教育測驗與評量

數學科試題分析

教師：田芳華

學生：林晉堯（B90201025）

魏士傑（B90201035）

梁育豪（B90201041）

日期：2004.6.1

目錄：

Ⅰ. 國中基本能力測驗

好題

壞題

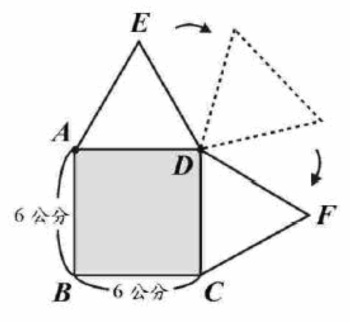
白爛題

Ⅱ. 大學入學考試學科能力測驗

好題

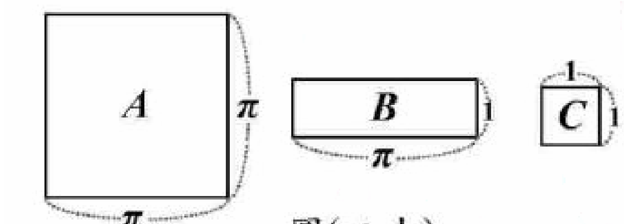
壞題

Ⅰ. 國中基本能力測驗

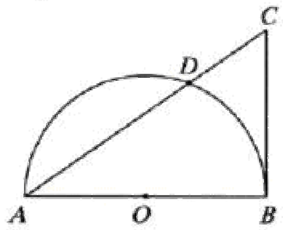
<table>
<tr><td colspan="2">好 題</td></tr>
<tr><td>第一題</td><td>9x 年　　第 27 題</td></tr>
<tr><td></td><td>有點令人難以看穿喔~~</td></tr>
<tr><td>題目：</td><td>如圖（十四）有一個邊長爲6公分的正方形 $ABCD$，在此正方形的兩邊上放置兩個邊長爲 6 公分的正三角形（ΔADE 與 ΔFDC）。請問當 ΔADE 以 D 爲圓心順時針旋轉至與 ΔFDC 完全重合時，E 所經歷的路線長爲多少？


圖(十四)
$(A)\ 7\pi$
$(B)\ 9\pi$
$(C)\ 12$
$(D)\ 18$</td></tr>
<tr><td>答案：</td><td>$(A)\ 7\pi$</td></tr>
<tr><td>求法：</td><td>當 ΔADE 以 D 爲圓心順時針旋轉至與 ΔFDC 完全重合時，E 所經歷的路線爲一圓弧形（以 D 爲圓心，$\overline{DE}$ 爲半徑），所對應的旋轉角爲 $\angle EDC = 360^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 210^\circ$。因此，$E$ 所經歷的路線長（弧長）爲 $(2\pi \times \overline{DE}) \times \frac{210}{360} = 12\pi \times \frac{210}{360} = 7\pi$。</td></tr>
<tr><td>解析：</td><td>本題主要是想考考學生是否知道再給定一半徑與角度後如何計算圓弧的長度。而此題的優點在於它同時結合了學生對於空間概念的瞭解力與觀察力。在看完題目後，考生可能很難以直接判斷出 E 的行徑路線就是一圓弧，需要再配合圖形做思考；另外，既使是看到圖形後，很可能因爲其他旋轉點 A、D 的干擾而產生誤認 E 點旋轉後跑到的位置情形，例如：認爲 E 點是跑到了 F 點……。再來，找出正確的 E 點旋轉後的位置 C 點後，還要判斷行經的路線是什麼，是直線、圓弧還是其它的可能性。在判斷出 E 的行經路線後，最後是旋轉角度的判斷，這部分是很容易搞錯的一部份，E 所走的角度是 $\angle EDC$ 還是 $\angle ADC$。在確認 E 走的是一圓弧及角度後，在利用圓弧長的計算公式：$2\pi r \times \frac{\theta}{360}$，就能得到正確的答案。</td></tr>
</table>

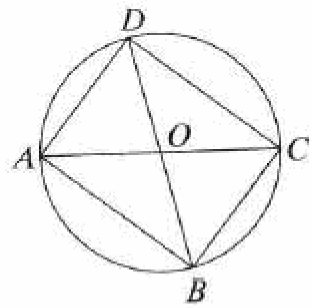
選項誘答：	考生在作答時，如果看不出 E 走的是圓弧的話，可能就不會選到(A)或(B)，更尤其是(A)(B)的選項是7π、9π，(C)(D)的選項是 12、18 與題目中唯一出現的數字：6cm，乍看之下(A)(B)看起來和 6 毫無瓜葛，而(C)(D)分別是 6 的 2、3 倍，因此對於猜題的考生可能就會選到(C)或(D)。 另外，如果僅是知道 E 走的是圓弧，但卻誤認 E 點旋轉到 F 點的角度是$\angle ADC = 360^\circ - 90^\circ = 270^\circ$，那最後計算出來的結果將會是： $(2\pi \times \overline{DE}) \times \frac{270}{360} = 12\pi \times \frac{270}{360} = 9\pi$，就會選到錯誤選項(B)。
總評：	綜合性題目，整合國中學過的各種基本圖形如三角形，矩形及圓形，非常經典的一個題目。

