

從信號與系統到控制

單元：數學工具-1

複數的表示式 與 尤拉關係式

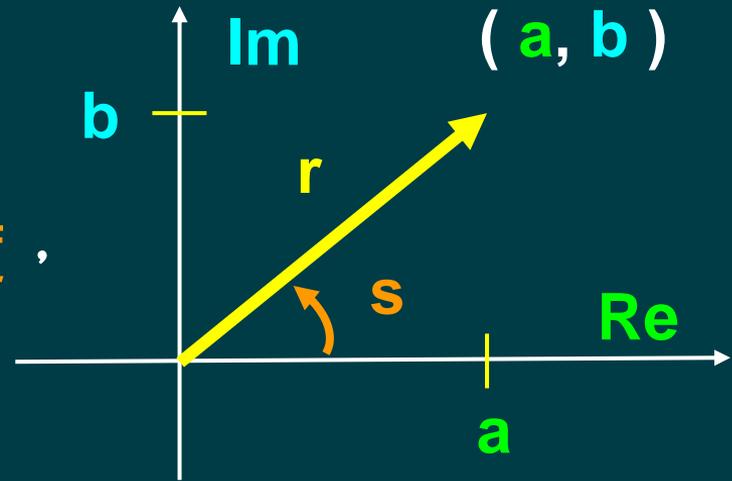
授課老師：連 豐 力

單元學習目標與大綱

- 討論複數的兩種表示式
- 介紹尤拉關係式

複數的表示式

- 對於一個複數，
- 第一種表示式為：實部與虛部，
- 也就是： $a + jb$
- 第二種表示式為：強度與角度，
- 也就是： $r e^{js}$



複數的表示式

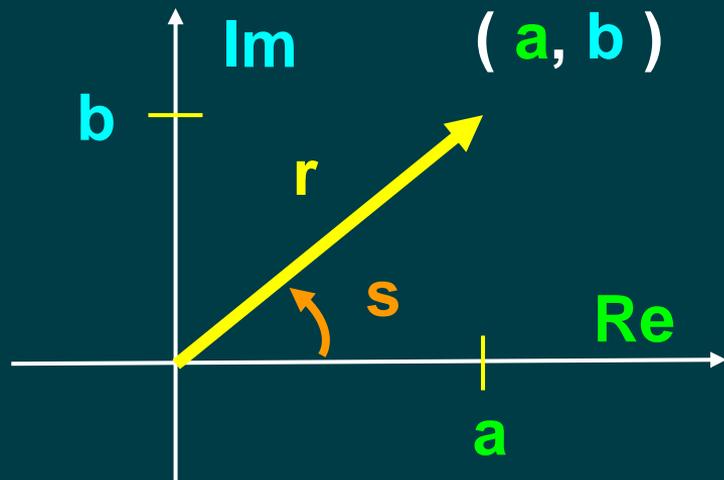
• 因此， $a + j b = r e^{j s}$

• 所以， $r = \sqrt{a^2 + b^2}$

$$\tan(s) = \frac{b}{a}$$

• 也就是， $a = r \cos(s)$

$$b = r \sin(s)$$

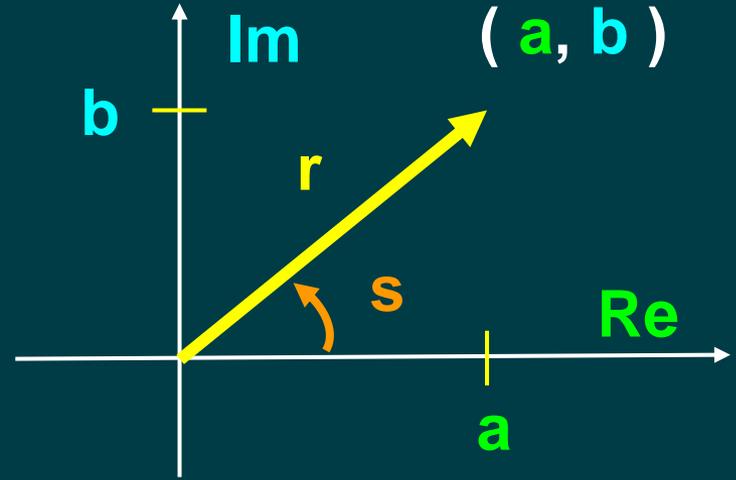


尤拉關係式

$$a + j b = r e^{j s}$$

$$a = r \cos(s)$$

$$b = r \sin(s)$$



- 則： $r \cos(s) + j r \sin(s) = r e^{j s}$
- 兩邊除以 r ： $\cos(s) + j \sin(s) = e^{j s}$
- 這就是所謂的：**尤拉關係式 (Euler's relation)**

尤拉關係式

• 所以：
$$e^{js} = \cos(s) + j \sin(s)$$

• 然後： $s = -s$

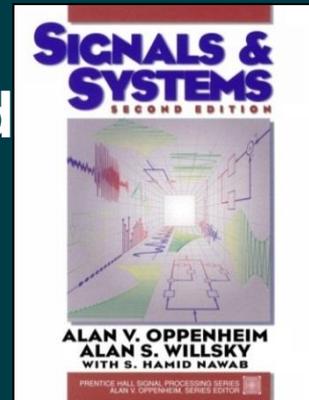
$$\begin{aligned} e^{j(-s)} &= \cos(-s) + j \sin(-s) \\ &= \cos(s) - j \sin(s) \end{aligned}$$

• 因此：

$$\begin{aligned} \cos(s) &= \frac{1}{2} (e^{js} + e^{-js}) \\ \sin(s) &= \frac{1}{2j} (e^{js} - e^{-js}) \end{aligned}$$

參考文獻

- Alan V. Oppenheim, Alan S. Willsky, S. Hamid
Signals & Systems,
Prentice Hall, 2nd Edition, 1997



- **SciLab:**
Open source software for numerical computation
<http://www.scilab.org/>