

從信號與系統到控制

單元：系統元素性質 - 3

系統性質 - 可逆性

授課老師：連 豐 力

單元學習目標與大綱

- 瞭解系統的性質：
 - 非記憶性
 - 可逆性
 - 因果性
 - 穩定性
 - 非時變
 - 線性

系統的可逆性

- 可逆的系統 (Invertible) 的定義 (Definition)

- 一個所謂的可逆的系統，為：

- 不同的輸入信號 會產生 不同的輸出信號，

- 也就是：

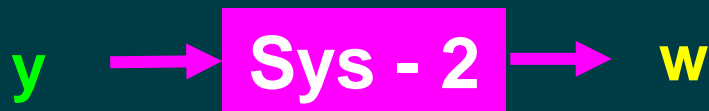


$$x_1 \neq x_2$$

$$y_1 \neq y_2$$

系統的可逆性

- 如果 **Sys - 1** 與 **Sys - 2** 都是可逆的系統，



- 而且： $w = x$
- 則：**Sys - 1** 與 **Sys - 2** 互為可逆

系統的可逆性

- 舉例來說：

$$x \longrightarrow \text{Sys - 1} \longrightarrow y = 2x$$

$$\begin{aligned} y \longrightarrow \text{Sys - 2} \longrightarrow w &= 1/2 y \\ &= 1/2 (2x) \\ &= x \end{aligned}$$

- 則： $y = 2x$ 與 $w = 1/2 y$ 互為可逆

系統的可逆性

- 另一個例子：

$$\begin{aligned} x &\longrightarrow \text{Sys - 1} \longrightarrow y[n] = \sum_{k=-\infty}^n x[k] \\ y &\longrightarrow \text{Sys - 2} \longrightarrow w[n] = y[n] - y[n-1] \\ &= x[n] + x[n-1] + x[n-2] + \dots \\ &\quad - (x[n-1] + x[n-2] + x[n-3] + \dots) \\ &= x[n] \end{aligned}$$

• 則：Sys-1 與 Sys-2 互為可逆

系統的可逆性

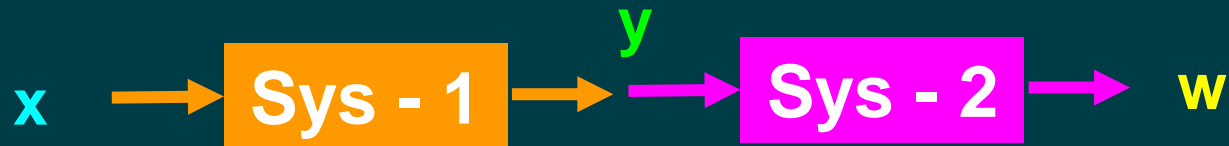
- 不可逆的例子：

$$x[n] \longrightarrow \text{System} \longrightarrow y[n] = (x[n])^2$$

- 因為不同的輸入： $x_1[n] = 2n$ 與 $x_2[n] = -2n$ ，
- 會產生相同的輸出 $\rightarrow 4n^2$
- 所以，這個系統是：不可逆

系統的可逆性

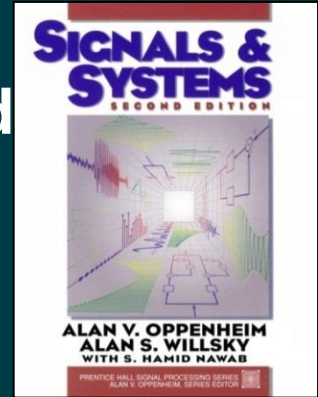
- 如果 **Sys - 1** 與 **Sys - 2** 都是可逆的系統，



- 而且： $w = x$
- 則：**Sys - 1** 與 **Sys - 2** 互為可逆

參考文獻

- Alan V. Oppenheim, Alan S. Willsky, S. Hamid
Signals & Systems,
Prentice Hall, 2nd Edition, 1997



- **SciLab:**
Open source software for numerical computation
<http://www.scilab.org/>