

# 從信號與系統到控制

單元：摺積操作性質 - 5

摺積操作性質 之 結合律 - 離散

授課老師：連 豐 力

# 單元學習目標與大綱

- 瞭解 摺積計算操作 所具備的 結合律原理
- 針對 離散時間信號 的摺積計算操作

# 摺積計算操作 之 結合律

- 結合律 (Associative)

$$x[n]*h[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k] h[n-k]$$

$$a[n] * (b[n] * c[n])$$

$$= (a[n] * b[n]) * c[n]$$

$$x(t)*h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) h(t-\tau) d\tau$$

$$a(t) * (b(t) * c(t))$$

$$= (a(t) * b(t)) * c(t)$$

# 離散摺積計算操作之結合律

$$a[n] * (b[n] * c[n])$$

$$x[n]*h[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k] h[n-k]$$

$$= a[n] * (c[n] * b[n])$$

$$= a[n] * \left( \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c[k] b[n-k] \right)$$

# 離散摺積計算操作 之 結合律

$$x[n]*h[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k] h[n-k]$$

$$= a[n] * \left( \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c[k] b[n-k] \right)$$

$$n \rightarrow k$$

$$n \rightarrow m$$

$$n \rightarrow n-k$$

$$n \rightarrow n-m$$

$$= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a[m] \left( \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c[k] b[n-m-k] \right)$$

# 離散摺積計算操作 之 結合律

$$x[n]*h[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k] h[n-k]$$

$$= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a[m] \left( \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c[k] b[n-m-k] \right)$$

$$= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a[m] c[k] b[n-m-k]$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a[m] c[k] b[n-m-k]$$

# 離散摺積計算操作 之 結合律

$$x[n]*h[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k] h[n-k]$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a[m] c[k] b[n-m-k]$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c[k] \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a[m] b[n-m-k]$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c[k] \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a[m] b[(n-k)-m]$$

# 離散摺積計算操作 之 結合律

$$\begin{aligned}
 &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \boxed{c[k]} \quad \boxed{\sum_{m=-\infty}^{+\infty} a[m] b[(n-k)-m]} \\
 &\quad \quad \quad k \rightarrow n \qquad \qquad \qquad n-k \rightarrow n \\
 &= c[n] * \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \boxed{a[m]} \boxed{b[n-m]} \\
 &\quad \quad \quad m \rightarrow n \qquad \qquad \qquad n-m \rightarrow n \\
 &= c[n] * ( a[n] * b[n] )
 \end{aligned}$$

$$x[n]*h[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k] h[n-k]$$



# 離散摺積計算操作 之 結合律

$$x[n]*h[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k] h[n-k]$$

$$a[n] * (b[n] * c[n])$$

$$= c[n] * (a[n] * b[n])$$

$$= (a[n] * b[n]) * c[n]$$

# 摺積計算操作 之 結合律

- 結合律 (Associative)

$$x[n]*h[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k] h[n-k]$$

$$a[n] * (b[n] * c[n])$$

$$= (a[n] * b[n]) * c[n]$$

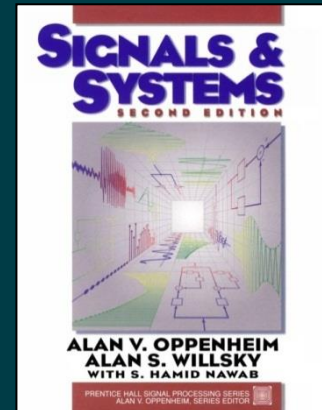
$$x(t)*h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) h(t-\tau) d\tau$$

$$a(t) * (b(t) * c(t))$$

$$= (a(t) * b(t)) * c(t)$$

# 參考文獻

- Alan V. Oppenheim, Alan S. Willsky, S. Hamid, **Signals & Systems**, Prentice Hall, 2nd Edition, 1997



- **SciLab:**  
Open source software for numerical computation  
<http://www.scilab.org/>