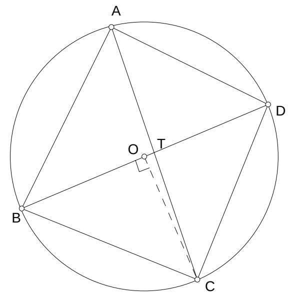
第二題	91 年　　第 31 題
	您一輩~~子也遇不到的好題
題目：	如圖（二十），有A型、B型、C型三種不同的紙板，其中 A型：邊長爲π公分(π爲圓周率)的正方形，共有 7 塊； B型：長爲π公分，寬爲 1 公分的長方形，共有 17 塊； C型：邊長爲 1 公分的正方形，共有 12 塊。  圖(二十) 從這 36 塊紙板中，拿掉一塊紙板，使得剩下的紙板在不重疊的情況下，可以緊密的排出一個大長方形，請問拿掉的是哪一種紙板？ (A) A型 (B) B型

	$(C)\ C$ 型 (D) 完全不用拿掉，就可排出一個大長方形
答案：	$(A)\ A$ 型
求法：	從面積的部分下手。此外，如果要能拼出一塊大長方形，那最後長方形的長寬的形式都應該是：$a\pi+b\ \ ,a,b\in\mathbb{Z}$。 現在，36 塊的總面積（即完全不拿掉）＝ $7\pi^2+17\pi+12$ 拿掉一塊 A 型紙板的面積 ＝ $6\pi^2+17\pi+12=(2\pi+3)\times(3\pi+4)$ 拿掉一塊 B 型紙板的面積 ＝ $6\pi^2+17\pi+12$ 拿掉一塊 C 型紙板的面積 ＝ $7\pi^2+16\pi+12$ 拿掉一塊 D 型紙板的面積 ＝ $7\pi^2+17\pi+11$ 由於，只有在拿掉一塊 A 型紙板時，才可能寫出 面積=長×寬，且長寬同時形式是：$a\pi+b\ \ ,a,b\in\mathbb{Z}$。因此本題答案應選擇 $(A)\ A$ 型。
解析：	本題所要測驗的是學生是否學會因式分解。但是，這並不是本題好的地方，本題優良的地方在於，它題目滿生活化的，且題目中幾乎找不出線索指引學生說這題就是會用因式分解的技巧。這就好像是，學生自己在生活中碰到了這樣的問題，並學著由自己所學到在數學方面的知識，解決這問題。可測驗出學生是否具有帶著走的能力，十分的符合基本學歷測驗的考試精神。 且這一題的創意性相當的高，幾近無法在往年的試題中找到類似的題目，可見出題老師的用心。 這題的解題關鍵在於是否能想出利用面積的方法，找出可能的情況。
誘答選項：	四項答案在未經思考前，具有完全一樣的答對機率，無法判斷何者較適合，需經由其他計算才可能得知
總評：	屬於跳躍性類型的題目，邊長使用 π 會令不少學生苦惱，雖然是偏於代數性的題目，可是解答方式卻需要透過幾何圖形來思考，是鑑別度非常高的題目

