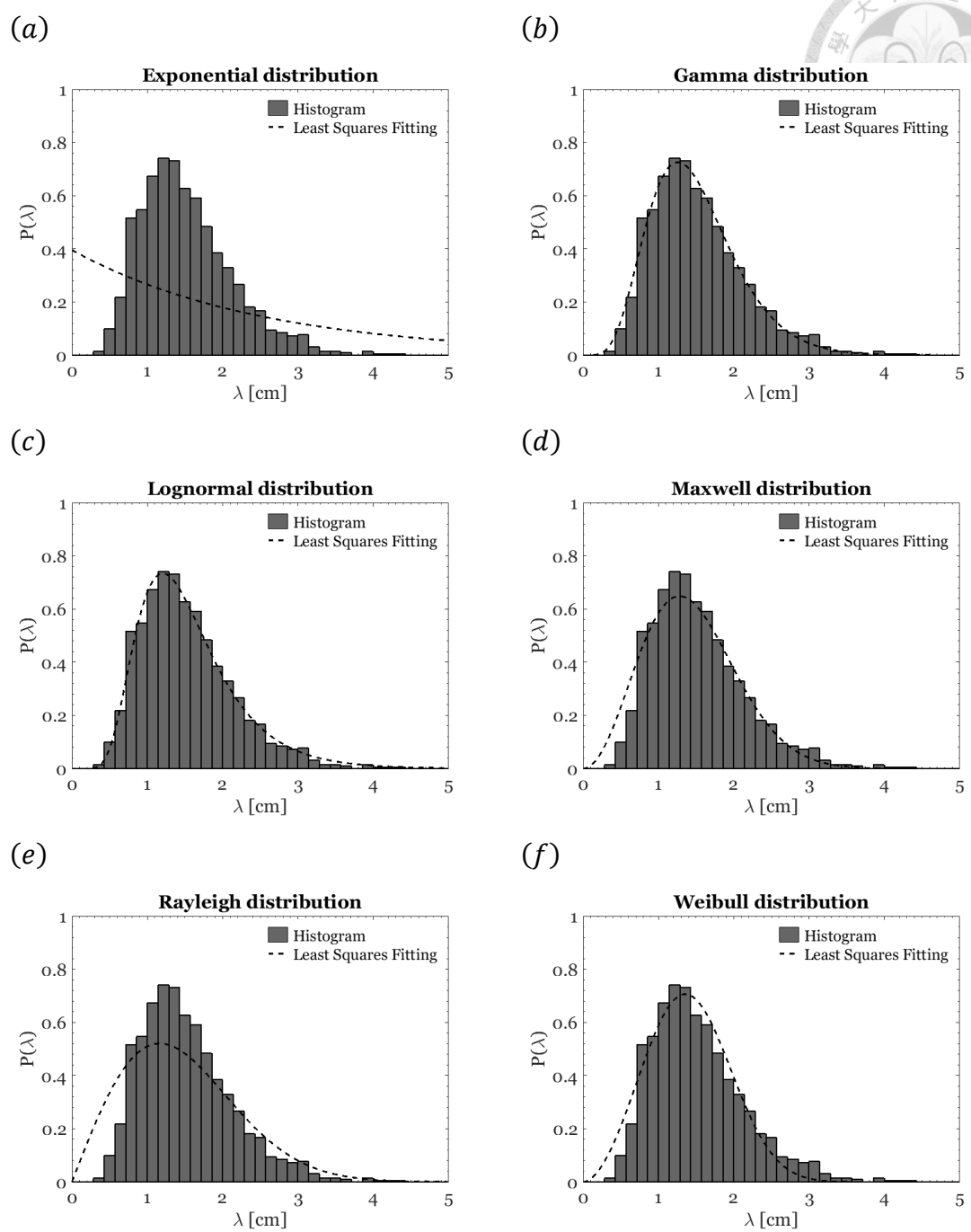
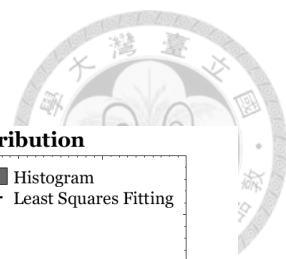


圖 4.15、將摩擦速度為 0.74 cm/s (波浪破碎) 之影像，透過高斯低通濾波法，截切頻率為 30 px，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合。橫軸為條痕間距，單位以 cm 表示；縱軸為機率密度。圖 (a) 至圖 (f) 分別為考慮指數分佈、伽瑪分佈、對數常態分佈、馬克士威分佈、雷利分佈和韋伯分佈之最小平方擬合，以黑虛線表示。

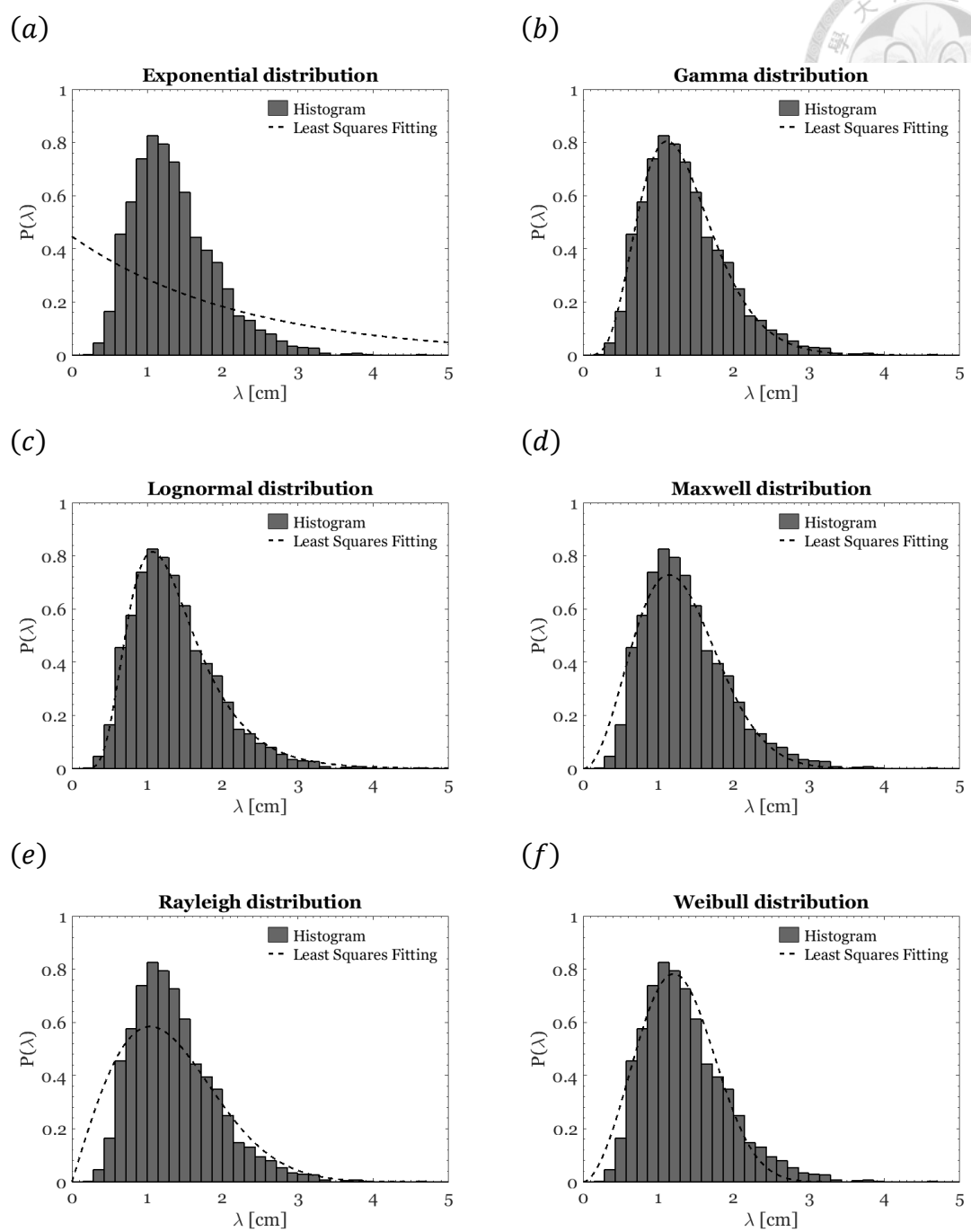
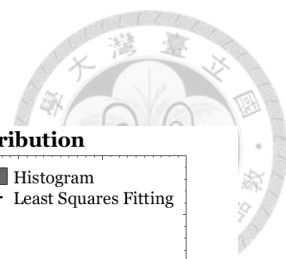


