

儲蓄與成長

吳聰敏

2008.10

- 1 儲蓄與固定投資
- 2 Solow 成長模型
恆定狀態
人口成長
- 3 所得收斂
- 4 內生經濟成長

1929年, 矢內原忠雄出版《帝國主義下の臺灣》, 分析台灣的現代經濟成長, 使用「資本主義化」的概念台灣的經濟成長。在封閉經濟裡, 儲蓄等於固定投資。儲蓄增加時, 固定投資增加, GDP 成長率上升。本章說明儲蓄與經濟成長之關係, 並介紹 Solow 成長模型。

$$\text{儲蓄} = \text{所得} - \text{消費支出。} \quad (1)$$

若 GDP 為 10 單位, 其中, 9 單位是消費財, 1 單位固定資本財, 則儲蓄為 $10 - 9 = 1$ 單位。

例子:

若消費財減為 8 單位, 固定資本財增加為 2 單位, GDP 仍為 10 單位, 儲蓄為 $10 - 8 = 2$ 單位。
本例說明, 儲蓄等於固定投資本。

國民可支配所得

- 國民所得毛額 (GNI)
= GDP + 國外要素所得淨額
- 移轉: 國際間之經濟援助, 慈善及宗教團體之救濟與捐贈, 僑民匯款等
- 國民可支配所得 = 國民所得毛額 + 經常移轉淨額
- 國民可支配所得即為本國住民之總所得

國民儲蓄毛額

- 國民儲蓄毛額 = 國民可支配所得 - 消費支出

$$\begin{aligned} S &= \text{GNI} + \text{TR} - (C + G) \\ &= \text{GDP} + F + \text{TR} - (C + G) \\ &= I + (X - M) + F + \text{TR}. \end{aligned} \quad (2)$$

若 $F + \text{TR} = 0$,

$$S = I + (X - M)。$$

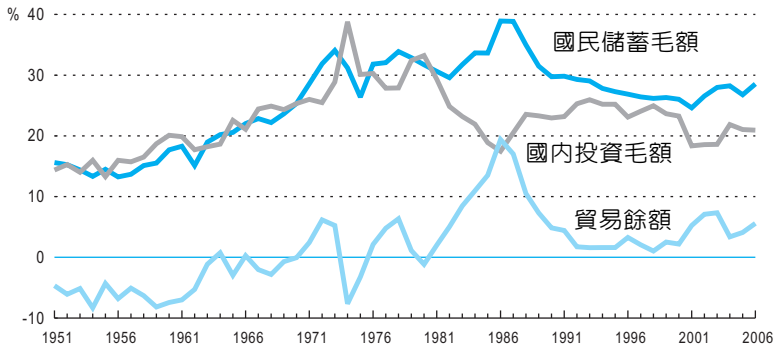
儲蓄, 固定投資與貿易順差

儲蓄與固定投資

Solow 成長模型

所得收斂

內生經濟成長



1986年儲蓄率達到最高, 但大部分貸放給外國, $(X - M) > 0$ 。

2004年, 中國的儲蓄率為50%。

產出增加的原因:

- 資本累積
- 勞動力增加
- 技術進步

Solow model: 分析固定資本形成如何促進經濟成長

Solow model

總合生產函數如下：

$$Y = F(K, L)。$$

假設無政府部門, 而且與其他國家沒有貿易往來。
因此, 國民儲蓄淨額

$$S - D = S - \delta K = I - \delta K = \Delta K, \quad 0 < \delta < 1,$$
$$\Delta K = S - \delta K.$$

Solow model

假設毛儲蓄率 (gross saving rate) $s \equiv S/Y$ 為固定值:

$$S = sY = sF(K, L), \quad 0 < s < 1;$$

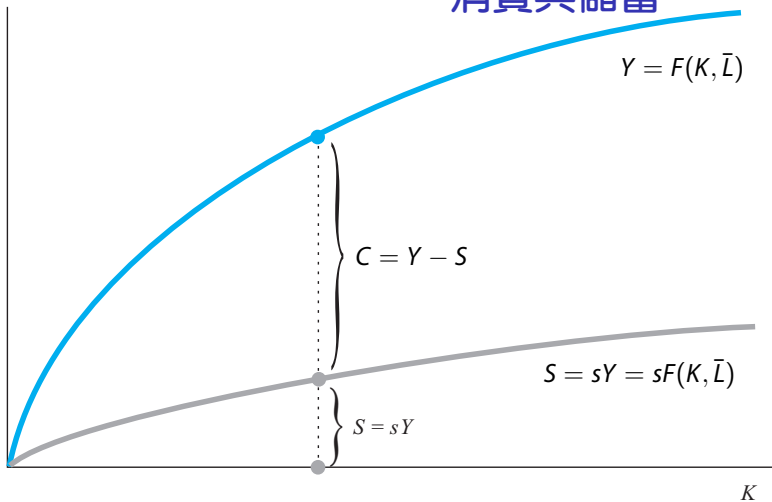
故

$$\Delta K + \delta K = sY。$$

因此,

$$\Delta K = sY - \delta K, \quad 0 < \delta < 1。 \quad (3)$$

消費與儲蓄



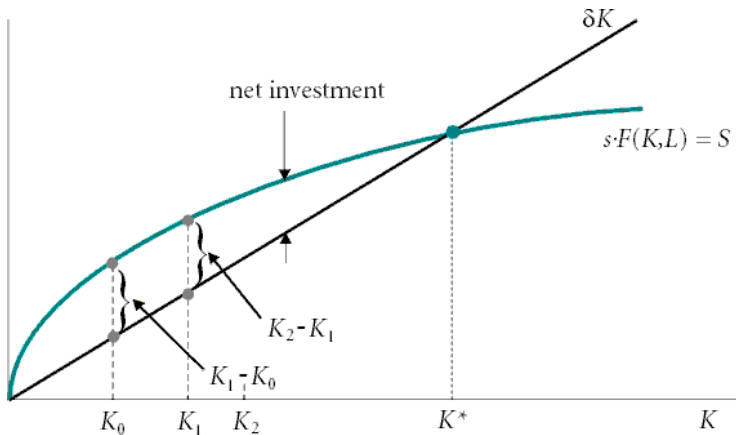
$$C = Y - S = (1 - s)Y.$$

例子

- 1998年: 台灣之 GDP 約新台幣 87,000 億元, 國民儲蓄毛額約 20,500 億元,
- 2000年: $K/Y = 2.5$, 故推估1998年之固定資本存量約 217,500 億元,
- 若 $\delta = 3\%$, 1998年折舊 = 6,525 億元,

$$\Delta K = S - \delta K = 13,975 \text{ 億元}$$

Solow model



- 假設勞動投入 L 為固定, 故 $Y = F(K, \bar{L})$
- $\Delta K = \delta K_0 = sY_0 = K_1 - K_0$

- 1998年: GDP, 新台幣 87,000 億元; 固定資本存量為 217,500 億元, 假設毛儲蓄率為 25%, 折舊率 $\delta=3\%$, 則當年之投資淨額為 15,225 億元,
- 1999 年初資本存量增加為 232,725 億元
- 同理請算出 2000 年以後的數字

Solow model: 1998年成長率

- 若為 Cobb-Douglas: $Y = A \cdot K^\beta L^{1-\beta}$ (assume $\beta = 0.4$)。假設 L 與 A 都固定不變, 則

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \beta \frac{\Delta K}{K}。$$

因此, 1998–99 年之 GDP 成長率為:

$$0.4 \cdot \frac{15,225}{217,500} = 2.8\%。$$

故, 1999 年之 GDP 將等於 89,436 億元。

- 亦可直接計算, 結果會稍有差異 (以上計算假設生產函數為連續, 且可微分)

Solow model: 1999年之後

儲蓄與固定投資

Solow 成長模型

所得收斂

內生經濟成長

- 1999–2000年之 GDP 成長率將為2.64%, 比起前一年之2.80% 下降一些
- 2000–2001年之 GDP 成長率會再下降一些
- 成長率之所以長期下降, 原因是生產函數之形狀: 資本邊際產量隨著 K 之增加而遞減
- 若 A, L 固定, 經濟成長率有下降趨勢

