從信號與系統到控制

單元：Z轉換性質-3

Z轉換 的 翻轉 性質

授課老師： 連　豐　力

單元學習目標與大綱

- 根據 Z轉換 關係式，有下面的性質：
  - 線性組合
  - 時間軸 的 平移 翻轉 與 擴張
  - 複數Z平面上 的變形
  - 摺積計算關係式
  - 複數Z平面 的微分
  - 初值定理 與 終值定理

時間軸上 平移-翻轉-擴張 性質

- 如果有一個信號：x[n]

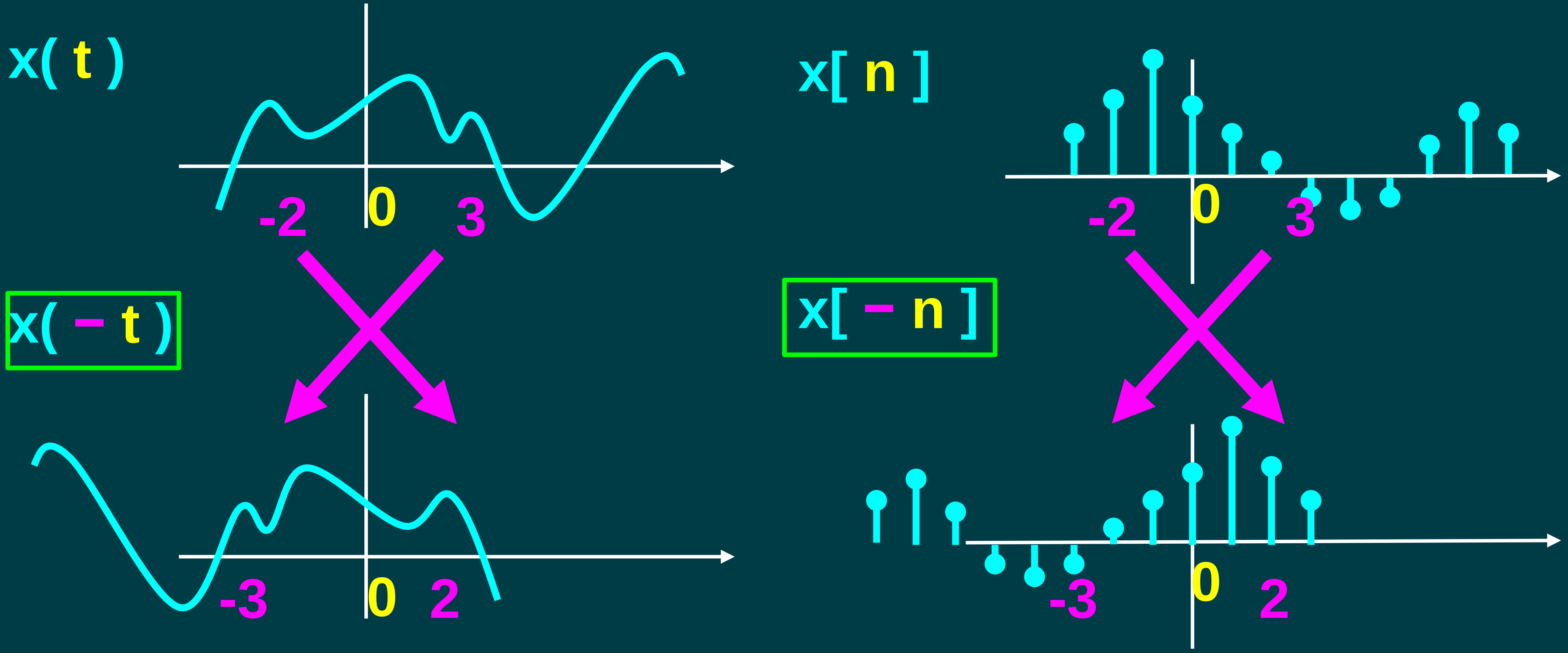
$$x[n] \xleftrightarrow{ZT} X(z) \qquad ROC = Rx$$

$$x[n-a] \xleftrightarrow{ZT} z^{(-a)} X(z) \qquad ROC = Rx$$

$$\boxed{x[-n] \xleftrightarrow{ZT} X\left(\frac{1}{z}\right)} \qquad ROC = \frac{1}{Rx}$$

$$x_{(k)}[n] \xleftrightarrow{ZT} X(z^k) \qquad ROC = Rx^{\frac{1}{k}}$$

信號在時間軸 的 翻轉



時間軸上 翻轉的關係式

$$X(\boxed{z}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]\,\boxed{z}^{-n}$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left(x\boxed{[-n]} \right) z^{\boxed{-n}}$$

$$-n = m$$

$$= \sum_{\boxed{m=+\infty}}^{\boxed{-\infty}} x[m]\,\boxed{z^{m}}$$

$$= \boxed{\sum_{m=-\infty}^{+\infty} x[m] \left(\boxed{\frac{1}{z}}\right)^{-m}} = X\left(\frac{1}{z}\right)$$

時間軸上 翻轉的關係式

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\left(\boxed{x[-n]}\right) z^{-n}$$

$$\boxed{X(z)} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \boxed{x[n]}\ z^{-n}$$

$$\boxed{x[-n]} \xleftrightarrow{ZT} \boxed{X\left(\frac{1}{z}\right)}$$

$$= \boxed{X\left(\frac{1}{z}\right)}$$

時間軸上 翻轉的關係式

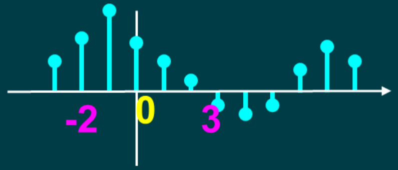
$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n] \; z^{-n}$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left(\; x[-n] \; \right) z^{-n} \xleftrightarrow{ZT} = X\left(\boxed{\frac{1}{z}}\right)$$

$$\text{ROC} = \frac{1}{Rx}$$

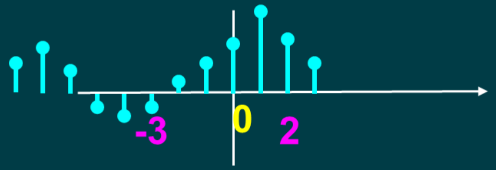
時間軸上 翻轉的關係式

- 如果有一個信號：x[n]



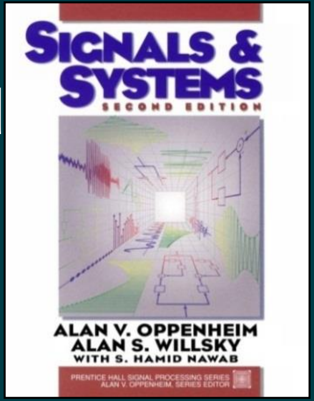
$$x[n] \xleftrightarrow{ZT} X(z) \qquad ROC = Rx$$

$$x[-n] \xleftrightarrow{ZT} X\left(\frac{1}{z}\right) \qquad ROC = \frac{1}{Rx}$$



參考文獻

- Alan V. Oppenheim, Alan S. Willsky, S. Hamid
  Signals & Systems,
  Prentice Hall, 2nd Edition, 1997



- SciLab:
  Open source software for numerical computation
  http://www.scilab.org/