圖 4.16、將摩擦速度為 1.3 cm/s 之影像，透過高斯低通濾波法，截切頻率為 30 px，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合。橫軸為條痕間距，單位以 cm 表示；縱軸為機率密度。圖 (a) 至圖 (f) 分別為考慮指數分佈、伽瑪分佈、對數常態分佈、馬克士威分佈、雷利分佈和韋伯分佈之最小平方擬合，以黑虛線表示。



4.2.2 卡方適合度檢定

於 4.2.1 節考慮指數分佈、伽瑪分佈、對數常態分佈、馬克士威分佈、雷利分佈、韋伯分佈，此六種理論分佈對低溫條痕之間距分佈進行最小平方擬合。為了進一步了解最小平方擬合結果和間距分佈，兩者之間的吻合程度，透過卡方適合度檢定，此為英國數學家卡爾·皮爾森 (Karl Pearson) 於西元 1900 年所發展的方法，藉由比較觀測數目和期望數目，可看成兩者之間的相對誤差，計算得到卡方檢定統計量 (chi-square test statistic) χ^2 ，旨在客觀地判斷某一信心水準之下，低溫條痕之間距分佈是否符合特定的理論分佈。

以下說明本研究卡方適合度檢定之流程：

- 步驟 1. 提出假設檢定 (hypothesis testing) 之虛無假設 (null hypothesis)：低溫條痕之間距分佈吻合理論分佈；對立假設 (alternative hypothesis)：低溫條痕之間距分佈不吻合理論分佈。
- 步驟 2. 參考 Ryanzhin et al. (2005) 之研究，確立檢定之信心水準 (confidence level) $1 - \alpha = 0.95$ ，顯著水準 (significant level) $\alpha = 0.05$ 。
- 步驟 3. 由條痕間距分佈推得觀測數目 O_i ，理論分佈推得期望數目 E_i ，計算卡方檢定統計量 χ^2 (如式 (4.13) 所示)。
- 步驟 4. 計算假設檢定之自由度 ν (如式 (4.14) 所示)。
- 步驟 5. 將顯著水準 $\alpha = 0.05$ 、自由度 ν 經由查附錄一之表格 [Thompson (1941)]，得到卡方分佈臨界值 $\chi_{0.05}^2$ ，確定拒絕區域。
- 步驟 6. 比較卡方檢定統計量 χ^2 和卡方分佈臨界值 $\chi_{0.05}^2$ ，由兩者大小關係，判斷假設檢定之結果。

以下將分別詳加說明步驟 3 至步驟 6。首先，步驟 3 的卡方檢定統計量 χ^2 計算方式如下：

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}, \quad (4.13)$$

其中 N 為區間總數目， O_i 為在第 i 區間之觀測數目 (observed counts)，由低溫條痕之間距分佈所推得， E_i 為在第 i 區間之期望數目 (expected counts)，由理論分佈所推得，以 Matlab 軟體內建指令 *chi2gof* 計算卡方檢定統計量。由上式直覺地認為：若觀測分佈符合理論分佈，則觀測數目和期望數目應相差不大，故 χ^2 值甚小；反之，若觀測分佈不符合理論分佈，則觀測數目和期望數目差異大，故 χ^2 值甚大。

步驟 4 以符號 ν 表示自由度 (degree of freedom)，其計算方法如下：

$$\nu = \text{nbins} - \text{nparams} - 1。 \quad (4.14)$$

其中 nbins 為區間總數目，nparams 為理論分佈之參數估計數目。本研究繪製條痕間距之直方圖，其上限和下限分別為 0 和 100 個網格 (7.14 cm)，區間寬度為 2 個網格 (約 0.143 cm)，預設區間總數目為 50。當區間之期望次數太低，會使機率分配無法近似於卡方分佈 (chi-square distribution)，故本研究中每區間的期望數目過小 (< 5)，則向左右兩旁合併，直到區間中的期望數目足夠 (> 5)，減少受極端值之影響，計算區間總數目 nbins。

步驟 5 將檢定之顯著水準 $\alpha = 0.05$ 和步驟 4 之自由度 ν ，經由查附錄一之表格 [Thompson (1941)]，得到卡方分佈臨界值 $\chi_{0.05}^2$ 。卡方分佈如下所示：

$$f(\chi^2) = \frac{(\chi^2)^{(\nu-2)/2} \exp\left[-\frac{\chi^2}{2}\right]}{2^{\nu/2} \Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)}, \quad (4.15)$$

其中 $\chi^2 > 0$ ； ν 表示自由度 (degrees of freedom)，為形狀參數； Γ 表示伽瑪函數。卡方分佈與自由度之關係圖 (如圖 4.17 (a) 所示)。橫軸為卡方值 χ^2 ；縱軸為機率密度 $f(\chi^2)$ 。分別繪製自由度為 5、10、15、20 和 25 之卡方分佈，由圖形分佈發現：當自由度愈大，曲線分佈愈平緩，愈近似於常態分佈。圖 4.17 (b) 自由度為 20 卡方分佈之臨界值 $\chi_{0.05}^2 = 31.410$ ，本研究利用右尾檢定法 (right-tailed test)，表示拒絕域 (rejection region) 在卡方分佈臨界值之左側。當 $\chi^2 > \chi_{0.05}^2$ 拒

絕虛無假設，臨界值左方為拒絕域，其面積總合 0.05；當 $\chi^2 < \chi_{0.05}^2$ 接受虛無假設，臨界值右方為接受域 (acceptance region)，其面積總合 0.95。

步驟 6 比較卡方檢定統計量 χ^2 和卡方分佈臨界值 $\chi_{0.05}^2$ ，藉此判斷假設檢定之結果。若觀測數目和期望數目兩者之差異過大，卡方值過大 ($\chi^2 > \chi_{0.05}^2$)， χ^2 落在拒絕域，則拒絕虛無假設，接受對立假設，低溫條痕之間距分佈不吻合理論分佈；若觀測數目和期望數目兩者之差異甚小，卡方值甚小 ($\chi^2 < \chi_{0.05}^2$)，則拒絕對立假設，無法拒絕 (接受) 虛無假設，低溫條痕之間距分佈吻合理論分佈。

表 4.4 至表 4.15 整理列出卡方適合度檢定結果，包含自由度 ν 、卡方分佈臨界值 $\chi_{0.05}^2$ 、卡方檢定統計量 χ^2 、 p -value 和其檢定結果；其 p -value 值介於 0 和 1 之間，計算方式如下所示：

$$p\text{-value} = p(\chi^2) = \int_{\chi^2}^{\infty} f(\chi^2) d\chi^2. \quad (4.16)$$

當 p -value 愈大，表示吻合程度愈高；若當 p -value 過小 ($< 10^{-10}$)，表示吻合程度甚低，則以 ~ 0 表示。其結果顯示條痕間距分佈大致吻合對數常態分佈。

以二維整體經驗模態分解法將影像進行平滑化後，摩擦速度分別為 0.4 cm/s、0.74 cm/s (波浪未破碎)、0.74 cm/s (波浪破碎) 和 1.3 cm/s 之影像，低溫條痕之間距分佈分別吻合對數常態分佈、對數常態分佈、伽瑪分佈和對數常態分佈，無論低、中和高風速皆能吻合理論分佈。以高斯低通濾波法將影像進行平滑化後，在摩擦速度為 0.74 cm/s (中風速) 之影像，無論波浪有無發生破碎的情形，低溫條痕之間距分佈皆吻合對數常態分佈，其卡方適合度檢定結果之 p -value 分別為 0.439 和 0.363 皆大於 0.05，代表吻合程度高。而以拉普拉斯金字塔法將影像進行平滑化後，所得之條痕間距分佈僅在摩擦速度為 0.4 cm/s 和 0.74 cm/s (波浪破碎) 吻合對數常態分佈，顯示無特定的規則。