恆定狀態: steady state

儲蓄與固定投資

Solow 成長模型

所得收斂

內生經濟成長

- 若技術水準固定不變, 長期成長的結果, 淨投資將趨近於零, 固定資本存量趨近於一固定值 K^* , GDP 也趨近於固定值:

$$Y^* = F(K^*, L),$$

稱之為**恆定狀態** (steady state)

- 在恆定狀態時, 淨投資為零, 毛投資等於固定資本折舊, 每一年之 K 與 Y 皆維持不變

恆定狀態

- 問題 1: Solow 模型能否解釋經濟現象?
- 問題 2: 依據 Solow 模型, 什麼經濟政策能提升成長率?
儲蓄率上升能否使成長率上升?
- 若儲蓄率較高: $s' > s$, 恆定狀態之產出為何?

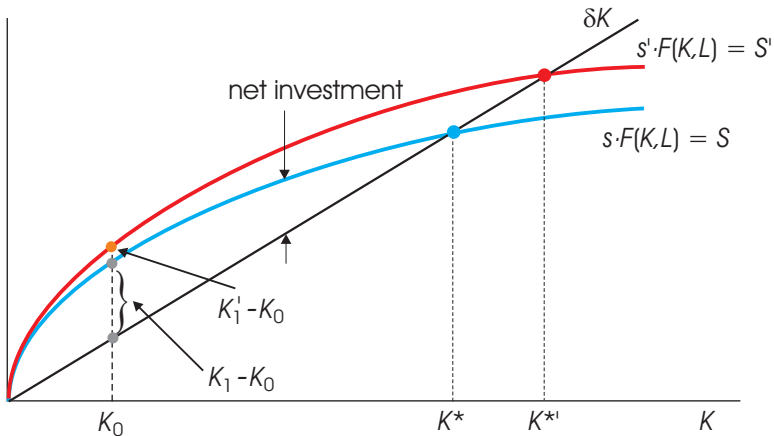
恆定狀態

儲蓄與固定投資

Solow 成長模型

所得收斂

內生經濟成長



儲蓄率與 GDP

- 儲蓄率較高表示產出用於消費的比率較低, 故投資較多, 恆定狀態之 K 及 Y 都會較高
- 儲蓄率較高的國家, 長期成長率仍趨近於 0

人口成長

以上假設勞動投入固定。現若勞動投入之成長率為固定值, 如2%, 生產函數仍為 Cobb-Douglas, 則

$$\begin{aligned}y &\equiv \frac{Y}{L} = \frac{A \cdot K^\beta L^{1-\beta}}{L} \\ &= Ak^\beta.\end{aligned}$$

其中, y 為勞動生產力, k 為資本/勞動投入比率。

人口成長: $y = Ak^\beta$.

根據定義, $k = K/L$, 因此

$$\Delta k/k = \Delta K/K - \Delta L/L = \Delta K/K - n。$$

$\Delta L/L = n$ 代表勞動投入成長率。

$$\begin{aligned}\Delta k &= \Delta K/K \cdot k - nk \\ &= \frac{\Delta K}{L} - nk\end{aligned}$$

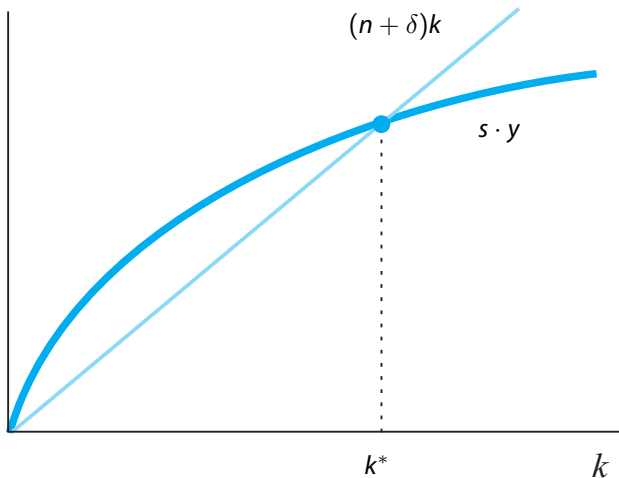
$$\text{人口成長: } y = Ak^\beta.$$

因為 $\Delta K = sY - \delta K$, 各變數除以 L :