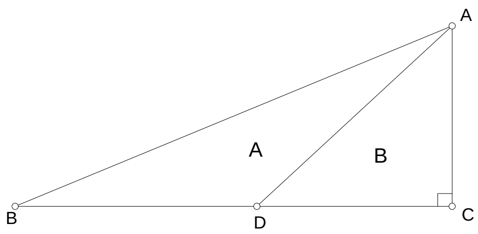
第三題	90 年　　第 31 題
	原來是扮豬吃老虎啊
題目：	如圖(十七)，$\overline{AB}$ 是圓 O 的直徑，$\overline{BC}$ 是過 B 點的切線，D 在 $\overline{AB}$ 上，  圖(十七) 求做：在 $\overline{BC}$ 上取 P 點，使得 $\overline{AP}$ 平分 ΔABC 的面積。 下列有四個尺規做圖的方法，何者錯誤？ (A) 取 $\overline{BC}$ 的中點 P，連 $\overline{AP}$ (B) 做 $\angle A$ 的角平分線交 $\overline{BC}$ 於 P 點 (C) 做 $\overline{BD}$ 的中垂線交 $\overline{BC}$ 於 P 點，連 $\overline{AP}$ (D) 過 O 點做直線平行 $\overline{AC}$ 交 $\overline{BC}$ 於 P 點，連 $\overline{AP}$
答案：	(B) 做 $\angle A$ 的角平分線交 $\overline{BC}$ 於 P 點
求法：	若要在 $\overline{BC}$ 上取 P 點，使得 $\overline{AP}$ 平分 ΔABC 的面積，則 P 點必定要是 $\overline{BC}$ 的中點。因爲，ΔABP 面積：ΔAPC 面積＝ $\overline{BP}\times\overline{AB}:\overline{PC}\times\overline{AB}=\overline{BP}:\overline{PC}$。因此，$\overline{AP}$ 要平分 ΔABC 的面積，即 ΔABP 面積：ΔAPC 面積 $=\overline{BP}:\overline{PC}$＝1:1，即 P 爲 $\overline{BC}$ 的中點。 (A) P 爲 $\overline{BC}$ 中點 (B) 做 $\angle A$ 的角平分線交 $\overline{BC}$ 於 P 點。過 P 點做一垂直 $\overline{AC}$ 直線交 $\overline{AC}$ 於 E。則因爲 $\overline{AP}$ 爲 $\angle A$ 的角平分線，因此 $\overline{BP}=\overline{PE}$。因此，$\Delta ABP$ 面積：ΔAPC 面積 ＝ $\overline{BP}\times\overline{AB}:\overline{PE}\times\overline{AC}=\overline{AB}:\overline{AC}\neq 1:1$。因此 $\overline{AP}$ 未平分 ΔABC 面積 (C)由於 $\overline{AB}$ 爲圓的直徑，因此 $\angle ABD=90^\circ$。因此，ΔBDC 爲直角三角形。因此 $\overline{BD}$ 的中垂線與 $\overline{CD}$ 平行（同位角相等），由中平中定理可知：P 爲 $\overline{BC}$ 中點。 (D)因爲 O 爲圓心因此，$\overline{OA}=\overline{OB}$，今做直線平行 $\overline{AC}$。因此由中平中定理可知：P 爲 $\overline{BC}$ 中點。
解析：	本題詳盡地把各式作圖方式列在選項上，一口氣讓學生玩味其之間的不同，並能從中領悟某些作圖方式之間的關係，及靈活運用各對等角。
誘答選項：	(B)是一項非常好的誘答選項。由於此題的難度全集中在(D)上，一般學生很難做出來，故針對學生的設計，一般學生認爲較難的答案或是較長的敘述句很有可能是答案，而對不確定但語意描述容易的(B)忽

	略。
總評：	這是我評價最好的題目，鑑別度高，題目簡潔，且是國高中教材較少強調的幾何題目(國內各教科書皆偏向代數取向)，在選項的選擇上，完全相異的作圖方式，卻有三種會產生一樣的結果；並且各種作圖理解度難易不一，需對整個幾何部分有相當的熟悉度，才有辦法分辨。

壞 題	
第一題	9x 年　　第 4 題
	有待加強
題目：	如圖(一)，$\overline{AC}$ 、BD是圓O的直徑，且∠COD > ∠AOD ，則下列哪一種幾何圖沒有出現在題目中 (A) 矩形 (B) 直角三角形 (C) 等腰三角形 (D) 等腰直角三角形  圖(一)
答案：	(D) 等腰直角三角形
求解：	(A) 因為 $\overline{AC}$ 、$\overline{BD}$是圓O的直徑，因此四邊形 ABCD 四個角都是直角，即四邊形 ABCD 為長方形。 (B) ΔADC 為直角三角形，因為 $\overline{AC}$ 是圓O的直徑，$\angle ADC = 90^{\circ}$ 。 (C) ΔAOD 為等腰三角形，因為 $\overline{AO}$ 、$\overline{OD}$ 為圓的半徑
解析：	題目中出現的∠COD > ∠AOD ，其目的是想告訴我們∠AOD 、∠COD 不是直角，因此 ΔAOD 、ΔCOD 都不是等腰直角三角形，因此圖中是不存在等腰直角三角形的。但是這項的說明，對於我們要作答時沒什麼幫助，因為光從圖形與選項，我們就能“找到”正確答案。因此本題的致命傷在於選項誘答力幾近為 0。
誘答選項：	本題的大缺點之一在於太容易就能從圖中找出是否具有選項所要的圖形。比方說，(A)矩形，圖中就只有一個四邊形可供判斷，而畫的圖一看就能知道它是個矩形，即使是不知道原因；同樣的，選項 (B)、

