從信號與系統到控制

單元：DT-FS性質-2

離散時間 傅立葉級數 的 性質 – 平移

授課老師： 連 豊 力

單元學習目標與大綱

- 討論一個信號在 時間軸平移 之後，
  對應的 傅立葉級數係數的變化

傅立葉級數 與 其係數 a_k

$$w_0 = \frac{2\pi}{N}$$

$$x[n] \xleftrightarrow{FS} a_k$$

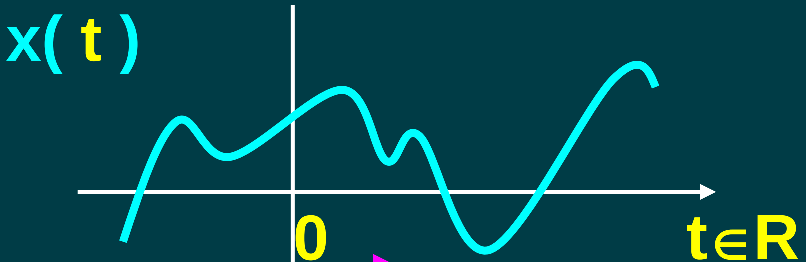
$$x[n] = \sum_{\boxed{k=\langle N\rangle}} \boxed{a_k}\,\boxed{e^{jkw_0 n}}$$

$$a_k = \frac{1}{N}\sum_{\boxed{n=\langle N\rangle}} \boxed{x[n]}\, e^{-j\boxed{kw_0}n}$$

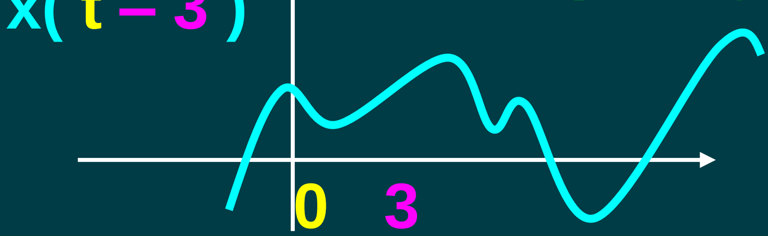
$$a_{k+rN} = a_k$$

信號在時間軸的平移

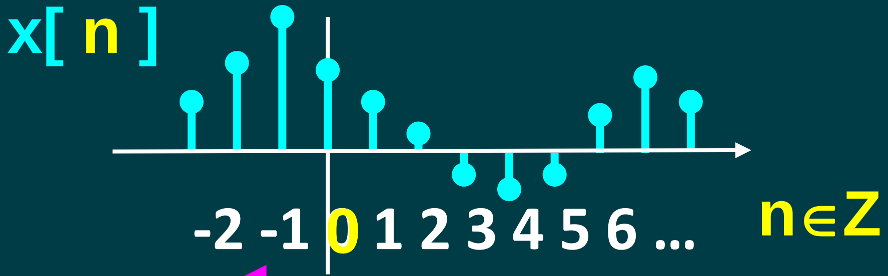
- 連續時間信號 (CT)



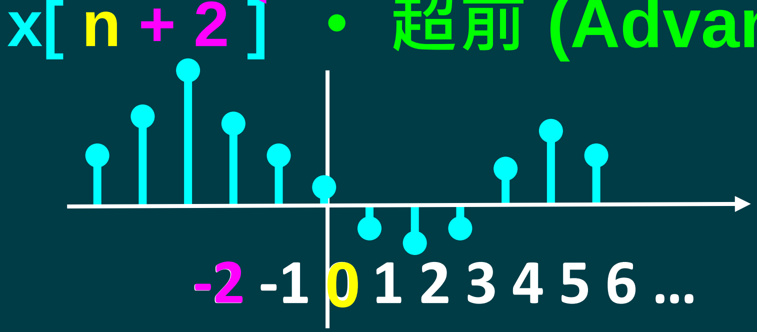
- 延遲 (Delay)



- 離散時間信號 (DT)



- 超前 (Advance)



時間軸的平移

$$w_0 = \frac{2\pi}{N}$$

- 假設有一個信號：x[n]，週期是 N

$$x[n] \xleftrightarrow{FS} a_k \qquad x[n] = \sum_{k=\langle N \rangle} a_k \, e^{jkw_0 n}$$

$$a_k = \frac{1}{N} \sum_{n=\langle N \rangle} x[n] \, e^{-jkw_0 n}$$

- 那，

$$x[n \boxed{- d}] \xleftrightarrow{FS} b_k = a_k \, e^{jkw_0 \boxed{(-d)}}$$

時間軸的平移

$$x[n-d] \xleftrightarrow{FS} b_k$$

$$b_k = \frac{1}{N} \sum_{n=\langle N \rangle} x[\boxed{n-d}]\, e^{-jkw_0 \boxed{n}}$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{s=\langle N \rangle} x[\boxed{s}]\, e^{-jkw_0 \boxed{(s+d)}}$$

$$= \boxed{e^{-jkw_0(d)}} \frac{1}{N} \sum_{s=\langle N \rangle} x[s]\, e^{-jkw_0(s)}$$

$$n - d = s$$

$$n = s + d$$

時間軸的平移

$$b_k = e^{-jkw_0(d)} \boxed{\frac{1}{N}\sum_{s=\langle N\rangle} x[s]\, e^{-jkw_0(s)}}$$

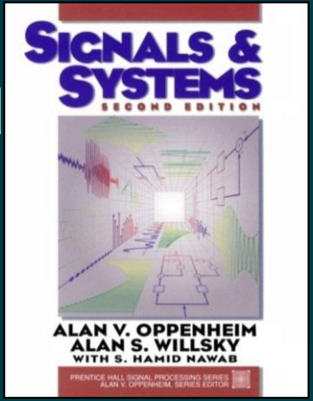
$$\underbrace{\phantom{\frac{1}{N}\sum_{s=\langle N\rangle} x[s]\, e^{-jkw_0(s)}}}_{a_k}$$

$$= \boxed{e^{-jkw_0 d}}$$

$$x[n] \xleftrightarrow{FS} a_k$$

$$x[n-d] \xleftrightarrow{FS} b_k = a_k\, e^{jkw_0(-d)}$$

參考文獻



- **Alan V. Oppenheim, Alan S. Willsky, S. Hamid**
  Signals & Systems,
  Prentice Hall, 2nd Edition, 1997

- **SciLab:**
  Open source software for numerical computation
  http://www.scilab.org/