

從信號與系統到控制

單元：Z轉換系統-1

Z轉換的系統性質－因果性

授課老師：連 豐 力

單元學習目標與大綱

- 瞭解 Z 轉換操作 之下
所衍生出來的 系統 性質與定理
 - 因果性
 - 穩定性

系統的因果性

- 因果性的系統 (Causal) 的定義 (Definition)
- 一個所謂的具有因果性的系統，則：
- 該系統的輸出信號只跟目前與過去的輸入信號有關。
- 也就是：
- 該系統的輸出信號跟未來的輸入信號無關。

離散時間系統的因果性

- 該系統的輸出信號跟未來的輸入信號無關。

$x[n]$ → **LTI** → $y[n]$

$h[n]$

$y[n] = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x[m] h[n-m]$

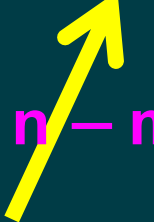
$= \sum_{m=-\infty}^n x[m] h[n-m] + \sum_{m=n+1}^{+\infty} x[m] h[n-m]$

$x[m]$ $y[n]$ m

$-\infty$ n $+\infty$

0

離散時間系統的因果性

$$y[n] = \sum_{m=-\infty}^n x[m] h[n-m] + \sum_{m=n+1}^{+\infty} x[m] h[n-m]$$


$$h[n-m] = 0 \quad \text{for } m > n$$

$$v = n - m \quad m = n - v$$

$$h[v] = 0 \quad \text{for } v < 0$$

離散時間系統的因果性

- 因果性的系統 (Causal) 的定理 (Theorem)

- 一個線性非時變的系統，

如果有下面的性質的話，則為具有因果性的系統：

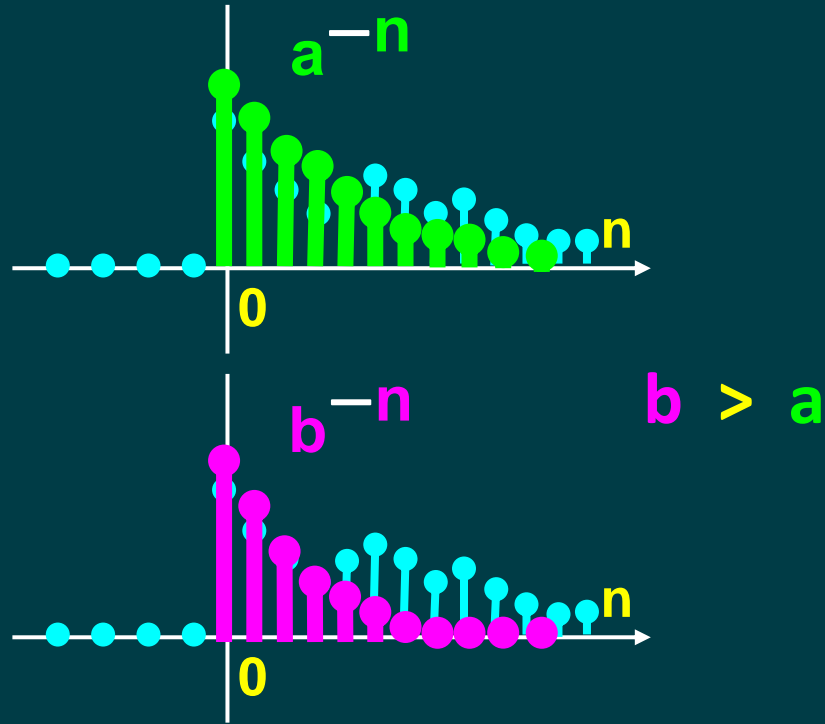
脈衝響應：
$$h[n] = 0 \quad \text{for } n < 0$$

