# 從信號與系統到控制

## 單元：Z轉換性質-7

## Z轉換 的 微分 性質

授課老師：連　豐　力

# 單元學習目標與大綱

- 根據 Z轉換 關係式，有下面的性質：
  - 線性組合
  - 時間軸 的 平移 翻轉 與 擴張
  - 複數Z平面上 的變形
  - 摺積計算關係式
  - 複數Z平面 的微分
  - 初值定理 與 終值定理

# Z平面上 的 微分關係式

- 如果有一個信號：x[n]

$$x[n] \xleftrightarrow{ZT} X(z) \qquad ROC = Rx$$

$$(n)\ x[n] \xleftrightarrow{ZT} (-z)\frac{d}{dz}X(z) \qquad ROC = Rx$$

# Z平面上 的 微分關係式

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]\ z^{-n}$$

$$(-z)\frac{d}{dz}X(z) = \frac{d}{dz}\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]\ \boxed{z^{-n}}$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]\ \boxed{(-n)}\ \boxed{z^{-n-1}}$$

$$z^{-n}\ z^{-1}$$

$$(-z)$$

$$= \boxed{z^{-1}\ (-1)} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} n\ x[n]\ z^{-n}$$

# Z平面上 的 微分關係式

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]\, z^{-n}$$

$$\boxed{(-z)\frac{d}{dz}X(z)} \xleftrightarrow{ZT}$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \boxed{n\; x[n]}\, z^{-n}$$

# Z平面上 的 微分關係式

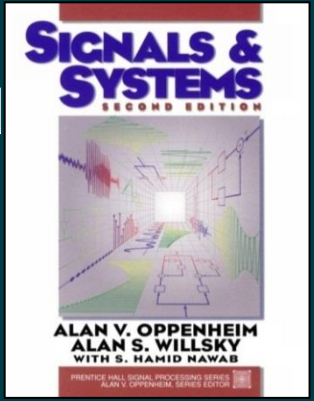
- 如果有一個信號：$x[n]$

$$x[n] \xleftrightarrow{ZT} X(z) \qquad ROC = R_x$$

$$(n)\,x[n] \xleftrightarrow{ZT} (-z)\frac{d}{dz}X(z) \qquad ROC = R_x$$

# 參考文獻

- Alan V. Oppenheim, Alan S. Willsky, S. Hamid
  Signals & Systems,
  Prentice Hall, 2nd Edition, 1997




- SciLab:
  Open source software for numerical computation
  http://www.scilab.org/