

從信號與系統到控制

單元：離散摺積-1

利用單位脈衝函數表示離散時間信號

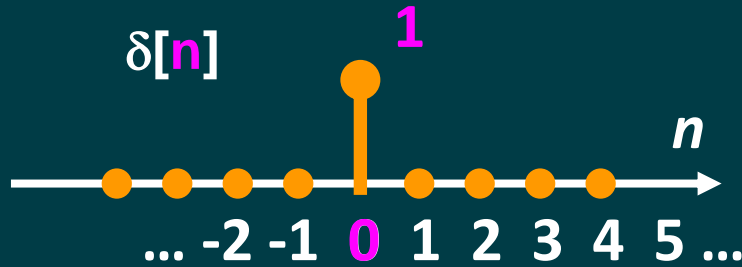
授課老師：連 豐 力

單元學習目標與大綱

- 離散單位脈衝函數
- 利用脈衝函數表示離散時間信號
 - 在 $n=0$ 取樣
 - 在 $n=3$ 取樣
 - 所有時間軸的表示式
 - 數學表示式
- 範例

離散單位脈衝函數 (unit impulse)

- $n=0$



$$\delta[n] = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases}$$

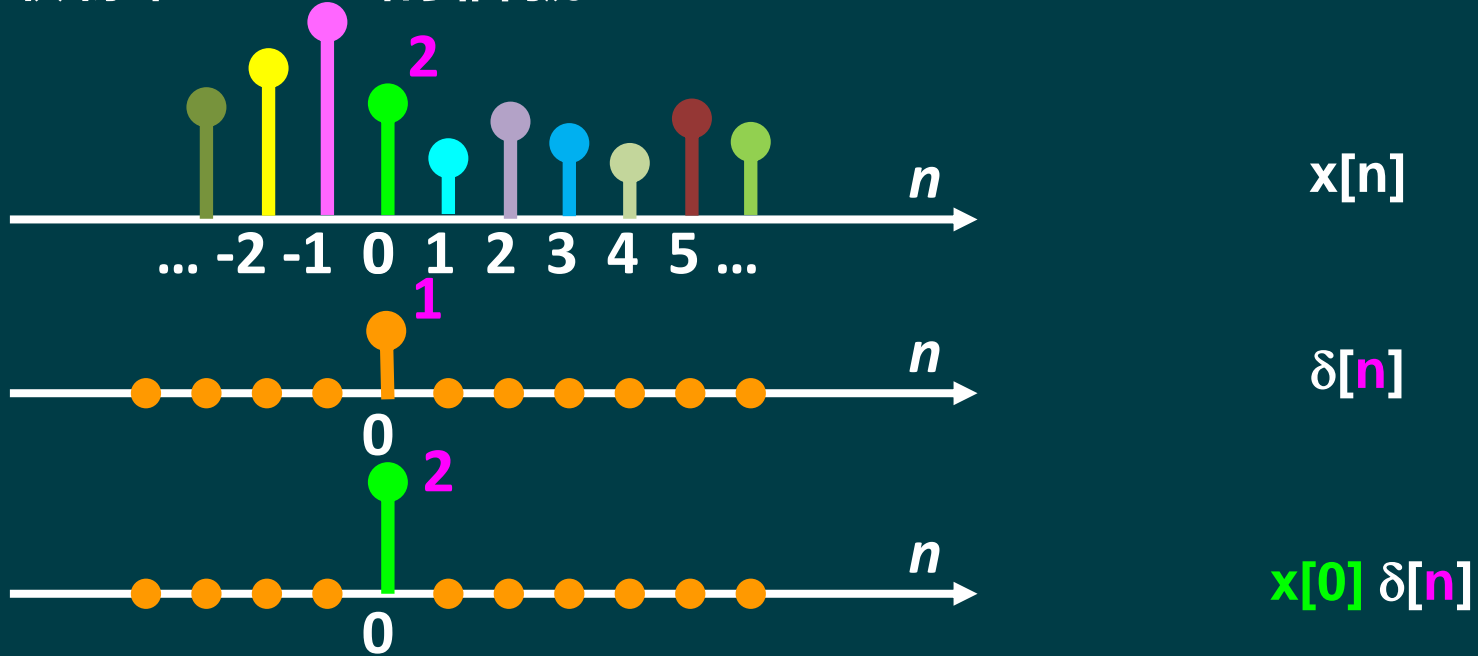
- $n=3$