	(C) 中的圖形也相當容易就可以在圖上找到。 此外，(D) 等腰直角三角形 這選項出的不好，因爲如果是想選(B)或(C)的考生，那他看到(D)這個選項後，應該知道有錯要改了。因爲如果說直角三角形（等腰三角形）沒在圖中，怎可能等腰直角三角形會在圖中，因此要選(B)的話，連(D)也要一起選（，選(C)的話，連(D)也要一起選），但是這題是單選題，不可能有兩個答案的。因此，很快的就能排除掉(B)、(C)這兩選項。如此一來單從選項來看而不看圖的話，這題猜對的機率還是有五成，猜對比例相當的高。
題目修正：	如圖(一)，$\overline{AC}$ 是圓 O 的直徑，$\overline{OC} \perp \overline{BD}$，則下列敘述<u>沒有</u>出現在題目中  (A) 等腰直角三角形 (B) 一組相似三角形 (C) 鳶形 (D) 梯形
答案：	(C) 鳶形
求法：	(A) 等腰直角三角形＝ΔBCD (B) 一組相似三角形＝$\Delta ABC \cong \Delta DCB$ (D) 梯形＝四邊形 $ABCD$
解析：	這樣修題的話，學生可能就比較需要思索圖形中的線索才能找到正確答案。減少會由圖形中不需經由判斷就看出答案的情形發生。這樣一來較能測出學生是否真的瞭解圖形間的特性。此外，在答案選項中放入鳶形(C)的錯誤選項，應該是會較有誘答力的。

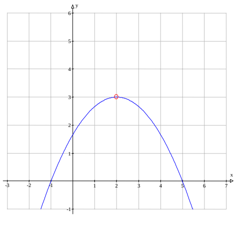
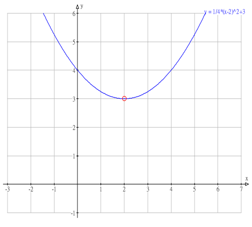
第二題	9x 年　　第 8 題
	嗯，味道還差了那麼一點
題目：	下列哪一個多項式是 $6x^2$-7x-3 與 $4x^2$-12x+9 的公因式？ (A) $2x^2$+5x-12

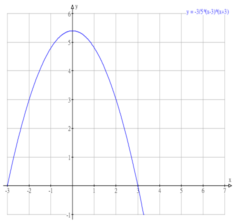
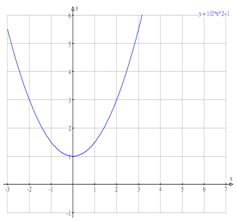
	(B) $(2x-3)^2$ (C) 2x-3 (D) 3x+1
答案：	(C) 2x-3
求法：	由於： $6x^2-7x-3=(2x-3)(3x+1)$ $4x^2-12x+9=(2x-3)^2$ 因此， $6x^2-7x-3$ 與 $4x^2-12x+9$ 的公因式是 2x-3
解析：	這題考的目的很明顯就是看考生是否知道如何因式分解，與公因式的定義。但是，出得相當平淡，創意性不大，是平常就常能見著的最基本題型。這題目考生看到很可能的就是反射動作的解題出現，式子分解找公因式，這就像是題記憶型的題目：如果你知道公因式的定義，解法就是固定那樣。因此，此題目最好應該朝向生活化改變一下，讓問題不要出的那麼直接。
誘答選項：	先談(B)選項，這是個不可能的答案。因爲如果 $(2x-3)^2$ 是兩式的公因式那麼 3x+1 也會是兩式的公因式。因此選擇了(B)，那自然也應該要選擇 (D) 。但此題是單選，不會有兩個答案因此(B)很容易救被排除掉。另外，(A)選項，也很容易就能看出不是答案了，因爲選項(A)的式子與題目中的兩式都是二次的，但卻不是只差一係數成積。因此(A)、(B)的誘答力很低。
修正題目：	已知 ΔABD 的面積是 $6\pi^2-7\pi-3$，ΔABC 的面積是 $4\pi^2-12\pi+9$，則 $\overline{AC}$ 可能爲下面那個值？（若 $\overline{AC}$ 、 $\overline{CD}$ 、 $\overline{BD}$ 都可寫成 $a\pi^2+b\pi+c$ 的形式, 且 $a,b,c\in\mathbb{Z}$ ） (A) $2\pi^2+5\pi-12$ (B) $2\pi+1$ (C) $2\pi-3$ (D) $3\pi+1$ 
答案：	(C) $2\pi-3$
求解：	算法與原題完全相同，只需把原題求法中的 x 換成 π 即可。

