

從信號與系統到控制

單元：CT-FT系統-1

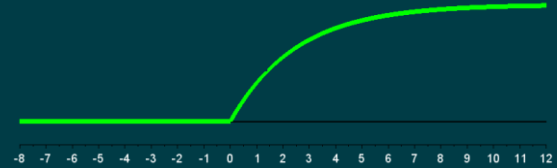
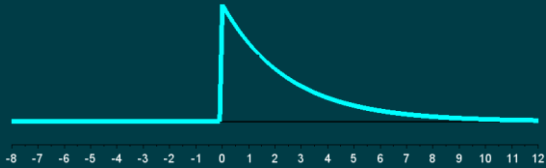
利用 傅立葉轉換 分析 系統輸入輸出 關係

授課老師：連 豐 力

單元學習目標與大綱

- 嘗試利用 **傅立葉轉換** 的關係式，
- 幫助瞭解一個系統本身的 **響應**，
- 以及 **輸入信號** 與 **輸出信號** 之間的關係

系統輸入輸出 與 摺積計算 的關係



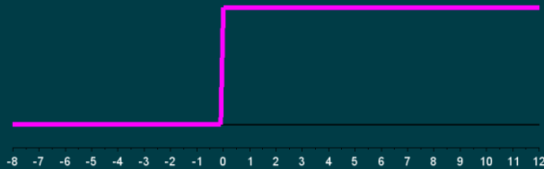
$x(t)$



$y(t)$

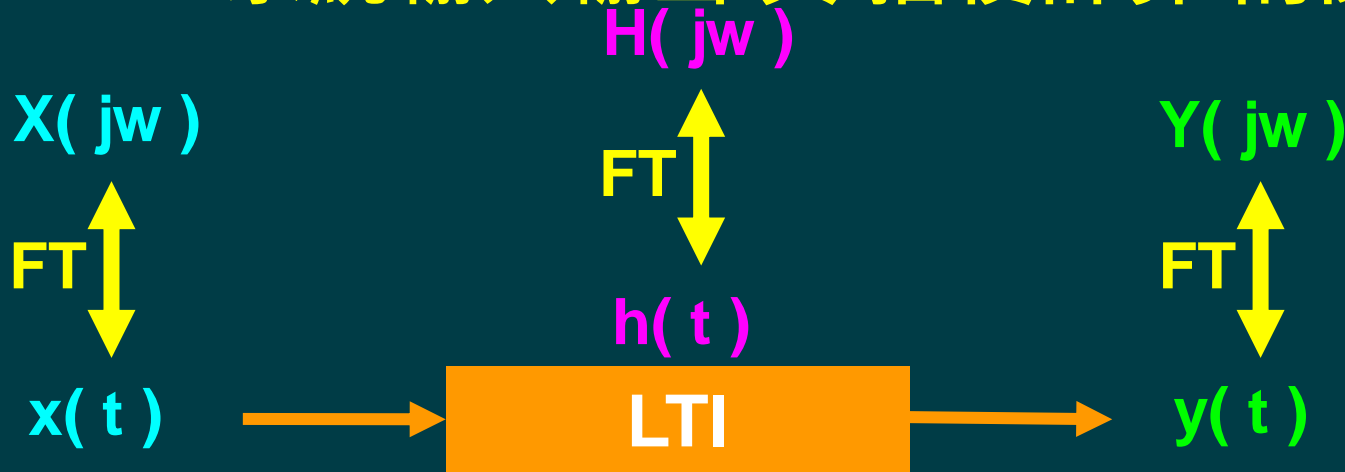
$h(t)$

$= x(t) * h(t)$



$$= \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) h(t - \tau) d\tau$$

系統輸入輸出 與 摺積計算 的關係



$$Y(j\omega) = X(j\omega) \cdot H(j\omega)$$

$$= x(t) * h(t)$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) h(t - \tau) d\tau$$

從摺積計算開始

$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(s) h(t-s) ds$$

$$Y(j\omega) = \mathcal{F}\{y(t)\}$$

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x(s) h(t-s) ds e^{-j\omega t} dt$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x(s) h(t-s) e^{-j\omega t} dt ds$$