$$\Delta K/L = sy - \delta k. \quad (4)$$

代入上式, 經過整理, 可得:

$$\Delta k = sy - (n + \delta) \cdot k. \quad (5)$$

人口成長: $\Delta k = sy - (n + \delta) \cdot k.$ 

恆定狀態時, $\Delta k = 0$, k^* 與 y^* 都為固定值。譬如, 若勞動投入成長率為 2%, 則 K 與 Y 之成長率都是 2%。

恆定成長

- 當勞動投入以 n 比率成長時, 在恆定狀態時, k 與 y 為固定值; K 與 GDP 以 n 之比率成長。此稱為恆定成長 (steady state growth)。
- 若生產技術不變, 在恆定成長時, 勞動生產力之成長率為零

理論能否解釋現象?

- 恆定成長與現實經濟相符嗎?
- **No!**

在 Solow model 中, 單由勞動投入增加與資本累積無法解釋平均每人 GDP 成長之現象

所得收斂

- **所得收斂 (convergence)**: 若低所得國家若能較快速地成長, 則高低所得國家之平均每人 GDP 會逐漸接近
- 例子: 1965年, 台灣的平均每人 GDP 是美國的 13.9%, 1990年上升為 42.3%, 2005年再上升為 62.8%。
- Solow 模型如何解釋所得收斂現象?

勞動生產力成長率

若生產函數為 Cobb-Douglas, 而且生產技術固定不變, 勞動生產力成長率:

$$\text{成長率} = \frac{y_{t+1} - y_t}{y_t} = \frac{Ak_{t+1}^\beta}{Ak_t^\beta} - 1 = \left(\frac{k_{t+1}}{k_t} \right)^\beta - 1. \quad (6)$$

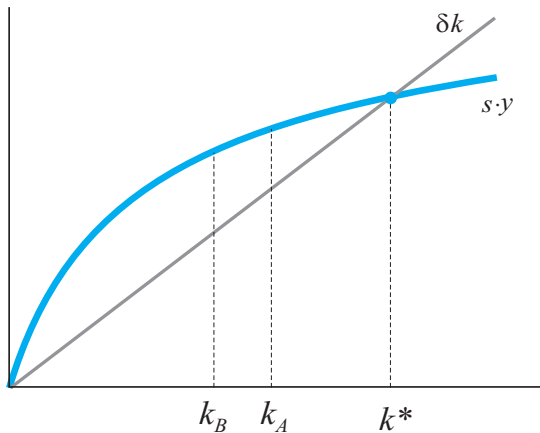
成長率決定於 $k_{t+1}/k_t (= 1 + \Delta k/k)$ 與 β 。

$$\begin{aligned} \Delta k &= sy - (n + \delta)k \\ \Delta k/k &= sAk^{\beta-1} - (n + \delta) \end{aligned}$$

因此, k 值上升時, $\Delta k/k$ 下降, $\Delta y/y$ 也下降。

所得收斂

假設儲蓄率與生產技術相同, 而且, A 固定不變, 若 $k_B < k_A$, B 國之 k_{t+1}/k_t 也會大於 A 國。



生產技術進步

以上假設技術水準不變。若生產技術進步，勞動生產力成長率將變成：

$$\text{成長率} = \frac{A_{t+1}}{A_t} \left(\frac{k_{t+1}}{k_t} \right)^{\beta} - 1。 \quad (7)$$