$$\delta[n-3] = \begin{cases} 1, & n = 3 \\ 0, & n \neq 3 \end{cases}$$

利用單位脈衝函數表示離散時間信號

- 取樣在 $n=0$ 的信號

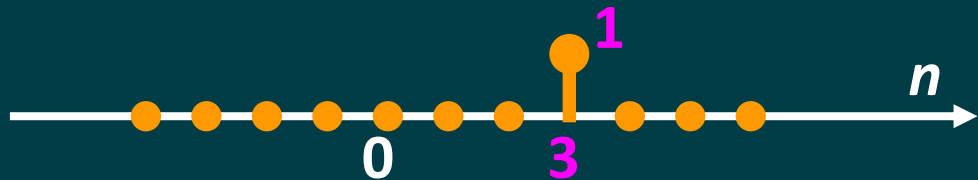


利用單位脈衝函數表示離散時間信號

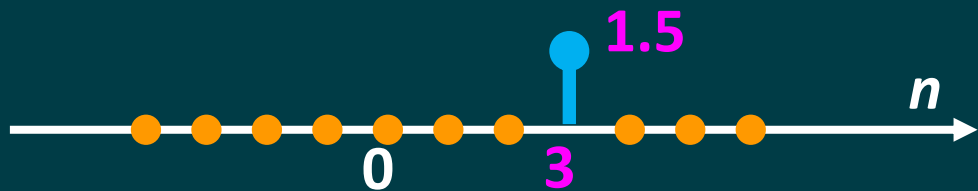
- 取樣在 $n=3$ 的信號



$x[n]$

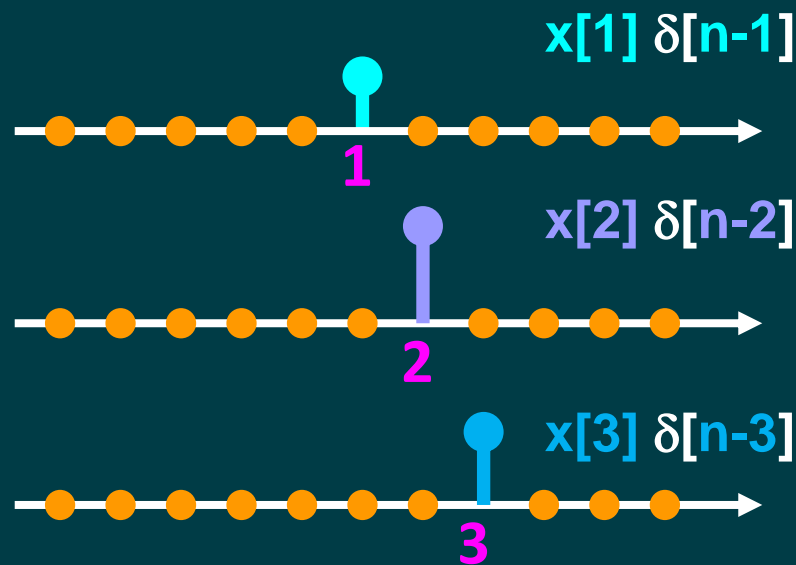
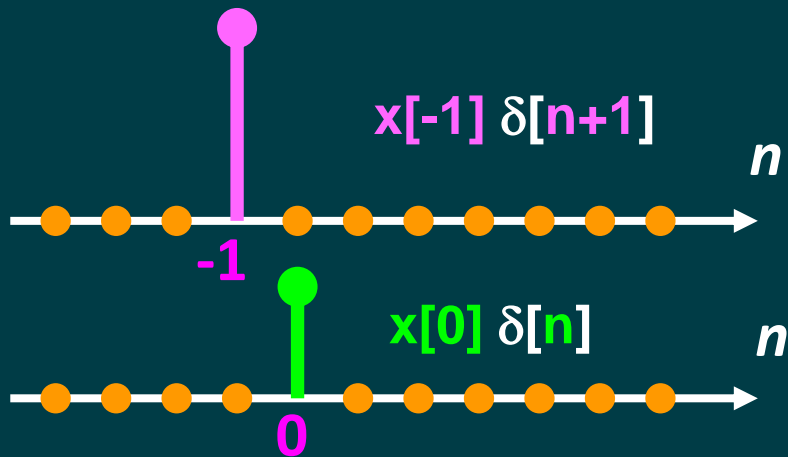
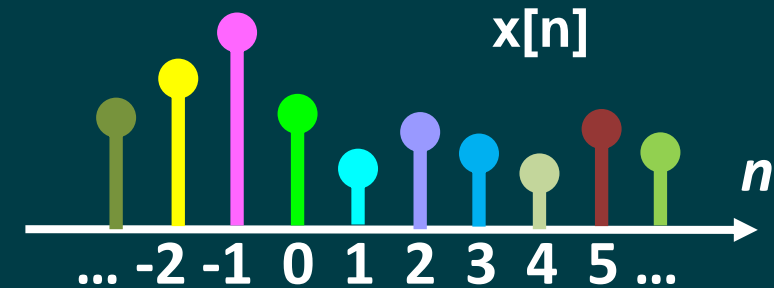


