

從信號與系統到控制

單元：CT-FS性質-4

連續時間 傅立葉級數 的 性質－變形

授課老師：連 豐 力

單元學習目標與大綱

- 討論 一個信號

在時間軸上 壓縮或擴張變形 之後，

對應的 傅立葉級數係數 的變化

傅立葉級數 與 其係數 a_k

$$x(t) \xleftrightarrow{\text{FS}} a_k$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{j k \omega_0 t}$$

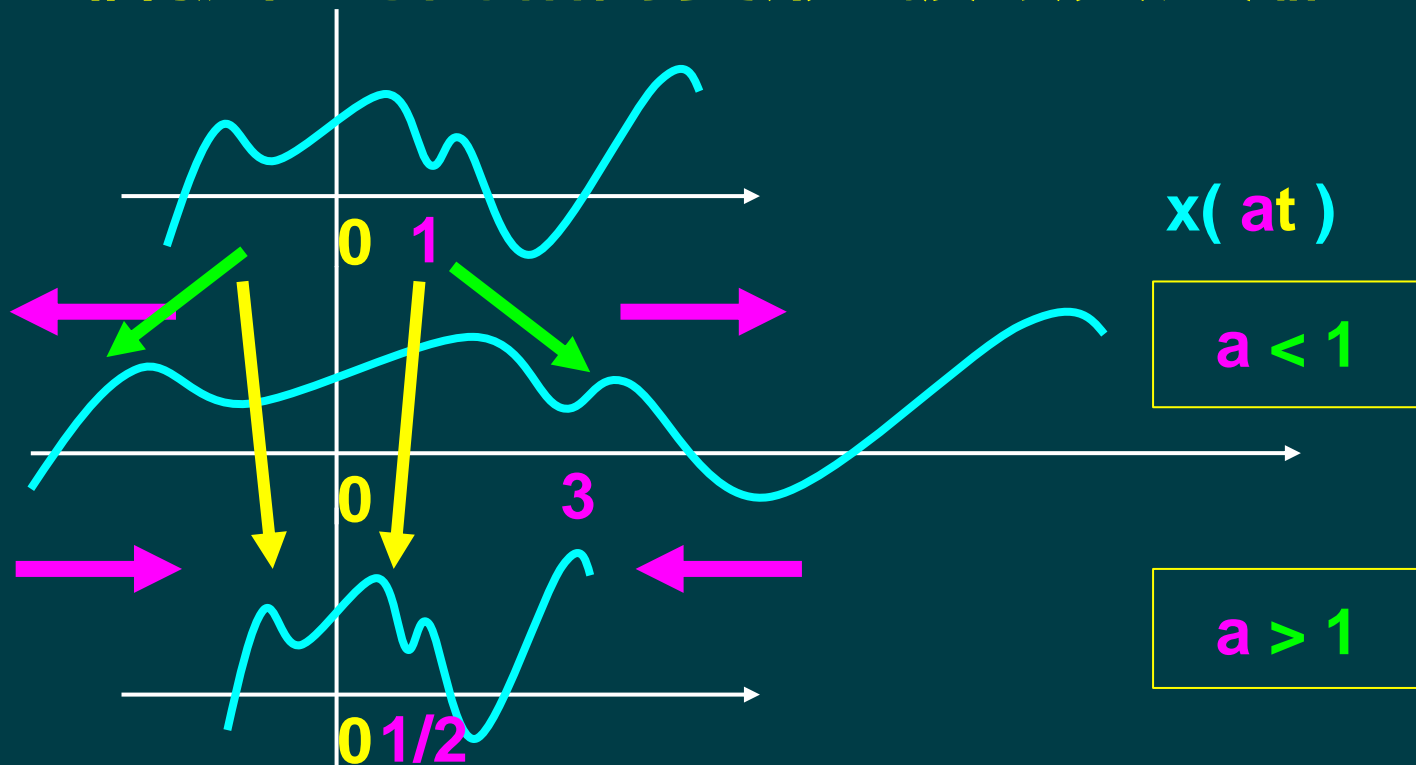
$$a_k = \frac{1}{T} \int_T x(t) e^{-j k \omega_0 t} dt$$

信號在時間軸的變形- 擴張與壓縮

$x(t)$

$x(1/3 t)$

$x(2 t)$



時間軸的壓縮或擴張變形

- 假設有一個信號： $x(t)$ ，週期都是 T

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$

$x(t)$ $\xleftrightarrow{\text{FS}}$ a_k $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{jk\omega_0 t}$

• 那，

$x(at)$ $\xleftrightarrow{\text{FS}}$ $b_k = a_k$ $a_k = \frac{1}{T} \int_T x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt$

- 但是，週期變成了： T/a

時間軸的壓縮或擴張變形

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{j k \omega_0 t}$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$

$$x(at) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{j k \omega_0 (at)}$$

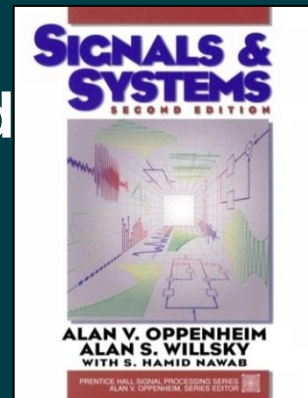
$$= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{j k (a\omega_0) t}$$

$x(at)$ \longleftrightarrow FS a_k

- 但是，頻率變為： $a\omega_0$
- 所以，週期也變為： T/a

參考文獻

- Alan V. Oppenheim, Alan S. Willsky, S. Hamid
Signals & Systems,
Prentice Hall, 2nd Edition, 1997



- **SciLab:**
Open source software for numerical computation
<http://www.scilab.org/>