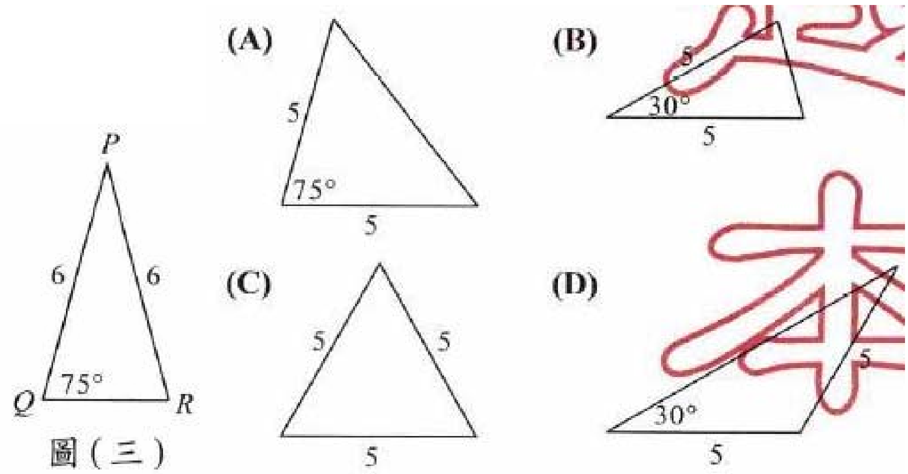
解析：	題目這樣修改的話，可能不會像原題目這樣問的太過直接，但也可考出相同的概念。此外，這樣出題的話，感覺起來會比較有趣一點。在誘答選項中，將原本(B)的形式至換掉，換成 $2\pi+1$，因爲 2 同時爲 $6\pi^2$-7π-3 與 $4\pi^2$-12π+9 的二次項因數，1 爲常數項因數，因此誘答力會增加許多。

第三題	9x 年　　第 19 題
	老兄，你眼花了吧
題目：	某校一年級與二年級的學生人數比爲3:2，已知一年級的學生中，有 40%視力良好，二年級的學生中，有 30%視力良好。請問一、二年級所有學生中有多少比例的學生視力良好？ (A) 18% (B) 36% (C) 57% (D) 70%
答案：	(B) 36%
求法：	$40\% \times \frac{3}{5} + 30\% \times \frac{2}{5} = 36\%$
解析：	此題的題目並未出的不好，不好的地方在於選項的毫無誘答力。題目的本身，是分配的題型，在生活的應用還算是相當廣泛的，諸如是在升上高中後，化學課在調配液體的濃度時，就很常用到這樣的算法。因此，這題出在基本學歷測驗中，還算是相當不錯的。
誘答選項：	在題目中，說到：一年級的學生中，有 40%視力良好，二年級的學生中，有 30%視力良好。那這時，姑且不論學生的一、二年級的比例是多少，但是我們可以確定一件事：最後算出總學校近視比例時的結果，會是介在30% ~ 40%。可是呢，作答選項中，介在這個範圍的數值，就只有一個 (B) 36%。因此考生可能根本就不需經過運算就把答案給找出來。因此，我們修改題目的時候，將四個選項的值都設定在30% ~ 40%，

	這樣或許才能考出學生是否真的知道如何解題。
修改題目：	某校一年級與二年級的學生人數比為3:2 ，已知一年級的學生中，有40%視力良好，二年級的學生中，有 30%視力良好。請問一、二年級所有學生中有多少比例的學生視力良好？ (A) 32% (B) 34% (C) 36% (D) 38%
答案：	(C) 36%
解析：	這題基本上只需要修改一下答案選項的值讓它們都落在 30%~40%之間就可以了。（答案的誘答力會較大）。

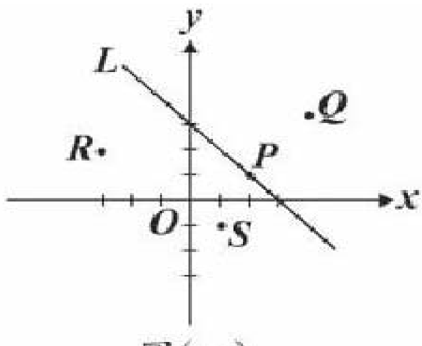
白 爛 題	
第一題	9x 年　　第 6 題
	呼，一個不小心就會做對的題目
題目	下列為四個二次函數的圖形，哪一個函數在 x=2 時有最大值 3？ (A)  (B) 

	(C)  (D) 
答案	(A)

第二題	9x 年　　第 9 題
	這個圖是不是畫得太標準了點
題目：	如圖(三)，已知 ΔPQR ，則下列四個三角形中，哪一個與 ΔPQR 相似？ 
答案：	(B)

第三題	9x 年　　第 10 題
	難道你是對岸派來的間諜??
題目：	一條東西向道路與一條南北向道路的交會處有一座雕像，甲車位於雕像東方 5 km 處，乙車位於雕像北方 7 cm 處。若甲、乙兩車以相同速率向雕像的方向同時出發，當甲車到了雕像西方 1 km 處時，乙車在哪裡？ (A) 雕像北方 1 km 處 (B) 雕像北方 3km 處

