從信號與系統到控制

單元：CT-FT性質-3

連續時間 傅立葉轉換 的 共軛性質

授課老師：連　豐　力

單元學習目標與大綱

- 根據 傅立葉轉換 關係式，有下面的性質：

- 線性組合
- 時間軸的平移
- 共軛關係式
- 微分與積分
- 時間軸與頻率軸的擴張與壓縮

傅立葉轉換 的 表示式

$$x(t) \xleftrightarrow{FT} X(jw) \qquad e^{-at}u(t) \xleftrightarrow{FT} \frac{1}{(a+jw)}$$

$$X(jw) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\, e^{-jwt}\, dt$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} X(jw)\, e^{jwt}\, dw$$

$$X(jw) = \mathcal{F}\{\, x(t) \,\} \qquad \mathcal{F}\{\, e^{-at}u(t) \,\} = \frac{1}{(a+jw)}$$

$$x(t) = \mathcal{F}^{-1}\{\, X(jw) \,\} \qquad \mathcal{F}^{-1}\left\{ \frac{1}{(a+jw)} \right\} = e^{-at}u(t)$$

共軛的關係式

- 如果有一個信號：$x(t)$

$$x(t) \xleftrightarrow{FT} X(jw)$$

$$(\ x(t)\ )^* \xleftrightarrow{FT} X^*(-jw)$$

共軛的關係式

$$(x(t))^* = \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \boxed{X(jw)}\ \boxed{e^{jwt}}\, dw \right)^*$$

$$e^{js} = \cos(s) + j\sin(s)$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} (X(jw))^* \left(\boxed{e^{jwt}}\right)^* dw$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{\boxed{-\infty}}^{\boxed{\infty}} X^*(\boxed{jw})\ e^{\boxed{-jw}t}\ \boxed{dw}$$

$$-w = s$$

$$w = -s$$

$$dw = -ds$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{+\infty}^{-\infty} X^*(-js)\ e^{+jst}\, (-ds)$$

共軛的關係式

$$(x(t))^* = \frac{1}{2\pi}\int_{\boxed{+\infty}}^{\boxed{-\infty}} X^*(-js)\; e^{+jst}\,\boxed{(-ds)}$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} X^*(-js)\; e^{+jst}\,(ds) \qquad s = w$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} X^*(-jw)\; e^{jwt}\,(dw)$$

共軛的關係式

$$\boxed{(x(t))^*} = \frac{1}{2\pi}\int_{+\infty}^{-\infty} X^*(-js)\, e^{+jst}\,(-ds)$$

FT

$$= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \boxed{X^*(-jw)}\, e^{jwt}\,(dw)$$

$$\boxed{\boxed{x(t)} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \boxed{X(jw)}\, e^{jwt}\, dw}$$

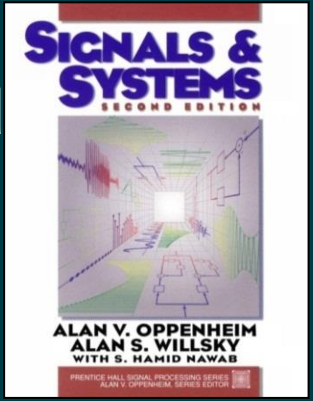
共軛的關係式

$$x(t) \xleftrightarrow{FT} X(jw)$$

$$\left(x(t) \right)^* \xleftrightarrow{FT} X^*(-jw)$$

參考文獻

- Alan V. Oppenheim, Alan S. Willsky, S. Hamid
  Signals & Systems,
  Prentice Hall, 2nd Edition, 1997



- SciLab:
  Open source software for numerical computation
  http://www.scilab.org/