- 也就是說：這個系統剛開始的初始狀態是休息的狀態
- 也可以這樣說： $h[n]$ 是一個往右邊有數值的函數

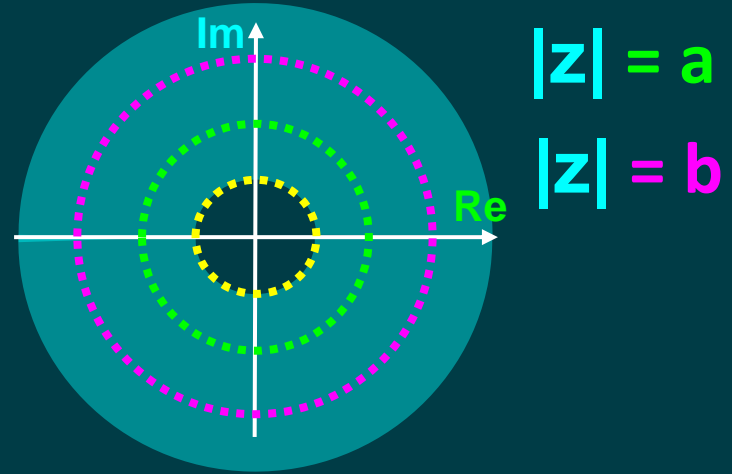
離散時間系統的因果性

- 對於一個具有因果性的系統 (Causal System)
- 其系統脈衝響應的Z轉換之後的收斂區間
- 會是一個某個圓的外部區域

離散時間系統的因果性

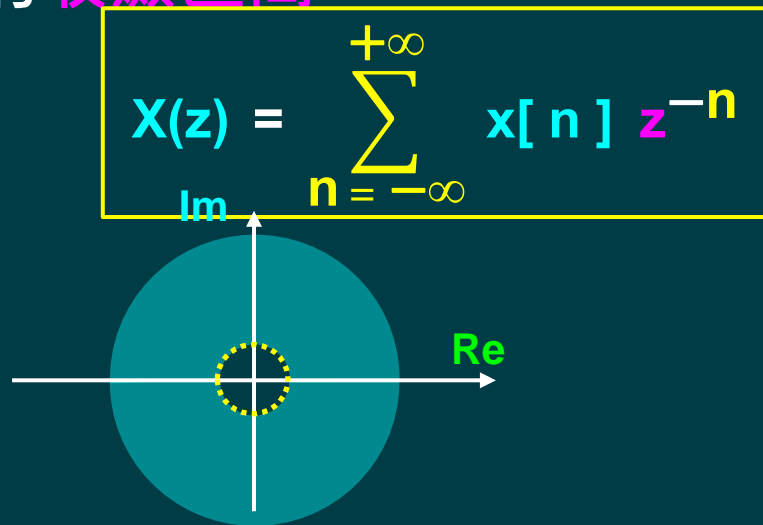
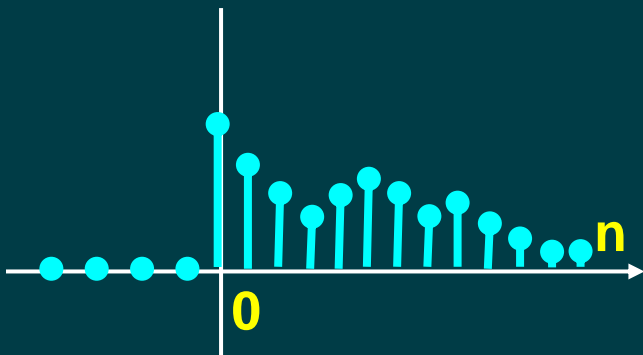


$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n] z^{-n}$$



離散時間系統的因果性

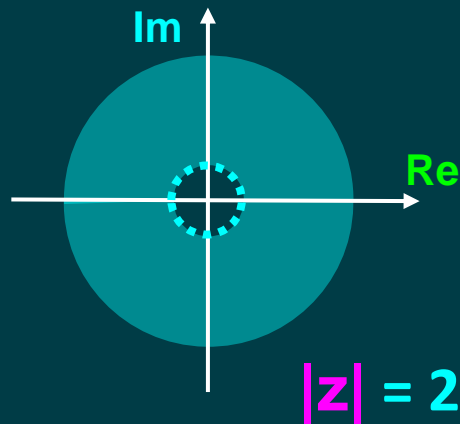
- 對於一個具有因果性的系統 (Causal System)
- 其系統脈衝響應的Z轉換之後的收斂區間
- 會是一個某個圓的外部區域



離散時間系統的因果性的範例

$$H(z) = \frac{z}{z - 0.5} + \frac{z}{z - 2} \quad |z| > 2$$

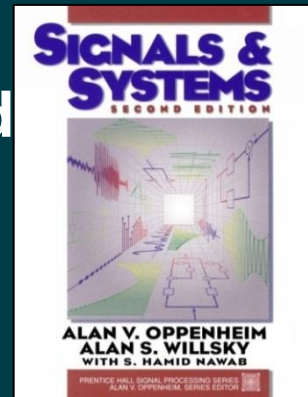
$$h[n] = 0.5^n u[n] + 2^n u[n]$$



- $H(z)$ 的收斂區間是 $|z| = 2$ 的外部區域
- 其脈衝響應 $h[n]$ 會是一個右邊函數
- 這是一個具有因果性的系統 (Causal System)

參考文獻

- Alan V. Oppenheim, Alan S. Willsky, S. Hamid
Signals & Systems,
Prentice Hall, 2nd Edition, 1997



- **SciLab:**
Open source software for numerical computation
<http://www.scilab.org/>