	(C) 離像南方 1 km 處 (D) 離像南方 3 km 處
答案：	(A) 離像北方 1 km 處

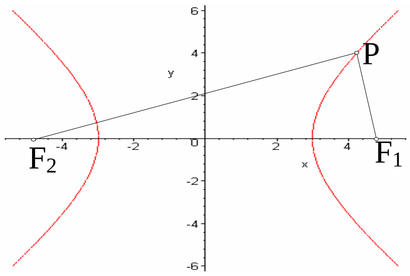
第四題	9x 年　　第 4 題
	原來連國小老師都混進來出題了
題目：	如圖(二)，直線 L 的方程式爲 $x+y-3=0$。請問 P、Q、R、S 四點中，哪一個點的座標是此方程式的解？ (A) P (B) Q (C) R (D) S  圖(二)
答案：	(A) P

Ⅱ. 大學入學考試學科能力測驗

<table>
<tr><td colspan="2" align="center">好 題</td></tr>
<tr><td>第一題</td><td align="center">84 年　　第 27 題</td></tr>
<tr><td></td><td align="center">球與平面的關係</td></tr>
<tr><td>題目：</td><td>以下選項所列的各平面，那一個平面與球：
$x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-19=0$ 相交所成的圓之面積最大?
$(A)\quad x+y+z=0$
$(B)\quad z=1$
$(C)\quad y=1$
$(D)\quad x=2$
$(E)\quad x=2y$</td></tr>
<tr><td>答案：</td><td>(A)</td></tr>
<tr><td>求法：</td><td>平面與球相交最大的圓出現在當球心到平面的距離最短的時候。點 (p,q,r) 到平面 $ax+by+cz=d$ 的距離爲 $\frac{|a\cdot p+b\cdot q+c\cdot r-d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$ 。球方程式 $x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-19=0$ 的圓心 O 在(1,-2,-1)。
O 到平面 $x+y+z=0$ 距離爲 $\frac{2}{\sqrt{3}}$ 。O 到平面 $z=1$ 距離爲 2。
O 到平面 $y=1$ 距離爲 3。O 到平面 $x=2$ 距離爲 1。
O 到平面 $x=2y$ 距離爲 $\sqrt{5}$ 。</td></tr>
<tr><td>解析：</td><td>這一題學生看到題目後，很有可能，就只會利用代數法求解〈就是把選項中的數值直接帶入題幹中的求方程式，在逐步的找解出來〉，而這種方法相當的繁雜，尤其是帶(A)選項時。但是其實並不需要如此，就像上面的做法一般，可以利用其他不同的觀點切入使得題目的難度大幅的下降，也就是說這題是要考出學生的幾何圖形關係的判斷能力，並非僅是考出學生代數法的能力。這題對於長久以來我國學生僅注重代數法解題而忽略幾何的觀察能力來說，是打了一劑強心針，因此我把它歸類成好題。</td></tr>
</table>

第二題	88 年
	三角函數
題目：	設 $0<\theta<\dfrac{\pi}{4}$，且 $2+\sqrt{3}$ 為 $x^2-(\tan\theta+\cot\theta)x+1=0$ 的一根，則 $\tan\theta$ =_
答案：	$2-\sqrt{3}$ 。
求法：	【方法一】 $\because (x-a)\cdot(x-b)=x^2-(a+b)x+ab$ $\therefore$ 另一根＝ $\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}$ 。 $\therefore \tan\theta+\cot\theta=(2+\sqrt{3})+(2-\sqrt{3})=4$ $\Rightarrow \tan\theta+\dfrac{1}{\tan\theta}=4 \Rightarrow \tan^2\theta-4\tan\theta+1=0$ $\Rightarrow \tan\theta=\dfrac{4\pm\sqrt{12}}{2}=2\pm\sqrt{3}$（但 $0<\theta<\dfrac{\pi}{4}\Rightarrow 0<\tan\theta<1$） $\therefore \tan\theta=2-\sqrt{3}$ 【方法二】 $\because (x-a)\cdot(x-b)=x^2-(a+b)x+ab$ $\therefore$ 另一根＝ $\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}(=2-\sqrt{3})$ 。 $\because$ 兩根為倒數關係，又 $\because \cot\theta=\dfrac{1}{\tan\theta}$（即 $\tan\theta,\cot\theta$ 為倒數）。 $\therefore \tan\theta=2\pm\sqrt{3}$（但 $0<\theta<\dfrac{\pi}{4}\Rightarrow 0<\tan\theta<1$）$\therefore \tan\theta=2-\sqrt{3}$ 。
解析：	這題從上面的求法中，我們看到有兩種作法，第一種方法是需要經由一些計算才能得出的；而第二種方法，可以看到幾乎不用用到計算就能得到答案。 另外，這題目結合了二次函數根的性質與三角函數的特性，但也不因為題目富有綜合性而使得題目變的較為困難，看起來還是平易近人。富有創意性，因此算是好題一題。