從摺積計算開始

$$\begin{aligned} Y(j\omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \boxed{x(s)} h(t-s) e^{-j\omega t} dt ds \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} x(s) \int_{-\infty}^{\infty} h(\boxed{t-s}) e^{-j\omega \boxed{t}} \boxed{dt} ds \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} x(s) \int_{-\infty}^{\infty} h(r) \boxed{e^{-j\omega(r+s)}} dr ds \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} x(s) \int_{-\infty}^{\infty} h(r) e^{-j\omega r} e^{-j\omega s} dr ds \end{aligned}$$

$t - s = r \quad t = r + s \quad dt = dr$

從摺積計算開始

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$$

$$Y(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(s) \int_{-\infty}^{\infty} h(r) e^{-j\omega r} e^{-j\omega s} dr ds$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} x(s) e^{-j\omega s} \int_{-\infty}^{\infty} h(r) e^{-j\omega r} dr ds$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} x(s) e^{-j\omega s} H(j\omega) ds$$

$$= H(j\omega) \int_{-\infty}^{+\infty} x(s) e^{-j\omega s} ds$$

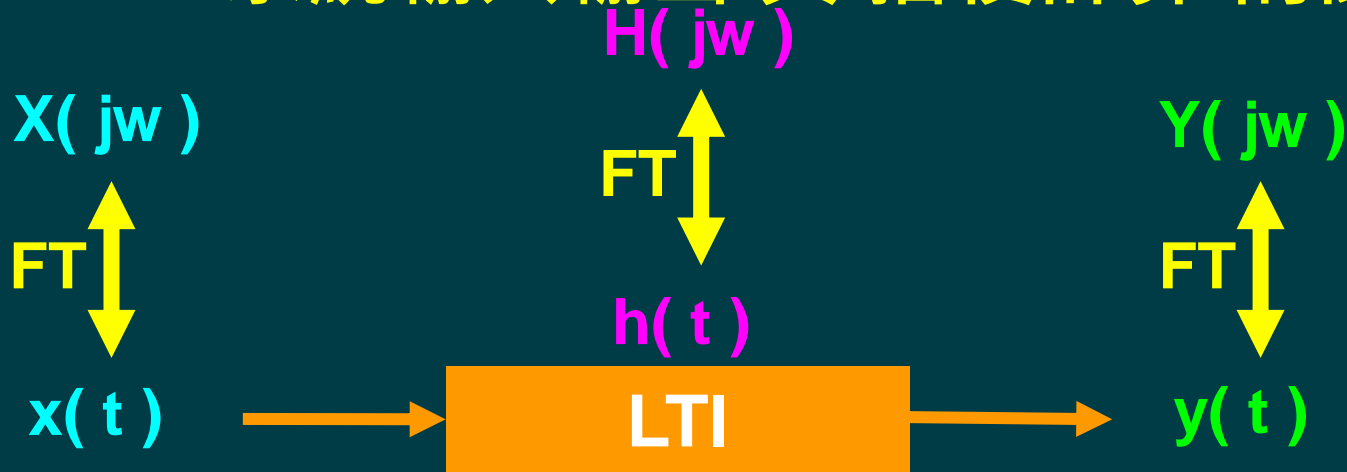
從摺積計算開始

$$Y(j\omega) = H(j\omega) \int_{-\infty}^{+\infty} x(s) e^{-j\omega s} ds$$

$$= H(j\omega) X(j\omega)$$

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$$

系統輸入輸出 與 摺積計算 的關係

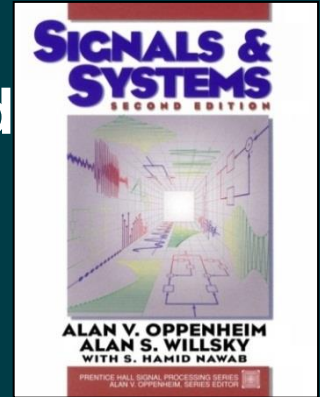


$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) h(t - \tau) d\tau$$

$$Y(j\omega) = X(j\omega) \cdot H(j\omega)$$

參考文獻

- Alan V. Oppenheim, Alan S. Willsky, S. Hamid
Signals & Systems,
Prentice Hall, 2nd Edition, 1997



- **SciLab:**
Open source software for numerical computation
<http://www.scilab.org/>