從信號與系統到控制

單元：Z轉換性質-6

Z轉換 的 摺積計算 性質

授課老師：連　豐　力

單元學習目標與大綱

- 根據 Z轉換 關係式，有下面的性質：
  - 線性組合
  - 時間軸 的 平移 翻轉 與 擴張
  - 複數Z平面上 的變形
  - 摺積計算關係式
  - 複數Z平面 的微分
  - 初值定理 與 終值定理

摺積計算關係式

- 如果有兩個信號：x[n] 與 y[n]

$$x[n] \xleftrightarrow{LT} X(z) \qquad ROC = Rx$$

$$y[n] \xleftrightarrow{LT} Y(z) \qquad ROC = Ry$$

$$x[n] * y[n] \xleftrightarrow{LT} X(z) \bullet Y(z)$$

ROC 包含 $Rx \cap Ry$

摺積計算關係式

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left(\boxed{x[n] * y[n]} \right) z^{-n}$$

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n] \; z^{-n}$$

$$\boxed{\sum_{n=-\infty}^{+\infty}} \boxed{\sum_{m=-\infty}^{+\infty}} \boxed{x[m]} y[n-m] \; z^{-n}$$

$$n - m = k \qquad n = k + m$$

$$\sum_{m=-\infty}^{+\infty} x[m] \sum_{n=-\infty}^{+\infty} y[\boxed{n-m}] \; z^{-\boxed{n}}$$

摺積計算關係式

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]\ z^{-n}$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left(x[n] * y[n] \right) z^{-n}$$

$$\sum_{m=-\infty}^{+\infty} x[m] \sum_{k=-\infty}^{+\infty} y[k] \quad z^{-(k+m)}$$

$$n - m = k \qquad n = k + m$$

$$\sum_{m=-\infty}^{+\infty} x[m] \sum_{n=-\infty}^{+\infty} y[\boxed{n-m}] \quad z^{-\boxed{n}}$$

摺積計算關係式

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left(x[n] * y[n] \right) z^{-n}$$

$$\boxed{X(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]\ z^{-n}}$$

$$\sum_{m=-\infty}^{+\infty} x[m] \sum_{k=-\infty}^{+\infty} y[k] \ \boxed{z^{-(k+m)}}$$

$$z^{-k}\ z^{-m}$$

$$\boxed{\sum_{m=-\infty}^{+\infty} x[m]\ z^{-m}} \ \boxed{\sum_{k=-\infty}^{+\infty} y[k]\ z^{-k}} = X(z) \cdot Y(z)$$

摺積計算關係式

$$\boxed{\boxed{X(z)} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \boxed{x[n]}\ z^{-n}}$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left(\boxed{x[n] \ * \ y[n]} \right) z^{-n}$$

ZT

$$= \boxed{X(z) \bullet Y(z)}$$

摺積計算關係式

- 如果有兩個信號：x[n] 與 y[n]

$$x[n] \xleftrightarrow{LT} X(z) \qquad ROC = Rx$$

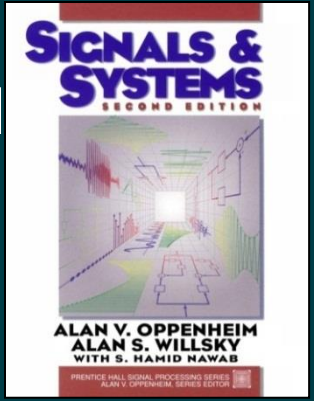
$$y[n] \xleftrightarrow{LT} Y(z) \qquad ROC = Ry$$

$$x[n] \boxed{*} y[n] \xleftrightarrow{LT} X(z) \boxed{\bullet} Y(z)$$

ROC 包含 $Rx \cap Ry$

參考文獻

- Alan V. Oppenheim, Alan S. Willsky, S. Hamid Nawab,
  Signals & Systems,
  Prentice Hall, 2nd Edition, 1997



- SciLab:
  Open source software for numerical computation
  http://www.scilab.org/