<table>
<tr><td>第三題</td><td>92 年　　第 D 題</td></tr>
<tr><td></td><td>圓錐曲線</td></tr>
<tr><td>題目：</td><td>設 p 爲雙曲線 $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$ 上的一點且位在第一象限，若 F_1 、 F_2 爲雙曲線的兩焦點，且 $\overline{PF_1}:\overline{PF_2}=1:3$

則 ΔF_1PF_2 的週長=____</td></tr>
<tr><td>答案：</td><td>22</td></tr>
<tr><td>求解：</td><td>

$a^2=9,b^2=16\Rightarrow c^2=a^2+b^2=25\,(\therefore a=3,b=4,c=5)$
設 $\overline{\mathrm{PF_1}}$=x ，則 $\overline{\mathrm{PF_2}}$=3x ，　 $\because|\overline{\mathrm{PF_1}}-\overline{\mathrm{PF_2}}|=2a=6$
$\therefore|2x|=6,\quad \therefore x=3$
$\therefore$ ΔF_1PF_2 的週長= $\overline{\mathrm{PF_1}}+\overline{\mathrm{PF_2}}+\overline{\mathrm{F_1F_2}}=x+3x+2c==4\cdot 3+10=22$</td></tr>
<tr><td>解析：</td><td>這題的算法，我們在上面給了一個方法，用這個方法求解時，我們可以看到算式相當簡潔，而且當中使用到的數學觀念就只有雙曲線的定義，這可說是這一題最漂亮的地方（利用定義就能出一題題目可以說是相當不容易的）。

然而，翻了一下統計資料發現這一題答對的比例僅有兩成多。想了一下，覺得大部分的考生解題時，使用的方法應該是用代數法，就是說直接令 P 點座標爲（x,y）然後就帶入題目中的條件裡，而自己實際用了這種方法算了一遍發現困難度相當相當的高，且費時，因此要用這方式算出答案的機會幾近於零。那，其實可以想想爲什麼，因爲大部分平時考試題目算這一類的問題時通常就是用代數法就能很快算出，因而漸漸的學生就會疏忽了定義的重要性，只偏重能拿來直接運用到的定理。

因此，這一題也會具有標竿的作用，讓老師、學生從新思索定義、定</td></tr>
</table>

	理是有相同重要性。

壞 題	
第一題	92 年　　第 2 題
	不應該在這邊的吧!!!
題目：	2. 一群登山友，在山上發現一顆巨樹，隊中 10 位身高 170 公分的男生，手拉著手剛好環抱大樹一圈。問樹幹的直徑最接近下列何值？__________。 (1) 3 公尺　(2) 5 公尺　(3) 7 公尺　(4) 9 公尺　(5) 11 公尺
答案：	(2)
求法：	$(1.7\times 10)\div \pi \doteq 5.411$
解析：	這題題目似乎不應該出現在學科能力測驗中，就像上面求法中所寫的，僅僅需要有國中的程度就能完成這題，鑑別度很低〈或許出在國中基本學科能力測驗會較適合一點〉。如果說這題真的要考出什麼內容，應該就是一個人的兩手臂長加上肩膀寬大約等於一個人的身高，但是這樣的常識性觀念好像不太適合出在數學科考題中。
修改題目/解析	由於這題根本不符合數學綱要指標，因此建議將這題完全刪除。

第二題	87 年
	誤導性的邏輯
題目：	已知「偶數的平方是 4 的倍數，奇數的平方除以 4 餘數為 1」。考慮五個數:513,226,216,154,145，試問下列何者可以和上述五數中的某一數相加成為完全平方數 (A)513 (B)226 (C)216 (D)154 (E)145

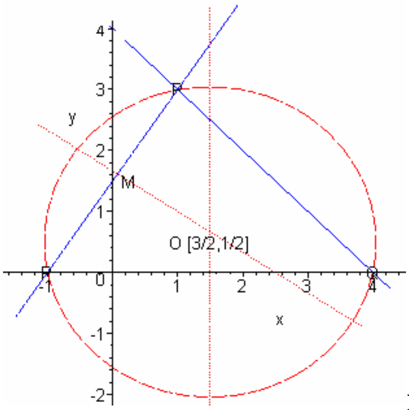
<table>
<tr><td>答案：</td><td>(A)(C)(D)</td></tr>
<tr><td>求法：</td><td>513 $\begin{array}{l}+513=1026 \quad (\div 4=...2)\\ +226=739 \quad (\div 4=...3)\\ +216=729 \quad (\div 4=...1)\ \ 729=27^2\\ +154=667 \quad (\div 4=...3)\\ +145=658 \quad (\div 4=...2)\end{array}$