在摩擦速度為 0.74 cm/s (波浪破碎) 之影像，分別透過二維整體經驗模態分解法、拉普拉斯金字塔法和高斯低通濾波法將影像平滑化，低溫條痕之間距分

佈分別吻合伽瑪分佈、對數常態分佈和對數常態分佈，無論透過何種雜訊去除方法皆吻合理論分佈。





表 4.4、將摩擦速度為 0.4 cm/s 之影像，透過二維整體經驗模態分解法，去除結構尺度最小的二個模態，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合之卡方適合度檢定結果

$u^* = 0.4 \text{ cm/s, } h - C_1 - C_2$					
機率密度函數	ν	$\chi^2_{0.05}$	χ^2	p -value	結果
指數分佈	48	65.171	2145.036	~ 0	未通過
伽瑪分佈	20	31.410	53.527	6.797×10^{-5}	未通過
對數常態分佈	22	33.924	27.015	0.211	通過
馬克士威分佈	22	33.924	170.770	~ 0	未通過
雷利分佈	26	38.885	317.482	~ 0	未通過
韋伯分佈	18	28.869	576.436	~ 0	未通過

表 4.5、將摩擦速度為 0.74 cm/s (波浪未破碎) 之影像，透過二維整體經驗模態分解法，去除結構尺度最小的二個模態，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合之卡方適合度檢定結果

$u^* = 0.74 \text{ cm/s (波浪未破碎), } h - C_1 - C_2$					
機率密度函數	ν	$\chi^2_{0.05}$	χ^2	p -value	結果
指數分佈	48	65.171	3651.814	~ 0	未通過
伽瑪分佈	18	28.869	132.265	~ 0	未通過
對數常態分佈	20	31.410	25.430	0.185	通過
馬克士威分佈	21	32.671	282.885	~ 0	未通過
雷利分佈	25	37.653	621.909	~ 0	未通過
韋伯分佈	15	24.996	1210.687	~ 0	未通過



表 4.6、將摩擦速度為 0.74 cm/s (波浪破碎) 之影像，透過二維整體經驗模態分解法，去除結構尺度最小的二個模態，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合之卡方適合度檢定結果

$u^* = 0.74 \text{ cm/s (波浪破碎)}, h - C_1 - C_2$					
機率密度函數	ν	$\chi^2_{0.05}$	χ^2	p -value	結果
指數分佈	48	65.171	2274.860	~0	未通過
伽瑪分佈	16	26.296	21.733	0.152	通過
對數常態分佈	19	30.144	33.719	0.020	未通過
馬克士威分佈	20	31.410	128.630	~0	未通過
雷利分佈	24	36.415	383.651	~0	未通過
韋伯分佈	15	24.996	445.977	~0	未通過

表 4.7、將摩擦速度為 1.3 cm/s 之影像，透過二維整體經驗模態分解法，去除結構尺度最小的二個模態，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合之卡方適合度檢定結果

$u^* = 1.3 \text{ cm/s}, h - C_1 - C_2$					
機率密度函數	ν	$\chi^2_{0.05}$	χ^2	p -value	結果
指數分佈	48	65.171	4038.738	~0	未通過
伽瑪分佈	16	26.296	69.820	1.073×10^{-8}	未通過
對數常態分佈	18	28.869	20.048	0.330	通過
馬克士威分佈	19	30.144	260.073	~0	未通過
雷利分佈	23	35.173	706.037	~0	未通過
韋伯分佈	14	23.685	1476.561	~0	未通過



表 4.8、將摩擦速度為 0.4 cm/s 之影像，透過拉普拉斯金字塔法，去除結構尺度最小的二個階層，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合之卡方適合度檢定結果

$u^* = 0.4 \text{ cm/s, } h - L_0 - L_1$					
機率密度函數	ν	$\chi_{0.05}^2$	χ^2	p -value	結果
指數分佈	48	65.171	1501.340	~0	未通過
伽瑪分佈	23	35.173	79.373	4.011×10^{-8}	未通過
對數常態分佈	25	37.653	30.790	0.196	通過
馬克士威分佈	25	37.653	271.696	~0	未通過
雷利分佈	29	42.557	198.697	~0	未通過
韋伯分佈	22	33.924	791.797	~0	未通過

表 4.9、將摩擦速度為 0.74 cm/s (波浪未破碎) 之影像，透過拉普拉斯金字塔法，去除結構尺度最小的二個階層，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合之卡方適合度檢定結果

$u^* = 0.74 \text{ cm/s (波浪未破碎), } h - L_0 - L_1$					
機率密度函數	ν	$\chi_{0.05}^2$	χ^2	p -value	結果
指數分佈	48	65.171	2754.241	~0	未通過
伽瑪分佈	21	32.671	135.084	~0	未通過
對數常態分佈	23	35.173	51.962	5.059×10^{-4}	未通過
馬克士威分佈	22	33.924	325.062	~0	未通過
雷利分佈	27	40.113	418.221	~0	未通過
韋伯分佈	18	28.869	733.717	~0	未通過

表 4.10、將摩擦速度為 0.74 cm/s(波浪破碎)之影像，透過拉普拉斯金字塔法，去除結構尺度最小的二個階層，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合之卡方適合度檢定結果

$u^* = 0.74 \text{ cm/s (波浪破碎)}, h - L_0 - L_1$					
機率密度函數	ν	$\chi_{0.05}^2$	χ^2	p -value	結果
指數分佈	48	65.171	1754.853	~0	未通過
伽瑪分佈	20	31.410	54.222	5.362×10^{-5}	未通過
對數常態分佈	20	31.410	30.194	0.067	通過
馬克士威分佈	21	32.671	127.883	~0	未通過
雷利分佈	25	37.653	254.578	~0	未通過
韋伯分佈	17	27.587	411.216	~0	未通過

表 4.11、將摩擦速度為 1.3 cm/s 之影像，透過拉普拉斯金字塔法，去除結構尺度最小的二個階層，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合之卡方適合度檢定結果

$u^* = 1.3 \text{ cm/s}, h - L_0 - L_1$					
機率密度函數	ν	$\chi_{0.05}^2$	χ^2	p -value	結果
指數分佈	48	65.171	2960.310	~0	未通過
伽瑪分佈	19	30.144	74.468	1.638×10^{-8}	未通過
對數常態分佈	21	32.671	59.154	1.714×10^{-5}	未通過
馬克士威分佈	20	31.410	227.984	~0	未通過
雷利分佈	25	37.653	409.655	~0	未通過
韋伯分佈	16	26.296	803.396	~0	未通過



表 4.12、將摩擦速度為 0.4 cm/s 之影像，透過高斯低通濾波法，截切頻率為 30 px，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合之卡方適合度檢定結果

$u^* = 0.4 \text{ cm/s, Gaussian Filter}(D_0 = 30)$					
機率密度函數	ν	$\chi_{0.05}^2$	χ^2	p -value	結果
指數分佈	48	65.171	1587.252	~0	未通過
伽瑪分佈	23	35.173	68.324	2.201×10^{-6}	未通過
對數常態分佈	25	37.653	42.269	0.017	未通過
馬克士威分佈	24	36.415	281.709	~0	未通過
雷利分佈	27	40.113	206.617	~0	未通過
韋伯分佈	21	32.671	616.263	~0	未通過

表 4.13、將摩擦速度為 0.74 cm/s(波浪未破碎)之影像，透過高斯低通濾波法，截切頻率為 30 px，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合之卡方適合度檢定結果

$u^* = 0.74 \text{ cm/s (波浪未破碎), Gaussian Filter}(D_0 = 30)$					
機率密度函數	ν	$\chi_{0.05}^2$	χ^2	p -value	結果
指數分佈	48	65.171	2949.248	~0	未通過
伽瑪分佈	20	31.410	112.701	~0	未通過
對數常態分佈	22	33.924	22.354	0.439	通過
馬克士威分佈	21	32.671	338.431	~0	未通過
雷利分佈	25	37.653	424.277	~0	未通過
韋伯分佈	17	27.587	1202.475	~0	未通過

表 4.14、將摩擦速度為 0.74 cm/s (波浪破碎) 之影像，透過高斯低通濾波法，截切頻率為 30 px，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合之卡方適合度檢定結果

