從信號與系統到控制

單元：DT-FS性質-3

離散時間 傅立葉級數 的 性質 – 翻轉

授課老師：連　豐　力

單元學習目標與大綱

- 討論一個信號 在 時間軸翻轉 之後，
  對應的 傅立葉級數係數的變化

傅立葉級數 與 其係數 a_k

$$w_0 = \frac{2\pi}{N}$$

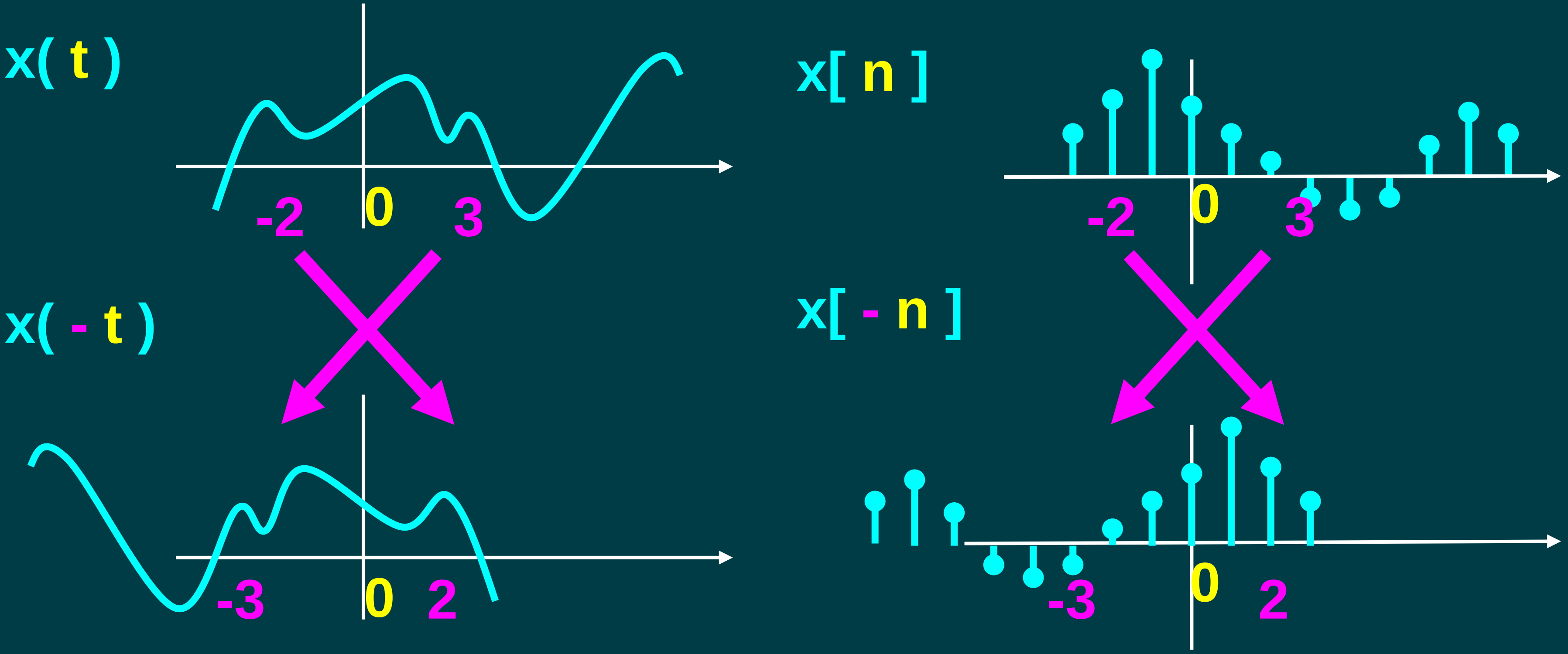
$$x[n] \overset{FS}{\longleftrightarrow} a_k$$

$$x[n] = \sum_{\boxed{k=\langle N\rangle}} \boxed{a_k} \boxed{e^{jkw_0 n}}$$

$$a_k = \frac{1}{N} \sum_{\boxed{n=\langle N\rangle}} \boxed{x[n]}\, e^{-j\boxed{kw_0}n}$$

$$a_{k+rN} = a_k$$

信號在時間軸的翻轉



時間軸的翻轉

$$w_0 = \frac{2\pi}{N}$$

- 假設有一個信號：x[n]，週期是 N

$$x[n] \xleftrightarrow{FS} a_k \qquad x[n] = \sum_{k=<N>} a_k e^{jkw_0 n}$$

$$a_k = \frac{1}{N} \sum_{n=<N>} x[n] e^{-jkw_0 n}$$

- 那，

$$x[-n] \xleftrightarrow{FS} b_k = a_{-k}$$

時間軸的翻轉

$$x[n] = \sum_{k=\langle N\rangle} a_k \, e^{jkw_0 \boxed{n}}$$

$$-k = m$$

$$k = -m$$

$$x[-n] = \sum_{k=\langle N\rangle} a_k \, e^{jkw_0 \boxed{(-n)}}$$

$$= \sum_{\boxed{k}=\langle N\rangle} a_{\boxed{k}} \, e^{j\boxed{(-k)}w_0(n)}$$

$$= \sum_{\boxed{(-m)=\langle N\rangle}} a_{(-m)} \, e^{j(m)w_0(n)}$$

$$= \sum_{m=\langle N\rangle} a_{(-m)} \, e^{j(m)w_0(n)}$$

時間軸的翻轉

$$\boxed{x[-n]} = \sum_{k=<N>} \boxed{a_{(-k)}}\, e^{j(k)w_0(n)}$$

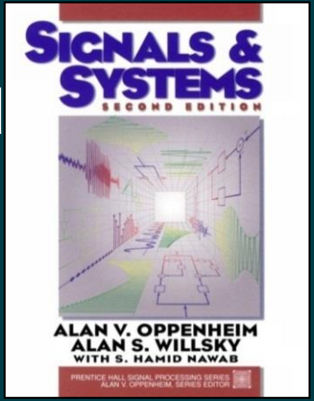
$$\boxed{x[n]} = \sum_{k=<N>} \boxed{a_k}\, e^{jkw_0n}$$

$$x[n] \xleftrightarrow{FS} a_k$$

$$x[-n] \xleftrightarrow{FS} b_k = a_{(-k)}$$

參考文獻

- Alan V. Oppenheim, Alan S. Willsky, S. Hamid
  Signals & Systems,
  Prentice Hall, 2nd Edition, 1997



- SciLab:
  Open source software for numerical computation
  http://www.scilab.org/