從信號與系統到控制

單元：CT-FS性質-7

連續時間 傅立葉級數 的 性質 – 積分

授課老師：連　豐　力

單元學習目標與大綱

- 討論 一個信號 針對 時間積分 之後，
  對應的 傅立葉級數係數 的變化

傅立葉級數 與 其係數 a*k*

$$w_0 = \frac{2\pi}{T}$$

$$x(t) \overset{FS}{\longleftrightarrow} a_k$$

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{jkw_0 t}$$

$$a_k = \frac{1}{T} \int_T x(t)\, e^{-jkw_0 t}\, dt$$

信號對時間的積分

- 假設有一個信號：$x(t)$，週期是 T

$$w_0 = \frac{2\pi}{T}$$

$$x(t) \overset{FS}{\longleftrightarrow} a_k \qquad x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{jkw_0 t}$$

- 那，

$$a_k = \frac{1}{T}\int_T x(t)\, e^{-jkw_0 t}\, dt$$

$$\int_{-\infty}^{t} x(t)\, dt \overset{FS}{\longleftrightarrow} b_k \qquad = a_k \frac{1}{jkw_0}$$

信號對時間的積分

$$\int_{-\infty}^{t} x(t)\,dt = \boxed{\int_{-\infty}^{t}} \boxed{\sum_{k=-\infty}^{+\infty}} a_k \, e^{jkw_0 t} \, dt$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{t} \boxed{a_k} \, e^{jkw_0 t} \, dt$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k \int_{-\infty}^{t} e^{jkw_0 t} \, dt$$

信號對時間的積分

$$\int_{-\infty}^{t} x(t)\,dt = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k \boxed{\int_{-\infty}^{t} e^{jkw_0 t}\,dt}$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \boxed{a_k \frac{1}{jkw_0}}\, e^{jkw_0 t}$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} [\,b_k\,]\, e^{jkw_0 t}$$

信號對時間的積分

$$\int_{-\infty}^{t} x(t)\,dt = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k \frac{1}{jkw_0} e^{jkw_0 t}$$

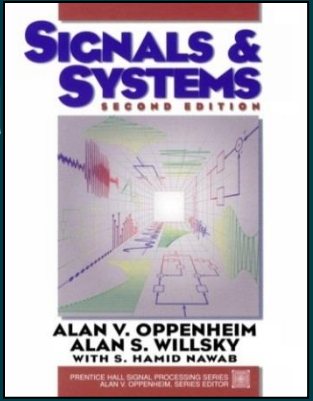
$$= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} [\,b_k\,]\; e^{jkw_0 t}$$

$$x(t) \overset{FS}{\longleftrightarrow} a_k$$

$$\int_{-\infty}^{t} x(t)\,dt \overset{FS}{\longleftrightarrow} b_k = a_k \frac{1}{jkw_0}$$

參考文獻

- Alan V. Oppenheim, Alan S. Willsky, S. Hamid
  Signals & Systems,
  Prentice Hall, 2nd Edition, 1997



- SciLab:
  Open source software for numerical computation
  http://www.scilab.org/