若兩國之技術進步率 A_{t+1}/A_t 相同，則兩國勞動生產力之成長率仍然決定於 k_{t+1}/k_t 。

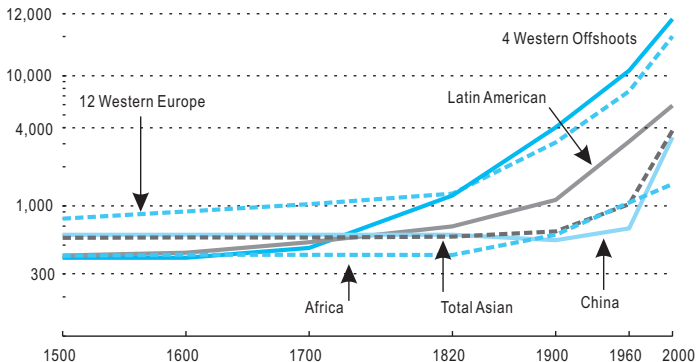
- y 較低者， k 也較低， y 成長率較高，故收斂。

所得收斂之實証研究

- 一國之内的不同地區, 生產技術進步率應該相同
- 1880–1990年間美國47州的平均每人 GDP 有所得收斂
- 日本47個區域也有所得收斂現象

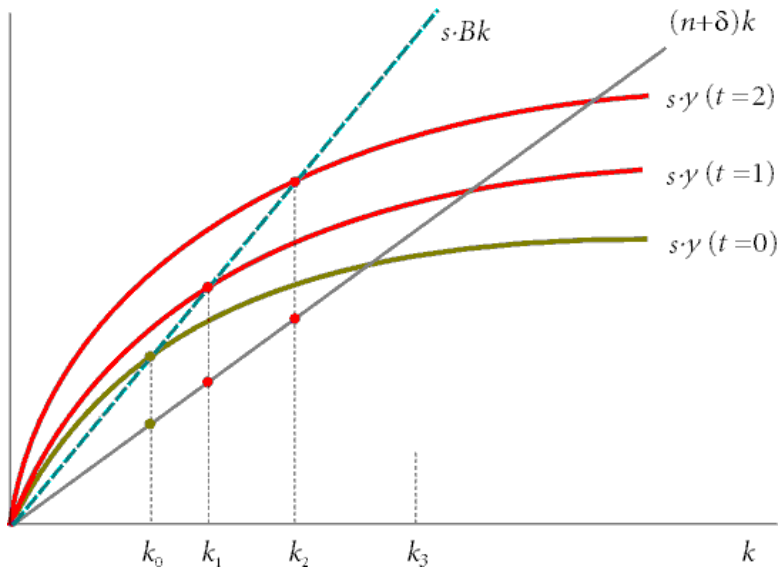
國際間的所得收斂?

- Pritchett (1997): no!
- 原因是各國 A_t 不同?



單位: 1990 年元; 資料來源: GGDC。

技術進步



技術進步

- 若生產技術持續進步, 使得 $y = Bk$, 則 $sy = sBk$ 。
- 由式 (5), k 之變動為:

$$\Delta k = sBk - (n + \delta)k = (sB - (n + \delta))k。$$

因此, $\Delta k/k = sB - (n + \delta)$ 。

- $$\frac{\Delta y}{y} = \frac{\Delta k}{k} = sB - (n + \delta)。$$

$$\frac{\Delta y}{y} = \frac{\Delta k}{k} = sB - (n + \delta)。$$

- Solow model 之預測: 若 $y = Bk$, 勞動生產力之成長率與 s 同向變動
- 例子: $B = 0.4$ ($K/Y = 2.5$), $s = 0.3$, $n = 0.01$, $\delta = 0.03$,

$$\frac{\Delta y}{y} = 0.3 \cdot 0.4 - (0.01 + 0.03) = 8\%。$$

儲蓄率

- 若儲蓄率為30%, 成長率為8%,
- 若儲蓄率為20%, 成長率為4%,
- 若儲蓄率為10%, 成長率為0%,
- 實際資料: 儲蓄率並無如此大之影響

Solow model

- 若勞動投入與生產技術都是固定, 恆定狀態時 GDP 亦為固定值
- 若勞動投入成長率大於零, 但生產技術都是固定, 恆定成長時, 勞動生產力為固定值, GDP 成長率等於勞動投入成長率
- 若生產技術逐年上升, 勞動生產力成長率可能大於零
- 內生成長模型: 技術進步的因素為何?

第3章勘誤表

頁數	行數	錯誤	訂正
83	倒數第7行	僅 0.54%。	為 0.54%。
83	倒數第6行	並非特別高。顯然 ...	因此, 大部分國家之 GDP 成長率都高於勞動投入之成長率, 顯然 ...
84	8-9 行	假設兩國的勞動力相同, ... 我們進一步	[刪除]
85	7 行	向高所得國家數斂	向高所得國家收斂
85	倒數第10行	是有也有收斂	是否也有收斂
87	第6行	預測是: 經濟成長	預測是: 勞動生產力成長