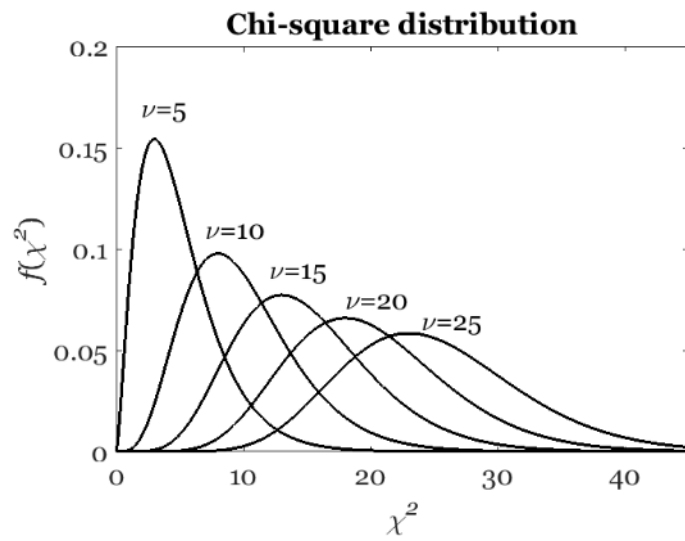
$u^* = 0.74 \text{ cm/s}$ (波浪破碎), Gaussian Filter($D_0 = 30$)					
機率密度函數	ν	$\chi^2_{0.05}$	χ^2	p -value	結果
指數分佈	48	65.171	1836.666	~0	未通過
伽瑪分佈	19	30.144	28.067	0.082	通過
對數常態分佈	21	32.671	22.656	0.363	通過
馬克士威分佈	21	32.671	101.643	~0	未通過
雷利分佈	25	37.653	251.208	~0	未通過
韋伯分佈	17	27.587	430.416	~0	未通過

表 4.15、將摩擦速度為 1.3 cm/s 之影像，透過高斯低通濾波法，截切頻率為 30 px，統計所得條痕間距之直方圖，並考慮六種機率密度函數進行最小平方擬合之卡方適合度檢定結果

$u^* = 1.3 \text{ cm/s}$, Gaussian Filter($D_0 = 30$)					
機率密度函數	ν	$\chi^2_{0.05}$	χ^2	p -value	結果
指數分佈	48	65.171	3129.730	~0	未通過
伽瑪分佈	18	28.869	37.906	0.004	未通過
對數常態分佈	20	31.410	34.109	0.025	未通過
馬克士威分佈	19	30.144	197.685	~0	未通過
雷利分佈	23	35.173	398.389	~0	未通過
韋伯分佈	15	24.996	737.589	~0	未通過



(a)



(b)

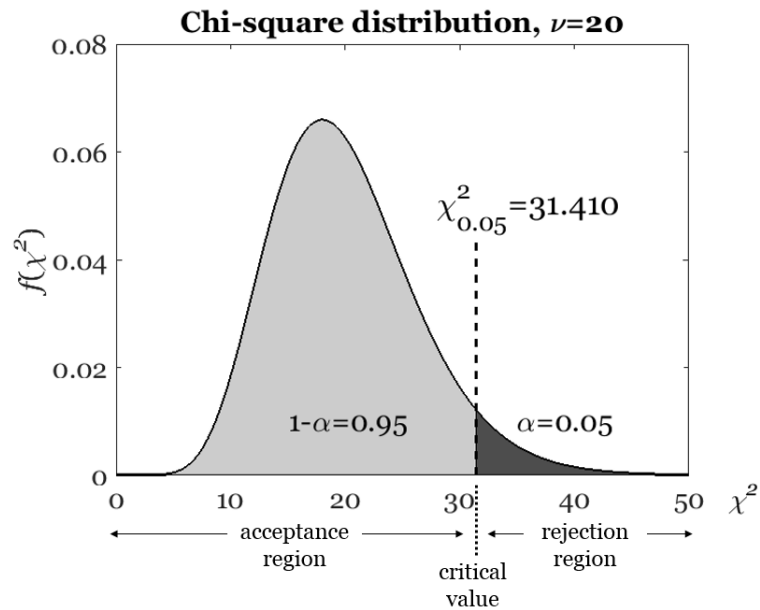


圖 4.17、(a) 自由度與卡方分佈之關係圖。橫軸為卡方值；縱軸為機率密度。分別繪製自由度為 5、10、15、20 和 25 之卡方分佈。圖 (b) 自由度為 20 卡方分佈之臨界值。橫軸為卡方值；縱軸為機率密度。臨界值左側為接受域，臨界值右側為拒絕域。



4.3 結果

本研究利用數位影像處理之技術，二維整體經驗模態分解法、拉普拉斯金字塔法和高斯低通濾波法，透過此三種雜訊去除的方法，去除影像中的雜訊和小尺度之紊流結構，將影像進行平滑化之後，辨識其跨流向的相對低溫點位，以統計低溫條痕之間距。

經驗模態分解法是為二元濾波器 [Wu and Huang (2004)]，由圖 3.16 二維整體經驗模態分解法各模態的峰值之相對位置可發現此特徵；而透過方法的步驟流程敘述與結果呈現，可發現拉普拉斯金字塔法亦為二元濾波器 [Rath et al. (2008)]。兩種方法皆是二元濾波器，但由圖 4.2 和圖 4.3 可發現，兩種方法的條痕間距分佈之形態有所差異，二維整體經驗模態分解法之結果較平滑、拉普拉斯金字塔法則較粗糙，其與兩種方法的演算方法不同有關。此外，二維整體經驗模態分解法的運算時間較長，拉普拉斯金字塔法的運算則較快，兩種方法所耗費之運算時間差異甚大。

條痕間距之直方圖結果顯示，三種雜訊去除方法皆有共同的統計特性：隨著摩擦速度遞增，有因次之條痕間距的平均值和標準差皆遞減，而無因次之條痕間距的平均值和標準差皆遞增，條痕間距之分佈愈集中，且其整體分佈的趨勢逐漸向左偏移。相同於 Schnieders et al. (2013) 文獻中亦顯示條痕間距分佈隨著摩擦速度遞增而整體趨勢愈集中且向左偏移。而本研究顯示：無因次化之平均條痕間距則隨風速增加而變大，不同於 Smith and Metzler (1983) 無滑移邊界紊流流場形成之無因次平均條痕間距趨於一定值 ($\overline{\lambda^+} \cong 100$) 之結果。

之後並以指數分佈、伽瑪分佈、對數常態分佈、馬克士威分佈、雷利分佈、韋伯分佈，多種理論分佈對條痕間距分佈進行最小平方擬合(圖 4.5 至圖 4.16)。為了進一步了解最小平方擬合結果和間距分佈，兩者之間的吻合程度，故參考 Ryzhkin et al. (2005) 透過卡方適合度檢定(表 4.4 至表 4.15)。結果顯示指數分佈、馬克士威分佈、雷利分佈和韋伯分佈，無論以主觀的人為判斷，或是利用較

客觀的卡方適合度檢定，其 p -value 之值趨近於 0，表示觀測分佈與期望分佈差異甚大，故以上四種機率密度函數不適合本研究之條痕間距分佈。

圖 4.18 (a) Ryanzhin et al. (2005) 在俄羅斯拉多加湖 (Lake Ladoga, Russia) 實際測量水面條痕間距，條痕間距分佈主要吻合對數常態分佈；文獻中亦整理列出其他海域和湖泊 (other world) 實際測量水面條痕間距資料 (如表 4.16 所示)，條痕間距分佈主要吻合伽瑪分佈。圖 4.18 (b) 2014 年德國海德堡大學環境物理學院的 Aeolotron 環狀風浪水槽試驗，熱圖像經過三種不同雜訊去除方法將影像進行平滑化後，統計跨流向相對低溫點位之間距，得到條痕間距之直方圖，依序利用六種機率密度函數對此間距分佈進行最小平方擬合，藉由卡方適合度檢定找出最吻合此直方圖之機率密度函數，結果顯示條痕間距分佈主要吻合對數常態分佈，與 Tsai et al. (2005)、Schnieders et al. (2013) 之研究結果相同。在無滑移邊界紊流流場中，Nakagawa and Nezu (1981) 和 Smith and Metzler (1983) 提出低速條痕之間距分佈近似於對數常態分佈，與本研究所得之自由液面紊流邊界層的條痕統計結果一致。

表 4.16、整理列出觀測地點、觀測方法、發表之直方圖數目、吻合卡方適合度檢定在信心水準為 0.95 的理論分佈。【原表來源：Ryanzhin et al. (2005)】