$\delta[n-3]$

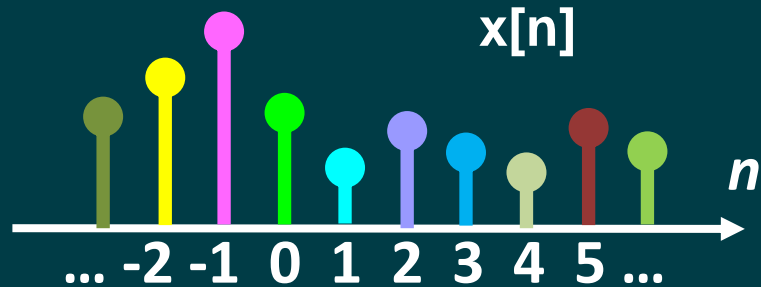


$x[3]\delta[n-3]$

脈衝函數表示離散信號 - 所有時間軸



脈衝函數表示離散信號 - 數學表示式

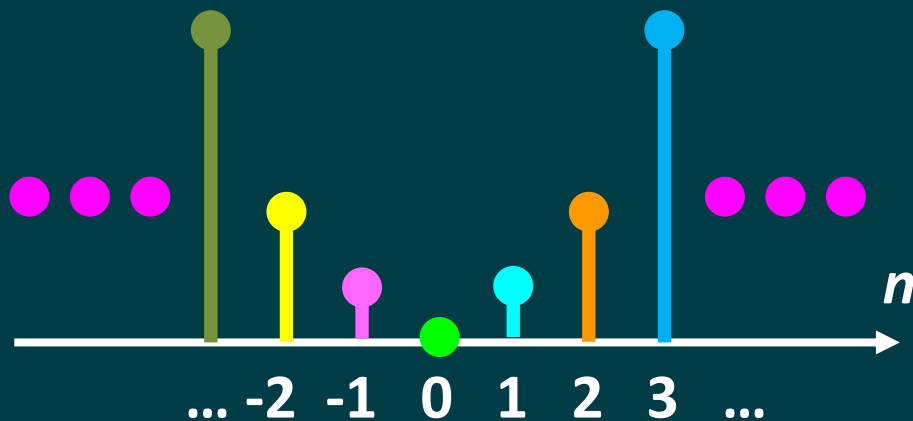


$$= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k] \delta[n - k]$$

- $x[n] = \dots + x[-1] \delta[n+1] + x[0] \delta[n]$
 $+ x[1] \delta[n-1] + x[2] \delta[n-2]$
 $+ x[3] \delta[n-3] + \dots$

範例 1

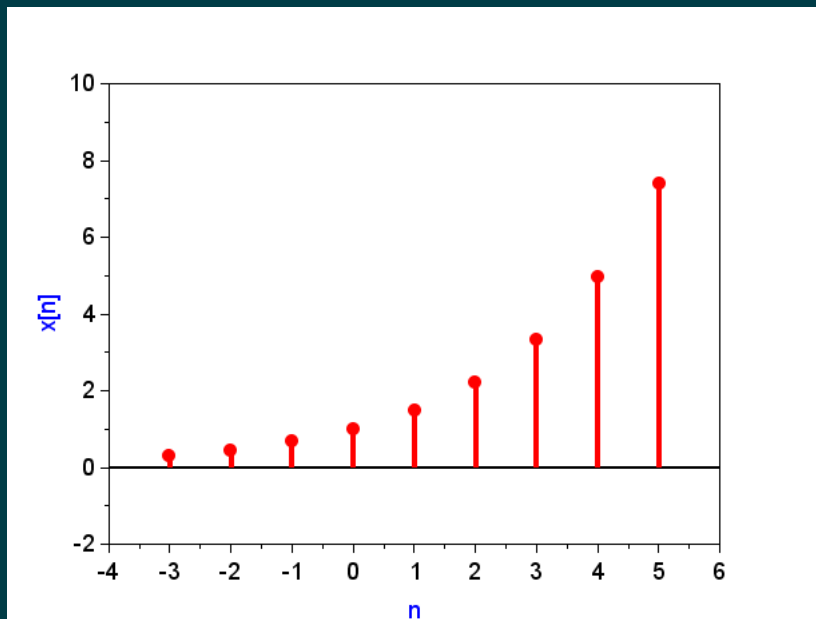
- $x[n] = n^2$
- $= \{ \dots, (-2)^2, (-1)^2, (0)^2, (1)^2, (2)^2, (3)^2, \dots \}$
- $= \{ \dots, 4, 1, 0, 1, 4, 9, \dots \}$



