

從信號與系統到控制

單元：CT-FS性質-3

連續時間 傅立葉級數 的 性質 – 翻轉

授課老師：連 豐 力

單元學習目標與大綱

- 討論 一個信號 在 時間軸翻轉 之後，
對應的 傅立葉級數係數 的變化

傅立葉級數 與 其係數 a_k

$$x(t) \xleftrightarrow{\text{FS}} a_k$$

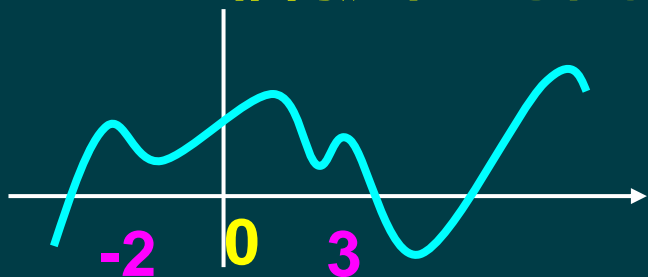
$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{j k \omega_0 t}$$

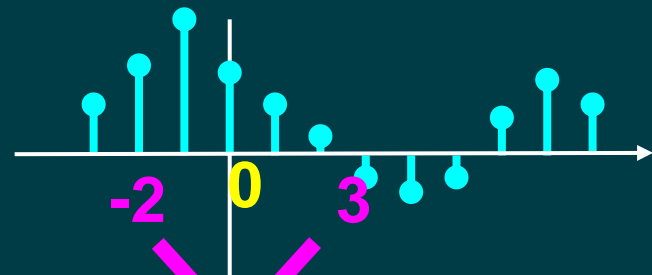
$$a_k = \frac{1}{T} \int_T x(t) e^{-j k \omega_0 t} dt$$

信號在時間軸的翻轉

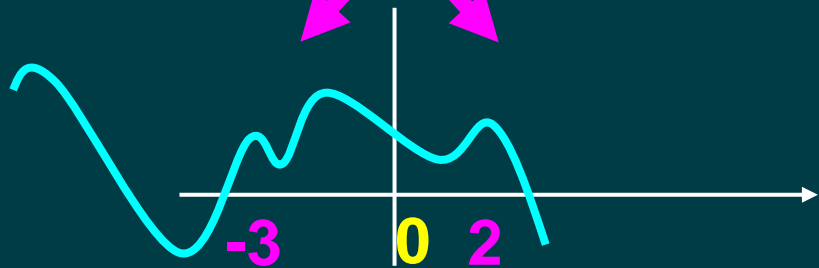
$x(t)$



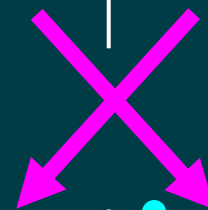
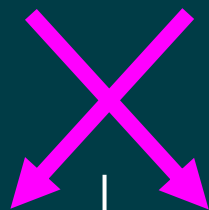
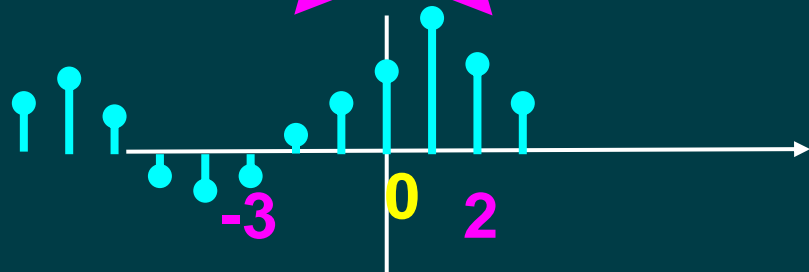
$x[n]$



$x(-t)$



$x[-n]$



時間軸的翻轉

- 假設有一個信號： $x(t)$ ，週期是 T

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$

$x(t)$ $\xleftrightarrow{\text{FS}}$ a_k $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{jk\omega_0 t}$

- 那，

$x(-t)$ $\xleftrightarrow{\text{FS}}$ b_k $= a_{-k}$

$a_k = \frac{1}{T} \int_T x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt$

時間軸的翻轉

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{jk\omega_0 t}$$

$$x(-t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{jk\omega_0 (-t)}$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{j(-k)\omega_0 t}$$

$$\begin{aligned} -k &= m \\ k &= -m \end{aligned}$$

$$= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_{(-m)} e^{j(m)\omega_0 t}$$

$$= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_{(-m)} e^{j(m)\omega_0 t}$$

時間軸的翻轉

$$x(-t) \xleftrightarrow{\text{FS}} b_k$$

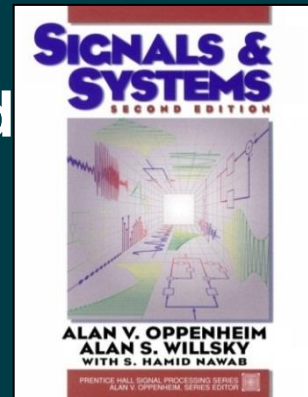
$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{jk\omega_0 t}$$

$$\boxed{x(-t)} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \boxed{a_{(-m)}} e^{j(m)\omega_0(t)}$$

$$x(-t) \xleftrightarrow{\text{FS}} a_{(-k)} = b_k$$

參考文獻

- Alan V. Oppenheim, Alan S. Willsky, S. Hamid
Signals & Systems,
Prentice Hall, 2nd Edition, 1997



- **SciLab:**
Open source software for numerical computation
<http://www.scilab.org/>