

總體習題：RBC 模型

1. 消費者的跨期選擇問題

某消費者的跨期選擇問題給定如下（ $\phi_t$ =消費稅率， $\tau_t$ =工資稅率）：

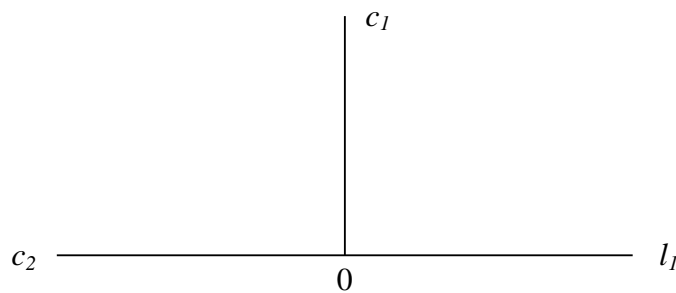
$$\begin{aligned} & \max_{\{c_t, l_t, b_t\}} \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} u(c_t, l_t) \\ & \text{subject to } (1 + \phi_t)c_t + b_t = a_t + (1 - \tau_t)w_t n_t + (1 + r_{t-1})b_{t-1}, \\ & \quad l_t + n_t = 1, \quad b_0 = 0. \end{aligned}$$

- (1) 請以直觀推演上述問題的一階條件。
- (2) 請討論工資稅率暫時性下降及永久性下降對消費需求及勞動供給的影響。
- (3) 請討論消費稅率暫時性下降及永久性下降對消費需求及勞動供給的影響。

2. 某家計單位的兩期選擇模型如下所示：

$$\begin{aligned} \max \quad & u(c_1, l_1) + \beta v(c_2) \\ \text{s.t.} \quad & l_1 + n_1 = 1, \\ & c_1 + b_1 = a + w n_1, \\ & c_2 = (1 + r)b_1, \end{aligned}$$

其中， $c_1$ 及 $c_2$ 分別代表前後兩期的消費水準， $b_1$ 代表第一期期末的實質債券持有量，實質利率為 $r$ 。該家計單位於年輕時工作，晚年退休。 $n_1$ 及 $l_1$ 分別代表年輕時的勞動時間及休閒，工資率為 $w$ ，總時間稟賦為1。除工資所得外，該家計單位亦於年輕時繼承固定數額的遺產 $a$ 。請以下列圖示為座標，繪出該家計單位的預算限制及均衡點。



3. Consider the following problem discussed in the lecture:

$$\begin{aligned} & \max_{\{c_t, l_t, b_t\}} \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} u(c_t, l_t) \\ & \text{subject to } c_t + b_t = a_t + w_t n_t + (1 + r_{t-1})b_{t-1}, \\ & \quad l_t + n_t = 1, \quad b_0 = 0. \end{aligned}$$

Suppose the utility function is given by  $u(c, l) = \ln c + \theta \ln l$  and  $r_t = \rho$ ,  $w_t = w$  and  $a_t = a$ . Compute the optimal path for consumption and labor supply.

#### 4. 恆定狀態

某經濟體系由消費者，廠商及政府所組成，三者之經濟活動有如下述。

廠商：政府向廠商課徵利潤稅，稅率為  $\phi$ 。廠商追求價值之極大，假設資本折舊率  $\delta = 0$ ，其決策問題給定如下：

$$\begin{aligned} \max_{\{k_t, n_t\}} \quad & \sum_{t=1}^{\infty} \frac{d_t}{(1+r_1) \cdots (1+r_{t-1})} \\ \text{subject to} \quad & d_t = (1-\phi)[F(k_{t-1}, n_t) - w_t n_t] - [k_t - k_{t-1}]. \end{aligned}$$

上述模型中， $r_t$  為  $t$  期至  $t+1$  期之實質利率，其他變數如往例，不再定義。

消費者：政府向消費者課徵工資稅，稅率為  $\tau$ ，其決策問題給定如下：

$$\begin{aligned} \max_{\{c_t, l_t, n_t, b_t\}} \quad & \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} u(c_t, l_t), \\ \text{subject to} \quad & l_t + n_t = 1, \\ & c_t + b_t = d_t + (1-\tau)w_t n_t + (1+r_{t-1})b_{t-1} + v_t. \end{aligned}$$

