

從信號與系統到控制

單元：DT-FT系統-1

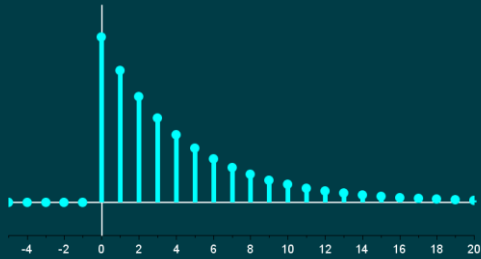
利用 傅立葉轉換 分析 系統輸入輸出 關係

授課老師：連 豐 力

單元學習目標與大綱

- 嘗試利用 **傅立葉轉換** 的關係式，
- 幫助瞭解一個**系統**本身的 **響應**，
- 以及 **輸入信號** 與 **輸出信號** 之間的關係

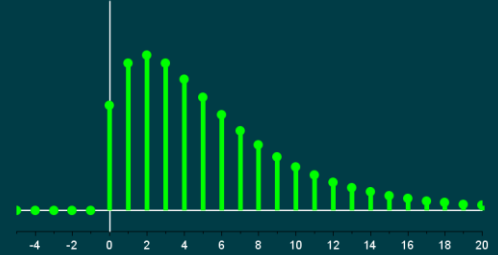
系統輸入輸出 與 摺積計算 的關係



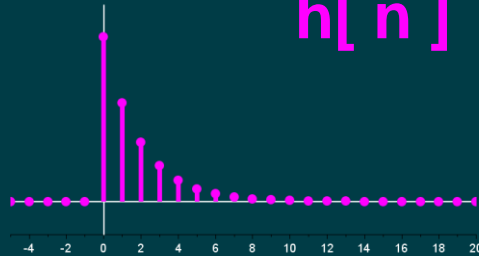
$x[n]$



$y[n]$



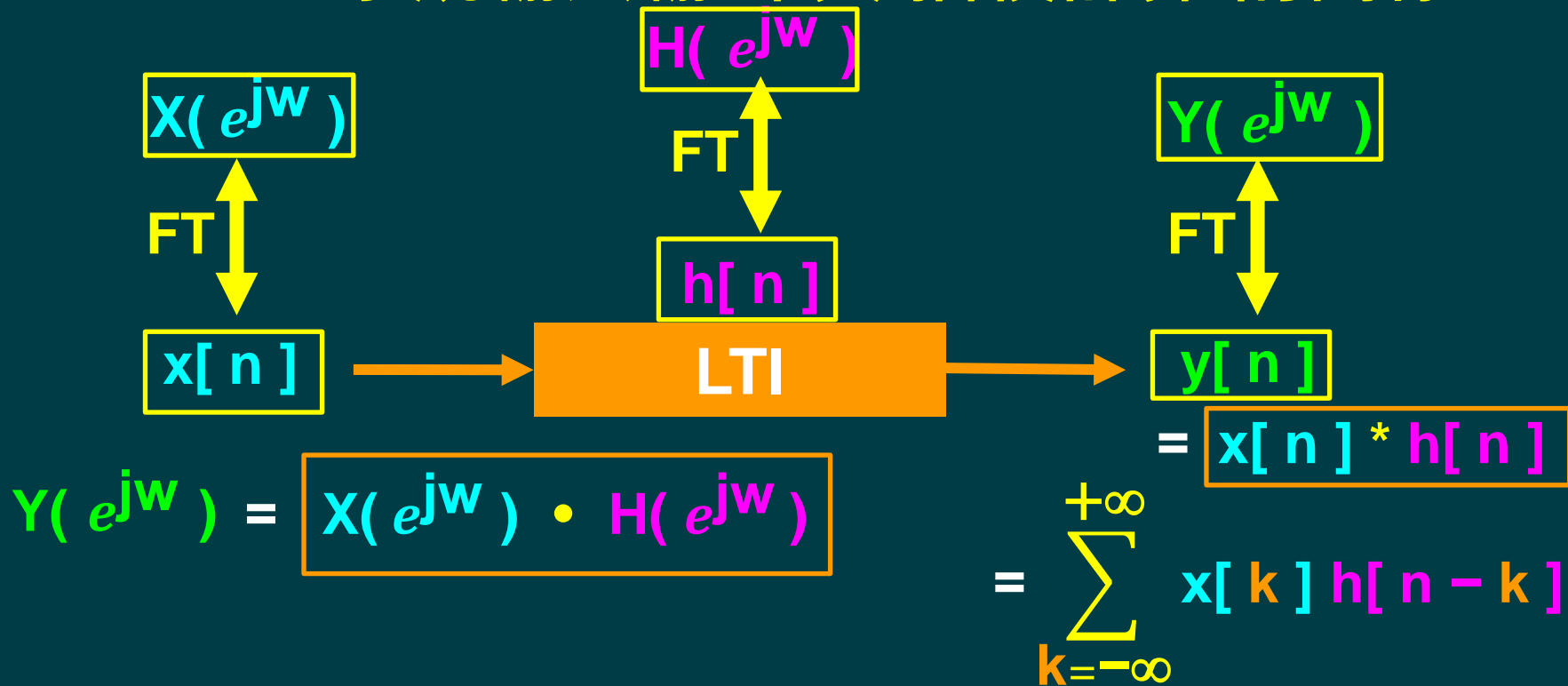
$h[n]$



$$= x[n] * h[n]$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k] h[n-k]$$

系統輸入輸出 與 摺積計算 的關係



從摺積計算開始

$$y[n] = x[n] * h[n]$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k] h[n-k]$$

$$Y(e^{j\omega}) = \mathcal{F}\{y[n]\}$$

$$Y(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} y[n] e^{-j\omega n}$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k] h[n-k] e^{-j\omega n}$$

$$x[k] h[n-k] e^{-j\omega n}$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[k] h[n-k] e^{-j\omega n}$$

$$x[k] h[n-k] e^{-j\omega n}$$

從摺積計算開始

$$Y(e^{j\omega}) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \boxed{x[k]} h[n-k] e^{-j\omega n}$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k] \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h[\boxed{n-k}] e^{-j\omega \boxed{n}}$$