Site	Measuring method ¹⁾	Number of histograms published	Number of histograms and best fitted model ²⁾	Authors
Sargasso Sea	FW	1	1 – M	Faller and Woodcock 1964
Atlantic, of Virginia	RP	8	4 – G, 3 – W, 1 – R	Williams 1965
Pacific, of California	RP	1	1 – W	McLeish 1968
Atlantic, of Woods Hole	n/a	2	1 – L, 1 – G	Myer 1969
L.George, New York, USA	n/a	2	1 – G, 1 – R	Myer 1970
Lake-of-the-Woods, Canada/USA	RP	5	4 – G, 1 – W	Kenney 1977
Loch Ness, UK	FW	3	3 – G	Thorpe and Hall 1982
L.Ladoga, Russia	FW	6	5 – G, 1 – R	Ryanzhin 1982
Atlantic, south of Nantucket Is.	RP	1	1 – W	Ichiye et al. 1985
Pacific, of Washington	MS	3	2 – G, 1 – R	Zedel and Farmer 1991
Pacific, east of San Clemente Is.	MS	1	1 – G	Osborn et al. 1992
Atlantic, Strait of Georgia	MS	1	1 – G	Farmer and Li 1995
Pacific, of Monterey	MS	1	1 – G	Gemmrich and Farmer 1999
L.Ladoga, Russia	FW	56	48 – L, 4 – G, 4 – R	present study

1) Method of measurement: FW – “Faller-Woodcock” method; MS – merged sonar; RP – remote photography; n/a – not indicated.

2) Statistical distribution: E - exponential; G – gamma-; L – lognormal; M – Maxwell; R – Rayleigh; W – Weibull

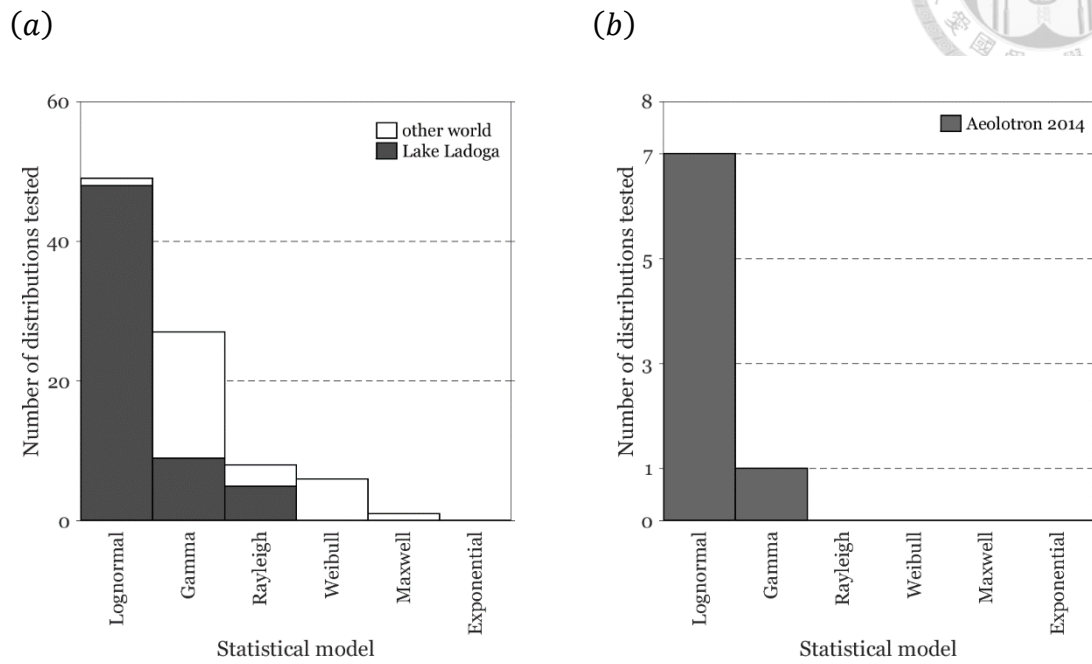


圖 4.18、條痕間距分佈吻合機率密度函數之次數圖。圖 (a) 整理列出俄羅斯拉多加湖、其他水域實際測量水面條痕間距資料。圖 (b) 2014 年德國海德堡大學 Aeolotron 水槽試驗，熱圖像經過三種不同雜訊去除方法將影像平滑化，統計跨流向相對低溫點位之間距。【原圖 (a) 來源：Ryanzhin et al. (2005)】

第五章、結論



在無滑移邊界紊流邊界層中，學者之研究證實存在具有組織的條痕結構，無因次化後的平均條痕間距趨於一定值 $\bar{\lambda}^+ \cong 100$ ，且低速條痕之間距分佈近似於對數常態分佈 [Smith and Metzler (1983)]。在風驅動自由液面紊流邊界層中亦明顯地觀察到相似的條痕結構，經學者們的研究發現，由於水面紊流邊界層中存在成對反向旋轉的渦旋管，且其旋轉軸與風場方向平行，因而於水面產生條痕結構。透過計算紊流流場中的條痕結構之橫斷間隔，將難以藉由實驗觀測到之水下紊流流場結構，得以定性和定量描述其條痕間距之統計特性。

Aeolotron 環狀風浪水槽試驗，透過風剪力驅動流場，於水體表層形成紊流邊界層，搭配紅外線攝影設備拍攝水面溫度隨時間之變化，因為熱通量傳遞方向為水體至空氣，導致水體表層之溫度較低，觀察熱圖像可發現，由於水面下之紊流結構於水面形成匯聚區，故於沿流向匯聚並延伸形成長條狀之低溫條痕，說明此試驗為 *cool-skin case*。本研究利用數位影像處理之技術，包含：二維整體經驗模態分解法、拉普拉斯金字塔法和高斯低通濾波法，透過此三種不同雜訊去除的方法，去除影像中的雜訊和小尺度之紊流結構，將影像進行平滑化之後，統計所得的平均條痕間距與摩擦速度之關係圖（如圖 5.1 所示），圖 5.1 (a) 橫軸為摩擦速度 u^* ，單位以 cm/s 表示，縱軸為有因次之平均條痕間距 $\bar{\lambda}$ ，單位以 cm 表示；圖 (b) 橫軸為摩擦速度 u^* ，單位以 cm/s 表示，縱軸為無因次之平均條痕間距 $\bar{\lambda}^+$ ；虛線為無滑移邊界紊流邊界層之理論無因次平均條痕間距值 $\bar{\lambda}^+ = 100$ ，黑色圓形、正方形和菱形，分別代表利用二維整體經驗模態分解法、拉普拉斯金字塔法和高斯低通濾波法，將 Aeolotron 2014 影像進行平滑化後，並分析平均條痕間距之結果。紅色正三角形和藍色倒三角形分別代表 Schnieders et al. (2013) 和古孟巧 (2015) 分析 Aeolotron 2012 影像之結果，其詳細數據分別如表 5.1 和表 5.2 所示。

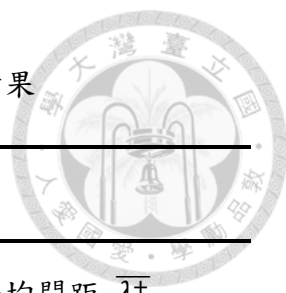
不論是 Aeolotron 2014 或是 Aeolotron 2012 之試驗資料，以不同方法將影像進行平滑化後，其分析結果顯示整體趨勢相同：隨著摩擦速度的增大，有因次之平均條痕間距減小，無因次之平均條痕間距增大。

有因次之平均條痕間距隨摩擦速度遞增而減少，Melville et al. (1998) 將追跡質點灑入水面，觀察不同風速驅動流場，水面紊流邊界層之結構，其追跡質點會逐漸匯聚在高流速區域，形成高速條痕，試驗風速分別以 3 m/s、4 m/s 和 5 m/s 驅動流場，其所對應之條痕間距分別 ~7 cm、~5 cm 和 ~3 cm (如圖 5.2 所示)，隨著試驗風速愈大，水面條痕結構愈緊密，條痕間距愈減小，與本研究所得結論相同。

無因次平均條痕間距是隨著摩擦速度遞增而增加，與前人研究牆面紊流邊界層無因次平均條痕間距 $\overline{\lambda^+} \cong 100$ 之結論不相同，本研究結果顯示：風剪驅動水面紊流邊界層之無因次平均條痕間距非一定值，且似乎有隨摩擦速度增加而線性遞增之趨勢。統計得到條痕間距分佈之後，參考 Ryanzhin et al. (2005) 考慮指數分佈、伽瑪分佈、對數常態分佈、馬克士威分佈、雷利分佈、韋伯分佈，以多種理論分佈對條痕間距分佈進行最小平方擬合，再透過卡方適合度檢定判斷其統計特性。結果顯示低溫條痕之間距分佈近似於對數常態分佈，與無滑移邊界之紊流邊界層的條痕分佈特性相同。