上述模型中， $v_t$  為政府定額移轉。

政府預算限制：假設政府無任何購買支出，其預算限制給定如下：

$$v_t = \tau w_t n_t + \phi[y_t - w_t n_t] + [b_t^g - (1+r_{t-1})b_{t-1}^g], \quad y_t = F(k_{t-1}, n_t).$$

- (1) 請推演廠商決策問題的最適邊際條件，並以直觀解釋之。
- (2) 請推演消費者決策問題的最適邊際條件，並以直觀解釋之。
- (3) 請簡要定義此一經濟體系之全面均衡。
- (4) 令  $u(c, l) = \ln c + \ln l$  及  $y = F(k, n) = k^\alpha n^{1-\alpha}$ 。請求解此一經濟體系在恆定狀態 (steady state) 下之全面均衡解。
- (5) 請根據第(4)小題之解說明  $\tau$  上升對恆定狀態的影響。
- (6) 請根據第(4)小題之解說明  $\phi$  上升對恆定狀態的影響。
- (7) 假設  $\tau$  及  $\phi$  不變，請討論政府移轉上升對恆定狀態的影響。

#### 5. 廠商的投資選擇

請考慮下述之三期投資模型，廠商的目標在求取股利現值之極大，即

$$V = d_1 + \frac{d_2}{1+r} + \frac{d_3}{(1+r)^2},$$

其中， $r$  為固定之實質利率。生產函數為  $y_t = f(k_{t-1})$ ，且資本折舊率  $\delta = 0$ ，因此投資  $i_t = k_t - k_{t-1}$ 。假設政府對廠商的投資支出給予比率  $\phi_t \in (0,1)$  的租稅抵減 (investment tax credit)，因此  $d_t = f(k_{t-1}) - (1 - \phi_t)(k_t - k_{t-1})$ ， $t = 1, 2$ 。廠商於  $t = 3$  期末停止營運並清算資本設備，因此  $d_3 = f(k_2) + k_2$ 。

- (1) 請以直觀分別推導  $t = 1$  及  $t = 2$  最適投資之邊際條件。
- (2) 請分析暫時性投資抵減政策 (即  $\phi_1$  上升， $\phi_2$  不變) 對  $i_1^d$  及  $i_2^d$  的影響。
- (3) 請分析永久性投資抵減政策 (即  $\phi_1, \phi_2$  同時上升) 對  $i_1^d$  的影響。為了提振當期投資需求，你認為政府應該採行暫時性還是永久性抵減政策？為什麼？
- (4) 假設廠商之投資耗時兩期，完工之日才能投入生產。令  $x$  表示投資總量，第一期投入  $i_1 = \theta x$ ，第二期投入  $i_2 = (1 - \theta)x$ ， $\theta \in (0,1)$  為一固定參數，完工時 (即  $t = 3$ ) 之資本存量為  $k_2 = k_0 + x$ 。請注意，由於投資計畫尚未完成，第二期之可用資本仍為  $k_0$ ，因此  $y_2 = f(k_0)$ 。假設政府對投資支出給予固定比率  $\phi$  之租稅抵減，請推導此時廠商最適投資決策之邊際條件。

[提示：以上模型又稱耗時 (time-to-build) 投資模型，由諾貝爾經濟學獎得主 Kydland 及 Prescott 提出]

6. 考慮課堂所述之 RBC 模型，假設生產函數之形式為  $Y = AF(K, N) + B$ ，市場均衡要求  $Y = C + I + G$ 。請以直觀分析下列變動對產出、工時、消費、投資、實質工資及實質利率等變數恆定狀態的影響。

- (1)  $A$  永久性上升。
- (2)  $B$  永久性上升。
- (3)  $G$  永久性上升。

7. 考慮課堂所述之 RBC 模型，假設生產函數之形式為  $Y = AF(K, N) + B$ ，市場均衡要求  $Y = C + I + G$ 。請分析下列變動對產出、工時、消費、投資、實質工資及實質利率等變數的短期影響。請繪示商品市場、債券市場及勞動市場之變動。

- (1)  $B$  暫時性上升。此一衝擊之效果與  $A$  暫時性上升有何不同？
- (2)  $A$  永久性上升。
- (3)  $B$  永久性上升。此一衝擊之效果與上小題有何不同？請說明。
- (4)  $G$  暫時性上升，全部以定額稅融通。若改為公債融通，效果有何不同？
- (5) 期初資本存量  $K$  因地震而下降。