$n - k = r \quad n = r + k$

$$= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k] \sum_{r=-\infty}^{+\infty} h[r] e^{-j\omega(r+k)}$$

從摺積計算開始

$$\begin{aligned} Y(e^{j\omega}) &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k] \sum_{r=-\infty}^{+\infty} h[r] e^{-j\omega(r+k)} \\ &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k] \sum_{r=-\infty}^{+\infty} h[r] e^{-j\omega(r)} e^{-j\omega(k)} \\ &= \sum_{r=-\infty}^{+\infty} h[r] e^{-j\omega(r)} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k] e^{-j\omega(k)} \end{aligned}$$

從摺積計算開始

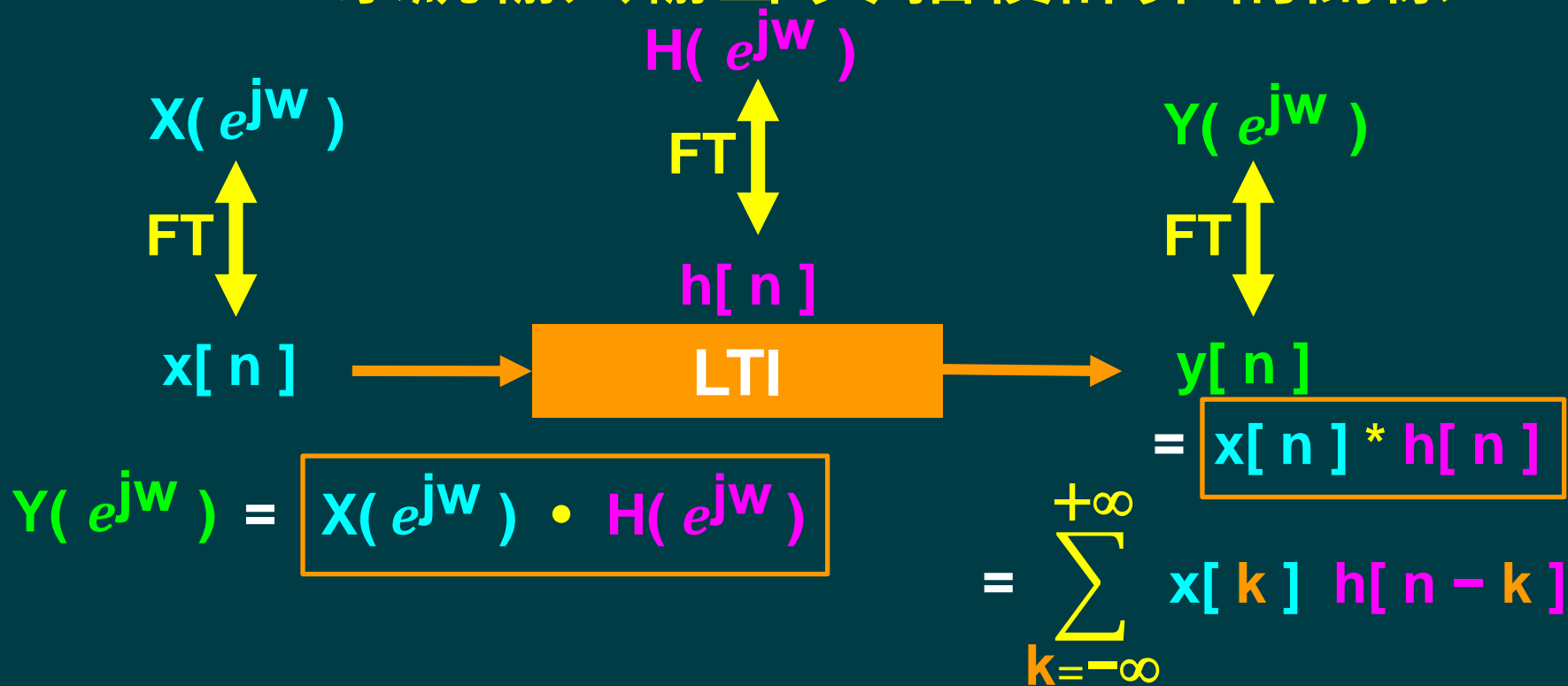
$$Y(e^{j\omega}) = \sum_{r=-\infty}^{+\infty} h[r] e^{-j\omega r} \quad \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k] e^{-j\omega k}$$

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h[n] e^{-j\omega n}$$

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n] e^{-j\omega n}$$

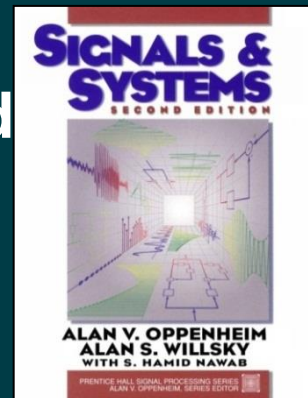
$$= H(e^{j\omega}) \cdot X(e^{j\omega})$$

系統輸入輸出 與 摺積計算 的關係



參考文獻

- Alan V. Oppenheim, Alan S. Willsky, S. Hamid
Signals & Systems,
Prentice Hall, 2nd Edition, 1997



- **SciLab:**
Open source software for numerical computation
<http://www.scilab.org/>