

從信號與系統到控制

單元：DT-FT性質-1

離散時間 傅立葉轉換 的 線性 性質

授課老師：連 豐 力

單元學習目標與大綱

- 根據 傅立葉轉換 關係式，有下面的性質：
- 線性組合
- 時間軸 與 頻率軸 的 平移
- 共軛關係式
- 差分 與 總和 以及 頻率軸 的 微分
- 時間軸的 翻轉 與 擴張

傅立葉轉換 的 表示式

$$x[n] \xleftrightarrow{\text{FT}} X(e^{j\omega}) \quad a^n u[n] \xleftrightarrow{\text{FT}} \frac{1}{1 - (a e^{-j\omega})}$$

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n] e^{-j\omega n}$$

$$x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} X(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega$$

$$X(e^{j\omega}) = \mathcal{F} \{ x[n] \} \quad \mathcal{F} \{ a^n u[n] \} = \frac{1}{1 - (a e^{-j\omega})}$$

$$x[n] = \mathcal{F}^{-1} \{ X(e^{j\omega}) \} \quad \mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{1}{1 - (a e^{-j\omega})} \right\} = a^n u[n]$$

線性組合的關係

- 如果有兩個信號： $x[n]$ 與 $y[n]$

$$x[n] \xleftrightarrow{\text{FT}} X(e^{j\omega})$$

$$y[n] \xleftrightarrow{\text{FT}} Y(e^{j\omega})$$

$$a x[n] + b y[n] \xleftrightarrow{\text{FT}} a X(e^{j\omega}) + b Y(e^{j\omega})$$

線性組合的關係

$$\boxed{a x[n] + b y[n]} \xleftrightarrow{\text{FT}} a \boxed{X(e^{j\omega})} + b \boxed{Y(e^{j\omega})}$$

$z[n]$ $Z(e^{j\omega})$

$$Z(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \boxed{z[n]} e^{-j\omega n}$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (\boxed{a x[n]} + \boxed{b y[n]}) e^{-j\omega n}$$

$$= a \boxed{\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n] e^{-j\omega n}} + b \boxed{\sum_{n=-\infty}^{+\infty} y[n] e^{-j\omega n}}$$

線性組合的關係

$$a \boxed{x[n]} + b \boxed{y[n]} \xleftrightarrow{\text{FT}} \boxed{a X(e^{j\omega}) + b Y(e^{j\omega})}$$

$z[n]$ $Z(e^{j\omega})$

$$z[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} \boxed{Z(e^{j\omega})} e^{j\omega n} d\omega$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} (\boxed{a X(e^{j\omega})} + \boxed{b Y(e^{j\omega})}) e^{j\omega n} d\omega$$

$$= a \boxed{\frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} X(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega} + b \boxed{\frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} Y(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega}$$

線性組合的關係

- 如果有兩個信號： $x[n]$ 與 $y[n]$

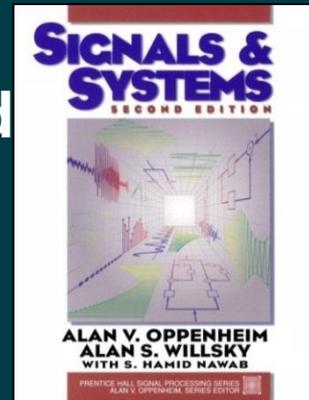
$$x[n] \xleftrightarrow{\text{FT}} X(e^{j\omega})$$

$$y[n] \xleftrightarrow{\text{FT}} Y(e^{j\omega})$$

$$a x[n] + b y[n] \xleftrightarrow{\text{FT}} a X(e^{j\omega}) + b Y(e^{j\omega})$$

參考文獻

- Alan V. Oppenheim, Alan S. Willsky, S. Hamid
Signals & Systems,
Prentice Hall, 2nd Edition, 1997



- **SciLab:**
Open source software for numerical computation
<http://www.scilab.org/>