從信號與系統到控制

單元：CT-FS性質-8

連續時間 傅立葉級數 的 性質 – 共軛

授課老師：連　豐　力

單元學習目標與大綱

- 討論 一個信號 進行 共軛操作 之後，
  對應的 傅立葉級數係數 的變化

傅立葉級數 與 其係數 ak

$$w_0 = \frac{2\pi}{T}$$

$$x(t) \xleftrightarrow{FS} a_k$$

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{jkw_0 t}$$

$$a_k = \frac{1}{T} \int_T x(t)\, e^{-jkw_0 t}\, dt$$

信號的共軛操作

$$w_0 = \frac{2\pi}{T}$$

- 假設有一個信號：$x(t)$，週期是 T

$$x(t) \overset{FS}{\longleftrightarrow} a_k \qquad x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{jkw_0 t}$$

- 那，

$$a_k = \frac{1}{T}\int_T x(t)\, e^{-jkw_0 t}\, dt$$

$$(x(t))^* \overset{FS}{\longleftrightarrow} b_k = (a_{-k})^*$$

信號的共軛操作

$$\left(x(t) \right)^* = \left(\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \boxed{a_k\, e^{jkw_0 t}} \right)^*$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left(\boxed{a_k} \boxed{e^{jkw_0 t}} \right)^*$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left(a_k \right)^* \boxed{\left(e^{jkw_0 t} \right)^*}$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left(a_k \right)^* e^{-jkw_0 t}$$

信號的共軛操作

$$\boxed{\left(x(t) \right)^*} = \sum_{\boxed{k}=-\infty}^{+\infty} \left(a_{\boxed{k}} \right)^* e^{\boxed{-jk} w_0 t}$$

$$-k = m$$

$$= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \boxed{\left(a_{-m} \right)^*} e^{j m w_0 t}$$

$$= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} [\, b_m \,] e^{j m w_0 t}$$

信號的共軛操作

$$(x(t))^* = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} (a_{-m})^* e^{jm w_0 t}$$

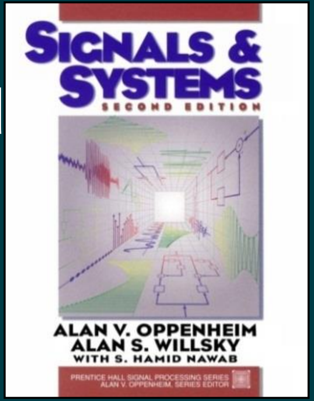
$$= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} [b_m] e^{jm w_0 t}$$

$$x(t) \overset{FS}{\longleftrightarrow} a_k$$

$$(x(t))^* \overset{FS}{\longleftrightarrow} b_k = (a_{-k})^*$$

參考文獻

- Alan V. Oppenheim, Alan S. Willsky, S. Hamid
  Signals & Systems,
  Prentice Hall, 2nd Edition, 1997



- **SciLab**:
  Open source software for numerical computation
  http://www.scilab.org/