

從信號與系統到控制

單元：連續F轉換-10

傅立葉轉換 範例 - 週期脈衝函數


授課老師：連 豐 力

單元學習目標與大綱

- 根據 傅立葉轉換 有關 週期信號 的關係式
- 計算 週期脈衝函數 的 傅立葉轉換

週期信號的 傅立葉轉換 表示式

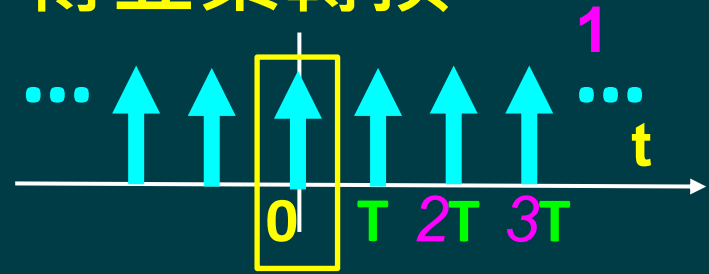
- 一個週期信號的 傅立葉轉換 的關係式：

$$\begin{aligned} x(t) &\xleftrightarrow{\text{FT}} X(j\omega) \\ &\stackrel{\text{FS}}{=} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{j k \omega_0 t} \\ &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} 2\pi a_k \delta(\omega - k \omega_0) \end{aligned}$$


- 任意的週期信號

週期脈衝函數的傅立葉轉換

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT)$$



$$a_k = \frac{1}{T} \int_T x(t) e^{-jkw_0 t} dt$$

$$= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \delta(t - 0T) e^{-jkw_0 t} dt = \frac{1}{T}$$

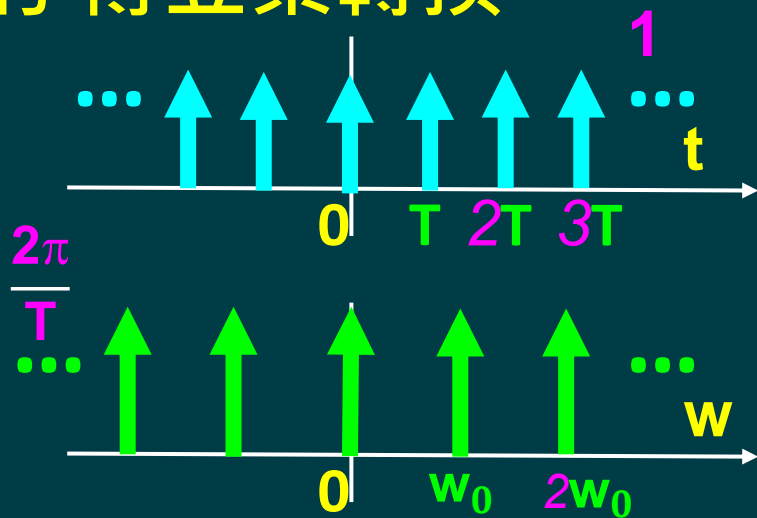
The diagram shows a yellow arrow pointing from the exponent $-jkw_0 t$ to the value 1 at $t=0$, indicating that the exponential term evaluates to 1 at the location of the impulse.

週期脈衝函數的傅立葉轉換

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT)$$

$$a_k = \frac{1}{T}$$

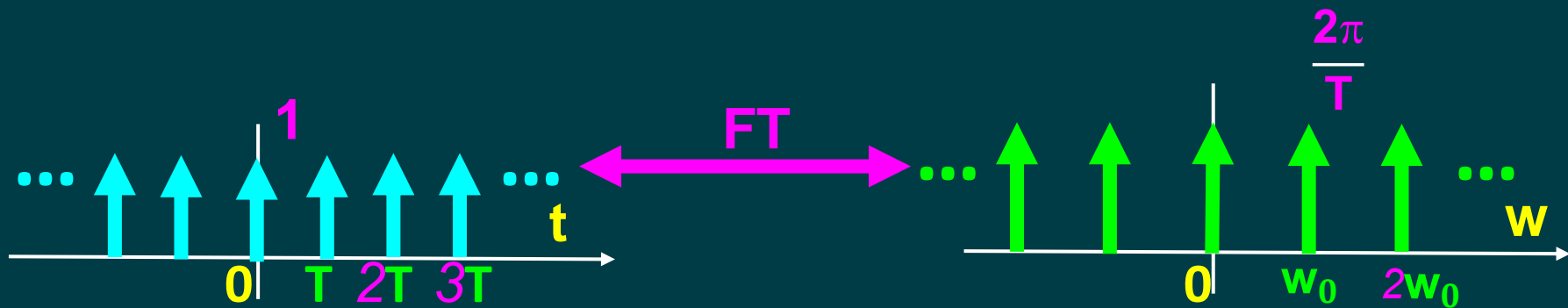
$$X(j\omega) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} 2\pi a_k \delta(\omega - k\omega_0)$$



$$= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{2\pi}{T} \delta(\omega - k\omega_0)$$

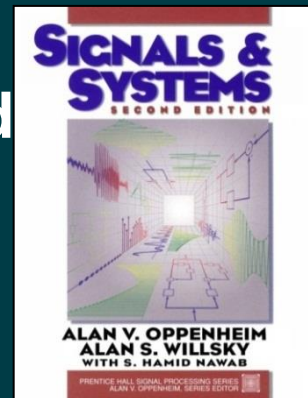
週期脈衝函數的傅立葉轉換

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT) \xleftrightarrow{\text{FT}} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{2\pi}{T} \delta(\omega - k\omega_0)$$



參考文獻

- Alan V. Oppenheim, Alan S. Willsky, S. Hamid
Signals & Systems,
Prentice Hall, 2nd Edition, 1997



- **SciLab:**
Open source software for numerical computation
<http://www.scilab.org/>