盼此分析風浪表面熱圖像的條痕結構之統計特性，提供後人研究風剪驅動自由滑移邊界紊流邊界層的結構之參考資料。

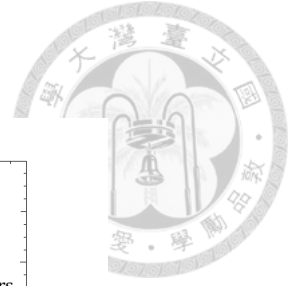
表 5.1、Schnieders et al. (2013) 分析 Aeolotron 2012 數據之結果



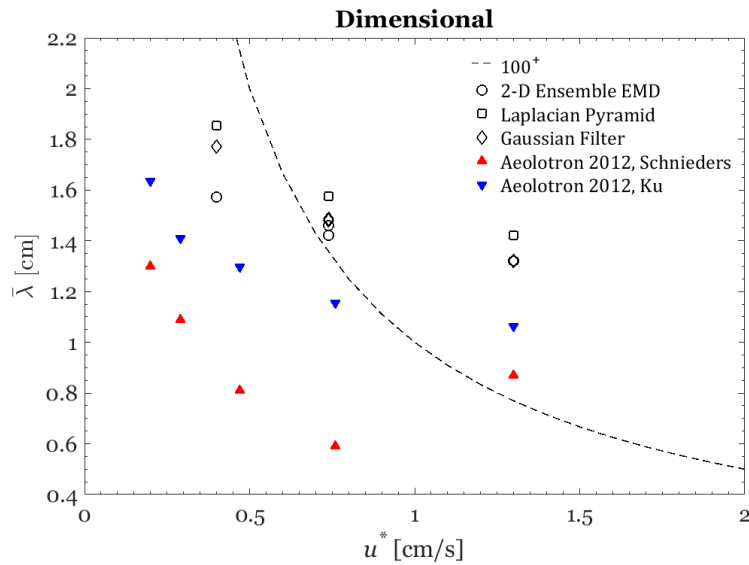
Aeolotron 2012, Schnieders		
摩擦速度 u^* [cm/s]	平均間距 $\bar{\lambda}$ [cm]	平均間距 $\bar{\lambda}^+$
0.2	1.3	26
0.29	1.09	31.61
0.47	0.81	38.07
0.76	0.59	44.84
1.3	0.87	113.10

表 5.2、古孟巧 (2015) 分析 Aeolotron 2012 數據之結果

Aeolotron 2012, Ku		
摩擦速度 u^* [cm/s]	平均間距 $\bar{\lambda}$ [cm]	平均間距 $\bar{\lambda}^+$
0.2	1.634	32.678
0.29	1.410	40.903
0.47	1.298	61.016
0.76	1.156	87.846
1.3	1.062	138.026



(a)



(b)

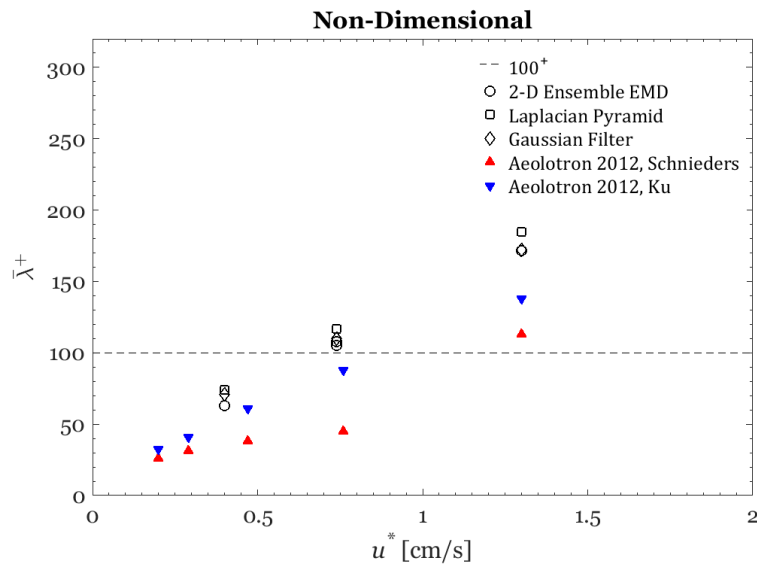


圖 5.1、平均條痕間距與摩擦速度之關係圖。橫軸為摩擦速度，單位以 cm/s 表示；縱軸為平均條痕間距，圖 (a) 單位以 cm 表示，圖 (b) 單位以無因次表示；虛線為無滑移邊界紊流邊界層之理論無因次平均條痕間距值 $\overline{\lambda}^+ = 100$ 。黑色圓形、方形和菱形，分別代表利用二維整體經驗模態分解法、拉普拉斯金字塔法和高斯低通濾波法，將 Aeolotron 2014 影像平滑化，並分析平均條痕間距之結果。紅色正三角形和藍色倒三角形分別代表 Schnieders et al. (2013) 和古孟巧 (2015) 分析 Aeolotron 2012 影像之結果。

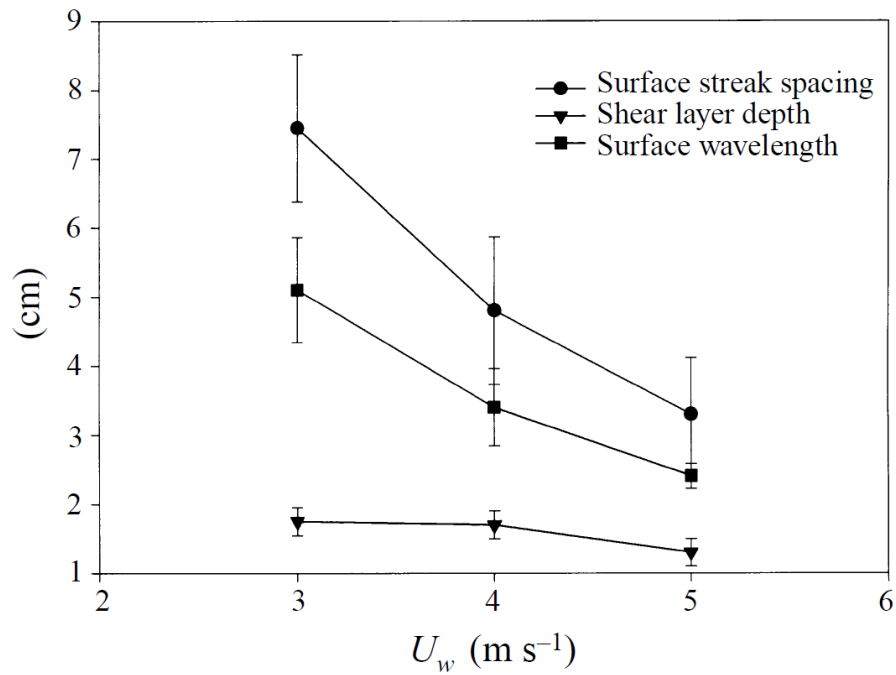
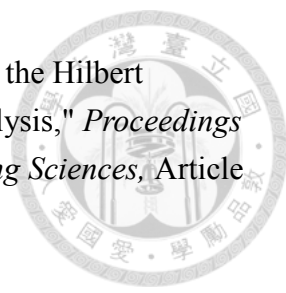


圖 5.2、條痕間距與風速之關係圖。橫軸為風速，單位以 m/s 表示；縱軸之單位以 cm 表示。黑色圓形、倒三角形、正方形，分別表示水面條痕間距 (surface streak spacing)、剪力層深度 (shear layer depth)、水面波長 (surface wavelength)。【原圖來源：Melville et al. (1998)】

