

# 從信號與系統到控制

## 單元：DT-FS性質-5

### 離散時間 傅立葉級數 的 性質 – 差分

授課老師：連 豐 力

# 單元學習目標與大綱

- 討論一個信號的 **差分操作** 之後，  
對應的 **傅立葉級數係數的變化**

# 單元學習目標與大綱

- 討論一個信號的 **差分操作** 之後，  
對應的 **傅立葉級數係數**的變化
- **差分操作**，就是， $x[n] - x[n-1]$   
與 **同一信號** **平移一個時間**之後 **相減**

# 傅立葉級數 與 其係數 $a_k$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{N}$$

$$x[n] \xleftrightarrow{\text{FS}} a_k$$

$$x[n] = \sum_{k=\langle N \rangle} a_k e^{jk\omega_0 n}$$

$$a_k = \frac{1}{N} \sum_{n=\langle N \rangle} x[n] e^{-jk\omega_0 n}$$

$$a_{k+rN} = a_k$$

# 差分操作

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{N}$$

- 假設有一個信號： $x[n]$ ，週期是  $N$

$$x[n] \quad \longleftrightarrow \text{FS} \quad a_k$$

$$x[n] = \sum_{k=\langle N \rangle} a_k e^{jk\omega_0 n}$$

$$x[n-d] \quad \longleftrightarrow \text{FS} \quad b_k$$

$$= a_k e^{jk\omega_0(-d)}$$

$$x[n-1] \quad \longleftrightarrow \text{FS} \quad b_k$$

$$= a_k e^{jk\omega_0(-1)}$$

# 差分操作

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{N}$$

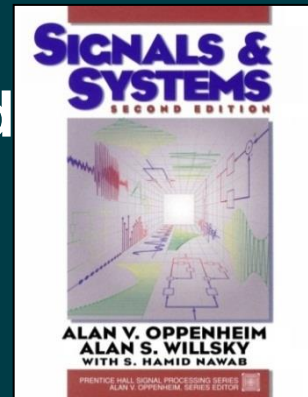
$$x[n] \xleftrightarrow{\text{FS}} a_k$$

$$x[n-1] \xleftrightarrow{\text{FS}} a_k e^{jk\omega_0(-1)}$$

$$\begin{aligned} x[n] - x[n-1] &\xleftrightarrow{\text{FS}} a_k - a_k e^{-jk\omega_0} \\ &= a_k (1 - e^{-jk\omega_0}) \end{aligned}$$

# 參考文獻

- Alan V. Oppenheim, Alan S. Willsky, S. Hamid  
**Signals & Systems**,  
Prentice Hall, 2nd Edition, 1997



- **SciLab:**  
Open source software for numerical computation  
<http://www.scilab.org/>