

從信號與系統到控制

單元：CT-FS性質-4

連續時間 傅立葉級數 的 性質 - 變形

授課老師：連 豐 力

單元學習目標與大綱

- 討論 一個信號

在時間軸上 壓縮或擴張變形 之後，
對應的 傅立葉級數係數 的變化

傅立葉級數 與 其係數 a_k

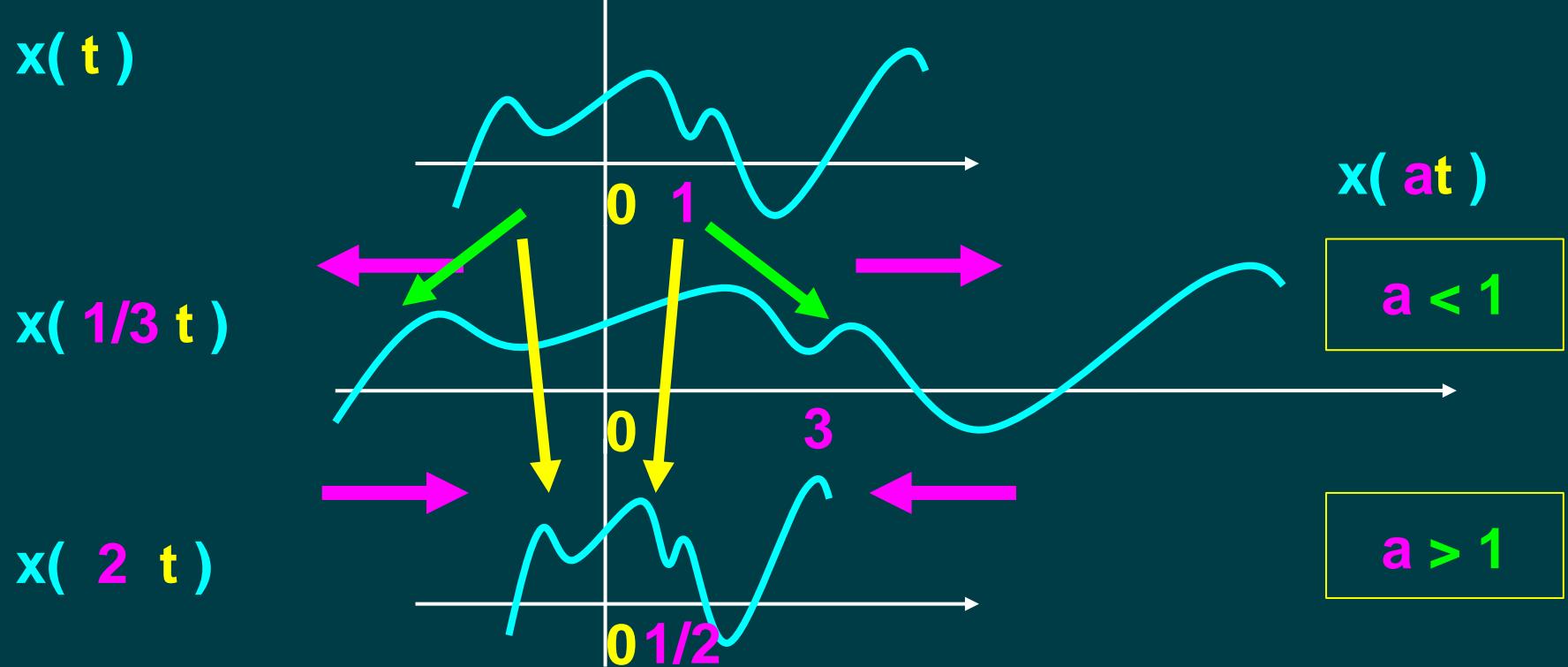
$$x(t) \quad \longleftrightarrow \quad a_k$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{jk\omega_0 t}$$

$$a_k = \frac{1}{T} \int_T x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt$$

信號在時間軸的變形- 擴張與壓縮



時間軸的壓縮或擴張變形

- 假設有一個信號： $x(t)$ ，週期都是 T

$$w_0 = \frac{2\pi}{T}$$

$$x(t) \longleftrightarrow_{FS} a_k \quad x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{jkw_0 t}$$
$$a_k = \frac{1}{T} \int_T x(t) e^{-jkw_0 t} dt$$
$$x(at) \longleftrightarrow_{FS} b_k = a_k$$

- 但是，週期變成了： T/a

時間軸的壓縮或擴張變形

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{jk\omega_0 t}$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$

$$\begin{aligned} x(at) &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{jk\omega_0 (at)} \\ &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} [a_k] e^{jk(a\omega_0)(t)} \end{aligned}$$

$$x(at) \quad \xleftrightarrow{FS} \quad a_k$$

- 但是，頻率變為： $a\omega_0$ • 所以，週期也變為： T/a

參考文獻

- Alan V. Oppenheim, Alan S. Willsky, S. Hamid
Signals & Systems,
Prentice Hall, 2nd Edition, 1997
- **SciLab:**
Open source software for numerical computation
<http://www.scilab.org/>