參考文獻

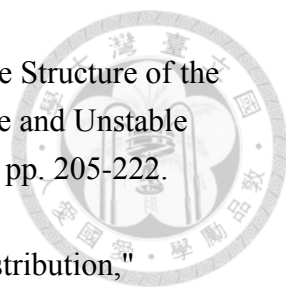



- [1] P. J. Burt and E. H. Adelson, "The Laplacian Pyramid as a Compact Image Code," *Ieee Transactions on Communications*, Article vol. 31, no. 4, pp. 532-540, 1983.
- [2] G. T. Csanady, "Vortex Pair Model of Langmuir Circulation," *Journal of Marine Research*, Article vol. 52, no. 4, pp. 559-581, Jul 1994.
- [3] J. K. Ferrell, F. M. Richardson, and K. O. Beatty, "Dye Displacement Technique for Velocity Distribution Measurements," *Industrial and Engineering Chemistry*, Article vol. 47, no. 1, pp. 29-33, 1955.
- [4] C. S. Garbe, U. Schimpf, and B. Jähne, "A Surface Renewal Model to Analyze Infrared Image Sequences of the Ocean Surface for the Study of Air-Sea Heat and Gas Exchange," *Journal of Geophysical Research: Oceans*, vol. 109, no. C8, pp. 1-18, 2004.
- [5] J. Gemmrich and L. Hasse, "Small-Scale Surface Streaming under Natural Conditions as Effective in Air-Sea Gas-Exchange," *Tellus Series B-Chemical and Physical Meteorology*, Article vol. 44, no. 2, pp. 150-159, Apr 1992.
- [6] R. A. Handler, G. B. Smith, and R. I. Leighton, "The Thermal Structure of an Air-Water Interface at Low Wind Speeds," *Tellus Series a-Dynamic Meteorology and Oceanography*, Article vol. 53, no. 2, pp. 233-244, Mar 2001.
- [7] R. A. Handler and G. B. Smith, "Statistics of the Temperature and Its Derivatives at the Surface of a Wind-Driven Air-Water Interface," *Journal of Geophysical Research*, vol. 116, no. C6, 2011.
- [8] R. A. Handler, I. Savelyev, and M. Lindsey, "Infrared Imagery of Streak Formation in a Breaking Wave," *Physics of Fluids*, Article vol. 24, no. 12, p. 7, Dec 2012, Art. no. 121701.
- [9] H. Haußecker, S. Reinelt, and B. Jähne, "Heat as a Proxy Tracer for Gas Exchange Measurements in the Field: Principles and Technical Realization," *Air-Water Gas Transfer*, pp. 405-413, 1995.

- 
- [10] N. E. Huang *et al.*, "The Empirical Mode Decomposition and the Hilbert Spectrum for Nonlinear and Non-Stationary Time Series Analysis," *Proceedings of the Royal Society a-Mathematical Physical and Engineering Sciences*, Article vol. 454, no. 1971, pp. 903-995, Mar 1998.
- [11] B. Jahne, P. Libner, R. Fischer, T. Billen, and E. J. Plate, "Investigating the Transfer Processes across the Free Aqueous Viscous Boundary Layer by the Controlled Flux Method," *Tellus Series B-Chemical and Physical Meteorology*, Article vol. 41, no. 2, pp. 177-195, Apr 1989.
- [12] B. Jahne and H. Haussecker, "Air-Water Gas Exchange," *Annual Review of Fluid Mechanics*, Review vol. 30, pp. 443-468, 1998.
- [13] A. T. Jessup, C. J. Zappa, M. R. Loewen, and V. Hesany, "Infrared Remote Sensing of Breaking Waves," *Nature*, Article vol. 385, no. 6611, pp. 52-55, Jan 1997.
- [14] B. C. Kenney, "Observations of Coherent Bands of Algae in a Surface Shear-Layer," *Limnology and Oceanography*, Note vol. 38, no. 5, pp. 1059-1067, Jul 1993.
- [15] S. J. Kline, W. C. Reynolds, F. A. Schraub, and P. W. Runstadler, "Structure of Turbulent Boundary Layers," *Journal of Fluid Mechanics*, Article vol. 30, pp. 741-773, 1967.
- [16] K. E. Krall, "Laboratory Investigations of Air-Sea Gas Transfer under a Wide Range of Water Surface Conditions," Dissertation, Institut für Umweltphysik, Fakultät für Physik und Astronomie, Univ. Heidelberg, 2013.
- [17] C. Kräuter, "Visualization of Air-Water Gas Exchange," Dissertation, Institut für Umweltphysik, Fakultät für Physik und Astronomie, Univ. Heidelberg, 2015.
- [18] I. Langmuir, "Surface Motion of Water Induced by Wind," *Science*, Article vol. 87, pp. 119-123, Jan-Jun 1938.
- [19] W. K. Melville, R. Shear, and F. Veron, "Laboratory Measurements of the Generation and Evolution of Langmuir Circulations," *Journal of Fluid Mechanics*, Article vol. 364, pp. 31-58, Jun 1998.



- [20] H. Nakagawa and I. Nezu, "Structure of Space-Time Correlations of Bursting Phenomena in an Open-Channel Flow," *Journal of Fluid Mechanics*, Article vol. 104, no. MAR, pp. 1-43, 1981.
- [21] G. Rath, W. X. Yang, and C. Guillemot, "Compression of Laplacian Pyramids through Orthogonal Transforms and Improved Prediction," *Ieee Transactions on Image Processing*, Article vol. 17, no. 9, pp. 1587-1604, Sep 2008.
- [22] S. V. Ryzanin, "Transverse Dimensions of Langmuir Circulation Cells in a Lake in the Absence of a Thermocline," *Izvestiya: Atmospheric and oceanic physics*, vol. 18, no. 10, pp. 814-820, 1983.
- [23] S. V. Ryzanin, N. V. Kochkov, P. Chu, and L. N. Karlin, "Statistical Functions of Distribution for Spacing of Langmuir Circulation (Lc)," presented at the In: Proc. 9th Intern. Workshop on Physical Processes in Natural Waters, (eds.) A.Folkard, I.Jones, Lancaster UK, pp.71-77, 2005.
- [24] U. Schimpf, C. Garbe, and B. Jähne, "Investigation of Transport Processes across the Sea Surface Microlayer by Infrared Imagery," *Journal of Geophysical Research: Oceans*, vol. 109, no. C08S13, pp. 1-14, 2004.
- [25] J. Schnieders, C. S. Garbe, W. L. Peirson, G. B. Smith, and C. J. Zappa, "Analyzing the Footprints of near-Surface Aqueous Turbulence: An Image Processing-Based Approach," *Journal of Geophysical Research: Oceans*, vol. 118, no. 3, pp. 1272-1286, 2013.
- [26] N. V. Scott, R. A. Handler, and G. B. Smith, "Wavelet Analysis of the Surface Temperature Field at an Air–Water Interface Subject to Moderate Wind Stress," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 29, no. 4, pp. 1103-1112, 2008.
- [27] C. R. Smith and S. P. Metzler, "The Characteristics of Low-Speed Streaks in the near-Wall Region of a Turbulent Boundary-Layer," *Journal of Fluid Mechanics*, Article vol. 129, no. APR, pp. 27-54, 1983.

- 
- [28] G. B. Smith, R. A. Handler, and N. Scott, "Observations of the Structure of the Surface Temperature Field at an Air-Water Interface for Stable and Unstable Cases," in *Transport at the Air-Sea Interface*: Springer, 2007, pp. 205-222.
- [29] C. M. Thompson, "Table of Percentage Points of the $X(2)$ Distribution," *Biometrika*, Article vol. 32, pp. 187-191, Oct 1941.
- [30] S. A. Thorpe, "Langmuir Circulation," *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 36, no. 1, pp. 55-79, 2004.
- [31] W.-T. Tsai, S.-M. Chen, and C.-H. Moeng, "A Numerical Study on the Evolution and Structure of a Stress-Driven Free-Surface Turbulent Shear Flow," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 545, no. -1, pp. 163-192, 2005.
- [32] W. T. Tsai, S. M. Chen, G. H. Lu, and C. S. Garbe, "Characteristics of Interfacial Signatures on a Wind-Driven Gravity-Capillary Wave," *Journal of Geophysical Research-Oceans*, Article vol. 118, no. 4, pp. 1715-1735, Apr 2013.
- [33] R. A. Weller and J. F. Price, "Langmuir Circulation within the Oceanic Mixed Layer," *Deep-Sea Research Part a-Oceanographic Research Papers*, Article vol. 35, no. 5, pp. 711-747, May 1988.
- [34] A. H. Woodcock, "Surface Cooling and Streaming in Shallow Fresh and Salt Waters," *Journal of Marine Research*, Article vol. 4, pp. 153-161, 1941.
- [35] Z. Wu and N. E. Huang, "A Study of the Characteristics of White Noise Using the Empirical Mode Decomposition Method," *Proceedings of the Royal Society a-Mathematical Physical and Engineering Sciences*, Article vol. 460, no. 2046, pp. 1597-1611, Jun 2004.
- [36] Z. Wu and N. E. Huang, "Ensemble Empirical Mode Decomposition: A Noise-Assisted Data Analysis Method," *Advances in adaptive data analysis*, vol. 1, no. 01, pp. 1-41, 2009.
- [37] Z. Wu, N. E. Huang, and X. Chen, "The Multi-Dimensional Ensemble Empirical Mode Decomposition Method," *Advances in Adaptive Data Analysis*, vol. 1, no. 03, pp. 339-372, 2009.