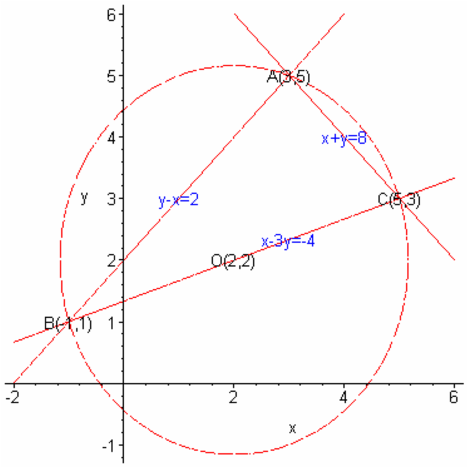
226 $\begin{array}{l}+226=452 \quad (\div 4=...0)\\ +216=442 \quad (\div 4=...2)\\ +154=380 \quad (\div 4=...0)\\ +145=371 \quad (\div 4=...3)\end{array}$

216 $\begin{array}{l}+216=432 \quad (\div 4=...0)\\ +154=370 \quad (\div 4=...2)\\ +145=361 \quad (\div 4=...1)\ \ 361=19^2\end{array}$

154 $\begin{array}{l}+154=308 \quad (\div 4=...0)\\ +145=299 \quad (\div 4=...3)\end{array}$

$145+145=290 \quad (\div 4=...2)$</td></tr>
<tr><td>解析：</td><td>題目中說到「偶數的平方是 4 的倍數，奇數的平方除以 4 餘數為 1」。但是呢，並非一個數是 4 的倍數或是被 4 除餘 1 的所有數就都是完全平方數，例如說，上面有算到的 308 與 361。因此在題目中加上這一句會很容易造成學生的錯誤認知。</td></tr>
<tr><td>修改題目：</td><td>已知「偶數的平方是 4 的倍數，奇數的平方除以 4 餘數為 1；但一個數滿足是 4 的倍數或除以 4 餘數為 1 不見得就會是平方數!!!」。考慮五個數:513,226,216,154,145，試問下列何者可以和上述五數中的某一數相加成為完全平方數
(A)513 (B)226 (C)216 (D)154 (E)145</td></tr>
<tr><td>答案 / 求法：</td><td>皆與原題相同。</td></tr>
<tr><td>解析：</td><td>我們在敘述條件中多補上一條敘述(修改題目中粗體的部分)，使得原本的敘述句得以更加的清楚完備，可以減少學生造成的困擾。</td></tr>
</table>

第二題	86 年　　第 27 題
	只能以暴力方式硬解
題目：	已知三角形由三直線 $y=0$，$3x-2y+3=0$，$x+y-4=0$ 所圍成則其外接圓之直徑為______
答案：	$\sqrt{26}$
求法：	先由三條直線方程式求出 P、Q、R 三點座標，得 P=$(-1,0)$、Q=$(4,0)$、R=$(1,3)$。求 PR 中點 M=$(\frac{1}{4},\frac{3}{2})$。兩虛線方程式：$2x+3y=5,\ x=\frac{3}{2}$。兩線焦點即為外接圓圓心 O=$(\frac{3}{2},\frac{1}{2})$。圓半徑為 $\overline{OP}=\frac{\sqrt{26}}{2}$。$\therefore$ 直徑=$\sqrt{26}$。
解析：	這一題雖然有很多不同的解法（上面只是其中一種），但是每一種作法，卻都是相當的繁瑣，不斷的重複在做解聯立方程式的工作，在這過程中似乎就沒有用到一些數學的技巧，。因此很容易就感到厭煩。這種題目就稱之為暴力數學題。（不過數字有經過安排，因此計算的數值都還滿漂亮的。）
修改題目：	已知三角形由三直線 $y-x=2, x-3y=-4, x+y=8$ 所圍成則其外接圓之直徑為______。
答案：	$2\sqrt{10}$

求法：	由直線的方程式可以看出 $y-x=2, x+y=8$ 兩條線是垂直的，因此此三角形是直角三角形。因此外接圓的圓心會落在斜邊中點（圖中 O），而直徑就是斜邊的長。因此要算出圓的直徑只需算出 B（解 $y-x=2, x-3y=-4$ 聯立方程式，B=$(-1,1)$）,C（解 $x-3y=-4, x+y=8$ 聯立方程式，C=$(5,3)$）的座標，再算出距離 （$\overline{BC}=\sqrt{(5+1)^2+(3-1)^2}=2\sqrt{10}$） 即可求得答案。 
解析：	題目修成這樣後，依舊像原題目一樣是考學生三角形外接圓的觀念，但是在裡頭卻放了另外一條「此三角形是直角三角形」的特殊線索，如果學生能掌握到有兩條直線方程式是垂直的，因而三角形為直角三角形，那他就可以省略到許多繁複的聯立方程式計算，很快就能找到答案。如此一來，就能化解原題的暴力求法。