

從信號與系統到控制

單元：DT-FT性質-3

離散時間 傅立葉轉換 的 共軛性質

授課老師：連 豐 力

單元學習目標與大綱

- 根據 傅立葉轉換 關係式，有下面的性質：
- 線性組合
- 時間軸 與 頻率軸 的 平移
- 共軛關係式
- 差分 與 總和 以及 頻率軸 的 微分
- 時間軸的 翻轉 與 擴張

傅立葉轉換 的 表示式

$$\begin{aligned} x[n] &\xleftrightarrow{\text{FT}} X(e^{j\omega}) & a^n u[n] &\xleftrightarrow{\text{FT}} \frac{1}{1 - (a e^{-j\omega})} \\ X(e^{j\omega}) &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n] e^{-j\omega n} \\ x[n] &= \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} X(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega \\ X(e^{j\omega}) &= \mathcal{F} \{ x[n] \} & \mathcal{F} \{ a^n u[n] \} &= \frac{1}{1 - (a e^{-j\omega})} \\ x[n] &= \mathcal{F}^{-1} \{ X(e^{j\omega}) \} & \mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{1}{1 - (a e^{-j\omega})} \right\} &= a^n u[n] \end{aligned}$$

共軛的關係式

- 如果有一個信號： $x[n]$

$$x[n] \xleftrightarrow{\text{FT}} X(e^{j\omega})$$

$$(x[n])^* \xleftrightarrow{\text{FT}} X^*(e^{-j\omega})$$

共軛的關係式

$$(x[n])^* = \left(\frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} x(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega \right)^*$$

$$e^{js} = \cos(s) + j \sin(s)$$

$$(e^{js})^* = \cos(s) - j \sin(s) = e^{-js}$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} x^*(e^{j\omega}) e^{-j\omega n} d\omega$$

共軛的關係式

$$(x[n])^* = \left(\frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} x(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega \right)^*$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} x^*(e^{-\omega}) e^{-j\omega n} d\omega$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} x^*(e^{-j\omega}) e^{j\omega n} d\omega$$

$$\begin{array}{l} \omega \rightarrow -\omega \\ -\omega \rightarrow \omega \end{array}$$

共軛的關係式

$$\boxed{(x[n])^*} = \left(\frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} x(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega \right)^*$$

FT

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} \boxed{x^*(e^{-j\omega})} e^{j\omega n} d\omega$$

$$\boxed{z[n]} = \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} \boxed{Z(e^{j\omega})} e^{j\omega n} d\omega$$

共軛的關係式

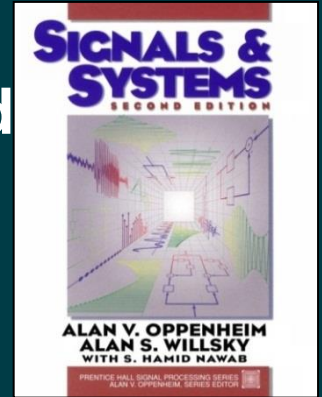
- 如果有一個信號： $x[n]$

$$x[n] \xleftrightarrow{\text{FT}} X(e^{j\omega})$$

$$(x[n])^* \xleftrightarrow{\text{FT}} X^*(e^{-j\omega})$$

參考文獻

- Alan V. Oppenheim, Alan S. Willsky, S. Hamid
Signals & Systems,
Prentice Hall, 2nd Edition, 1997



- **SciLab:**
Open source software for numerical computation
<http://www.scilab.org/>