- 
- [38] C. J. Zappa, W. E. Asher, and A. T. Jessup, "Microscale Wave Breaking and Air-Water Gas Transfer," *Journal of Geophysical Research-Oceans*, Article vol. 106, no. C5, pp. 9385-9391, May 2001.
- [39] 古孟巧，「風浪表面熱圖像的條痕結構辨識與間距特性探討」，碩士論文，國立臺灣大學工程科學及海洋工程學研究所，2015。

附錄一、卡方分佈臨界值表



【原表來源：Thompson (1941)】

TABLE OF PERCENTAGE POINTS OF THE χ^2 DISTRIBUTION

ν \ P	0.995	0.990	0.975	0.950	0.900	0.750
1	392704.10 ⁻¹⁰	157088.10 ⁻⁹	982069.10 ⁻⁸	393214.10 ⁻⁸	0.0157908	0.1015308
2	0.0100251	0.0201007	0.0506356	0.102587	0.210720	0.575364
3	0.0717212	0.114832	0.215795	0.351846	0.584375	1.212534
4	0.206990	0.297110	0.484419	0.710721	1.063623	1.92255
5	0.411740	0.554300	0.831211	1.145476	1.61031	2.67460
6	0.675727	0.872085	1.237347	1.63539	2.20413	3.45460
7	0.989265	1.239043	1.68987	2.16735	2.83311	4.25485
8	1.344419	1.646482	2.17973	2.73264	3.48954	5.07064
9	1.734926	2.087912	2.70039	3.32511	4.16816	5.89883
10	2.15585	2.55821	3.24697	3.94030	4.86518	6.73720
11	2.60321	3.05347	3.81575	4.57481	5.57779	7.58412
12	3.07382	3.57056	4.40379	5.22603	6.30380	8.43842
13	3.56503	4.10691	5.00874	5.89186	7.04150	9.29006
14	4.07468	4.66043	5.62872	6.57063	7.78953	10.1653
15	4.60094	5.22935	6.26214	7.26094	8.54675	11.0365
16	5.14224	5.81221	6.90766	7.96164	9.31223	11.9122
17	5.68724	6.40776	7.56418	8.67176	10.0852	12.7919
18	6.24481	7.01491	8.23075	9.39046	10.8649	13.6753
19	6.81398	7.63273	8.90655	10.1170	11.6509	14.5620
20	7.39386	8.26040	9.59083	10.8508	12.4426	15.4518
21	7.98366	8.89720	10.28293	11.5913	13.2396	16.3444
22	8.58272	9.54249	10.9823	12.3380	14.0415	17.2396
23	9.19042	10.19567	11.6885	13.0905	14.8479	18.1373
24	9.80623	10.8564	12.4011	13.8484	15.6587	19.0372
25	10.4197	11.5240	13.1197	14.6114	16.4734	19.9393
26	11.0363	12.1981	13.8439	15.3791	17.2919	20.8434
27	11.6576	12.8786	14.5733	16.1513	18.1138	21.7494
28	12.2813	13.5648	15.3079	16.9279	18.9392	22.6572
29	12.9071	14.2565	16.0471	17.7083	19.7677	23.5666
30	13.5346	14.9535	16.7908	18.4926	20.5992	24.4776
40	20.7085	22.1643	24.4331	26.5093	29.0505	33.6603
50	27.9907	29.7067	32.3574	34.7642	37.6886	42.9421
60	35.5346	37.4848	40.4817	43.1879	46.4580	52.2038
70	43.2752	45.4418	48.7576	51.7393	55.3290	61.6983
80	51.1720	53.5400	57.1532	60.3915	64.2778	71.1445
90	59.1963	61.7541	65.6466	69.1260	73.2912	80.6247
100	67.3276	70.0648	74.2219	77.9295	82.3581	90.1332
ν_P	-2.5758	-2.3263	-1.9600	-1.6449	-1.2816	-0.6745

附錄一、卡方分佈臨界值表 (續)



【原表來源：Thompson (1941)】

TABLE OF PERCENTAGE POINTS OF THE χ^2 DISTRIBUTION (continued)

$\nu \backslash P$	0.500	0.250	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005
1	0.454937	1.32330	2.70554	3.84146	5.02389	6.63490	7.87944
2	1.38629	2.77259	4.60517	5.99147	7.37776	9.21034	10.5966
3	2.36597	4.10835	6.25139	7.81473	9.34840	11.3449	12.8381
4	3.35670	5.38527	7.77944	9.48773	11.1433	13.2767	14.8602
5	4.35146	6.62568	9.23635	11.0705	12.8325	15.0863	16.7496
6	5.34812	7.84080	10.6446	12.5916	14.4494	16.8119	18.5476
7	6.34581	9.03715	12.0170	14.0671	16.0128	18.4753	20.2777
8	7.34412	10.2188	13.3616	15.5073	17.5346	20.0902	21.9550
9	8.34283	11.3887	14.6837	16.9190	19.0228	21.6660	23.5893
10	9.34182	12.5489	15.9871	18.3070	20.4831	23.2093	25.1882
11	10.3410	13.7007	17.2750	19.6751	21.9200	24.7250	26.7569
12	11.3403	14.8454	18.5494	21.0261	23.3367	26.2170	28.2995
13	12.3398	15.9839	19.8119	22.3621	24.7356	27.6883	29.8194
14	13.3393	17.1170	21.0642	23.6848	26.1190	29.1413	31.3193
15	14.3389	18.2451	22.3072	24.9958	27.4884	30.5779	32.8013
16	15.3385	19.3688	23.5418	26.2962	28.8454	31.9999	34.2672
17	16.3381	20.4887	24.7690	27.5871	30.1910	33.4087	35.7185
18	17.3379	21.6049	25.9894	28.8693	31.5264	34.8053	37.1564
19	18.3376	22.7178	27.2036	30.1435	32.8523	36.1908	38.5822
20	19.3374	23.8277	28.4120	31.4104	34.1696	37.5662	39.9968
21	20.3372	24.9348	29.6151	32.6705	35.4789	38.9321	41.4010
22	21.3370	26.0393	30.8133	33.9244	36.7807	40.2894	42.7956
23	22.3369	27.1413	32.0069	35.1725	38.0757	41.6384	44.1813
24	23.3367	28.2412	33.1963	36.4151	39.3641	42.9798	45.5585
25	24.3366	29.3389	34.3816	37.6525	40.6465	44.3141	46.9278
26	25.3364	30.4345	35.5631	38.8852	41.9232	45.6417	48.2899
27	26.3363	31.5284	36.7412	40.1133	43.1944	46.9630	49.6449
28	27.3363	32.6205	37.9159	41.3372	44.4607	48.2782	50.9933
29	28.3362	33.7109	39.0875	42.5569	45.7222	49.5879	52.3356
30	29.3360	34.7998	40.2560	43.7729	46.9792	50.8922	53.6720
40	39.3354	45.6160	51.8050	55.7585	59.3417	63.6907	66.7659
50	49.3349	56.3336	63.1671	67.5048	71.4202	76.1539	79.4900
60	59.3347	66.9814	74.3970	79.0819	83.2976	88.3794	91.9517
70	69.3344	77.5766	85.5271	90.5312	95.0231	100.425	104.215
80	79.3343	88.1303	96.5782	101.879	106.629	112.329	116.321
90	89.3342	98.6499	107.565	113.145	118.136	124.116	128.299
100	99.3341	109.141	118.498	124.342	129.561	135.807	140.169
y_r	0.0000	+0.6745	+1.2816	+1.6449	+1.9600	+2.3263	+2.5758