- $= \dots + 4 \delta[n+2]$
 $+ 1 \delta[n+1]$
 $+ 0 \delta[n]$
 $+ 1 \delta[n-1]$
 $+ 4 \delta[n-2] + \dots$

範例 2

- $x[n] = e^{(0.4*n)}$



n	x[n]
- 3	0.301
- 2	0.449
- 1	0.670
0	1.0
1	1.492
2	2.226
3	3.320
4	4.953
5	7.389

範例 2

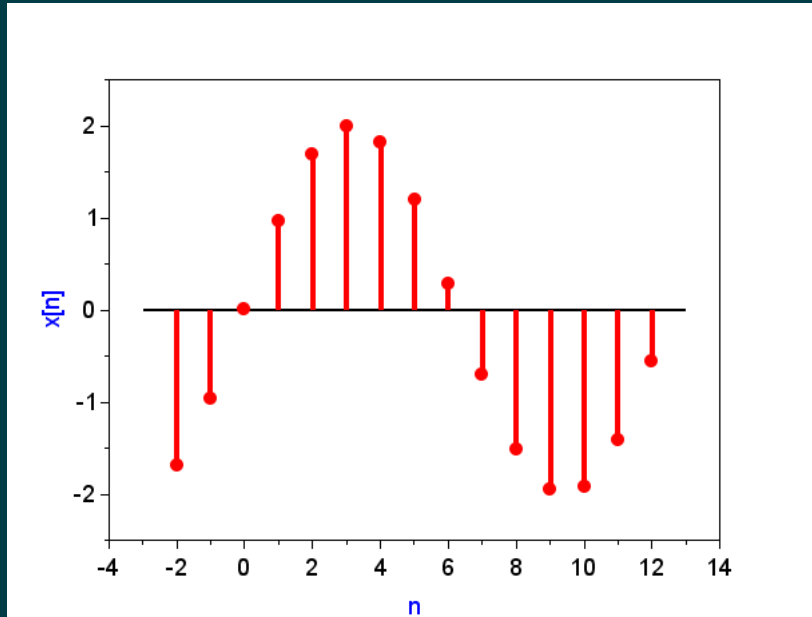
- $x[n] = e^{(0.4 \cdot n)}$

- $= \dots + 0.449 \delta[n+2]$
+ $0.670 \delta[n+1]$
+ $1.0 \delta[n]$
+ $1.492 \delta[n-1]$
+ $2.226 \delta[n-2] + \dots$

n	x[n]
-3	0.301
-2	0.449
-1	0.670
0	1.0
1	1.492
2	2.226
3	3.320
4	4.953
5	7.389

範例 3

- $x[n] = 2 * \sin(0.5*n)$



n	x[n]
- 2	- 1.683
- 1	- 0.959
0	0.0
1	0.959
2	1.683
3	1.995
4	1.819
5	1.197
...	...

範例 3

- $x[n] = 2 * \sin(0.5*n)$

- $= \dots - 1.683 \delta[n+2]$
 $\quad - 0.959 \delta[n+1]$
 $\quad + 0.0 \delta[n]$
 $\quad + 0.959 \delta[n-1]$
 $\quad + 1.683 \delta[n-2] + \dots$

n	x[n]
-2	-1.683
-1	-0.959
0	0.0
1	0.959
2	1.683
3	1.995
4	1.819
5	1.197
...	...

參考文獻

- Alan V. Oppenheim, Alan S. Willsky, S. Hamid, **Signals & Systems**, Prentice Hall, 2nd Edition, 1997
- **SciLab:**
Open source software for numerical computation
<http://www.scilab.org/>

