從信號與系統到控制

單元：CT-FS性質-2

連續時間 傅立葉級數 的 性質 – 平移

授課老師：連　豐　力

單元學習目標與大綱

- 討論 一個信號 在 時間軸平移 之後，
  對應的 傅立葉級數係數 的變化

傅立葉級數 與 其係數 ak

$$\boxed{w_0 = \frac{2\pi}{T}}$$

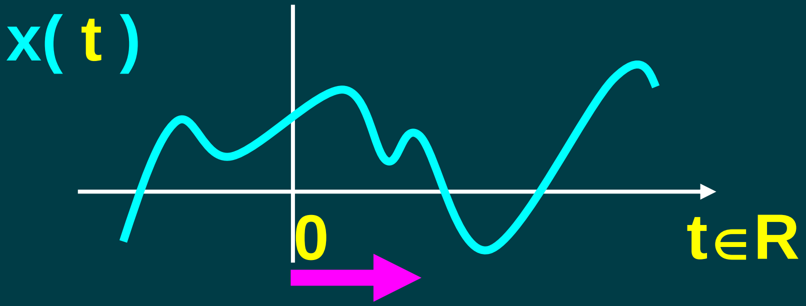
$$x(t) \xleftrightarrow{FS} a_k$$

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{jkw_0t}$$

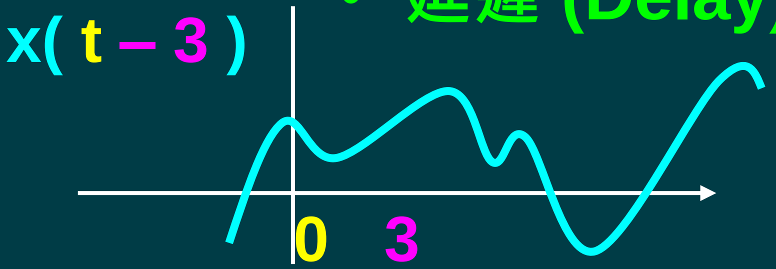
$$a_k = \frac{1}{T}\int_T x(t)\, e^{-jkw_0t}\, dt$$

信號在時間軸的平移

- 連續時間信號 (CT)

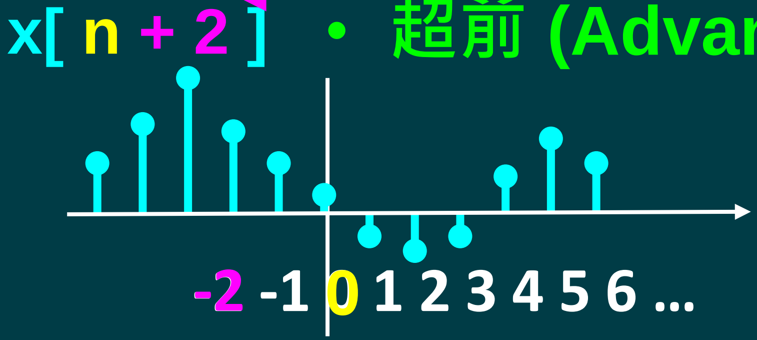


- 延遲 (Delay)



- 離散時間信號 (DT)

- 超前 (Advance)



時間軸的平移

- 假設有一個信號：x(t)，週期是 T

$$w_0 = \frac{2\pi}{T}$$

$$x(t) \xleftrightarrow{FS} a_k$$

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{jkw_0 t}$$

$$a_k = \frac{1}{T}\int_T x(t)\, e^{-jkw_0 t}\, dt$$

- 那，

$$x(t\boxed{-d}) \xleftrightarrow{FS} b_k = a_k\, e^{jkw_0\boxed{(-d)}}$$

時間軸的平移

$$x(t-d) \overset{FS}{\longleftrightarrow} b_k$$

$$t-d = s$$

$$t = s+d$$

$$dt = ds$$

$$b_k = \frac{1}{T}\int_T x(\boxed{t-d})\, e^{-jkw_0 \boxed{t}}\, \boxed{dt}$$

$$= \frac{1}{T}\int_T x(s)\, e^{-jkw_0(s+\boxed{d\,)}}\, ds$$

$$= e^{-jkw_0 d}\, \frac{1}{T}\int_T x(s)\, e^{-jkw_0(s)}\, ds$$

時間軸的平移

$$b_k = e^{-jkw_0 d}\ \boxed{\frac{1}{T}\int_T x(s)\, e^{-jkw_0(s)}\, ds}$$

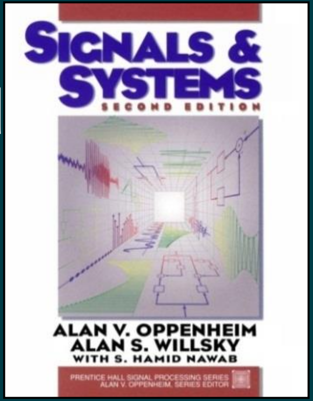
$$= e^{-jkw_0 d}\ a_k$$

$$x(t) \xleftrightarrow{FS} a_k$$

$$x(t\boxed{-d}) \xleftrightarrow{FS} b_k = a_k\ e^{jkw_0\boxed{(-d)}}$$

參考文獻

- Alan V. Oppenheim, Alan S. Willsky, S. Hamid Nawab,
  Signals & Systems,
  Prentice Hall, 2nd Edition, 1997



- SciLab:
  Open source software for numerical computation
  http://www.scilab.org/