



諾貝爾獎特別報導

## 2003年諾貝爾經濟獎特別報導

# 共整合與拱論

2003年諾貝爾經濟獎，由紐約大學的恩格爾教授與加州大學聖地牙哥分校的葛蘭傑教授共同獲得。

得獎的理由是他們發明了處理經濟時間序列統計分析關鍵特性的兩個現代方法：時變波動性和非平穩性。

林建甫

瑞典皇家科學院於10月8日宣布，2003年諾貝爾經濟學獎由紐約大學（NYU）的恩格爾（Robert F. Engle）教授與加州大學聖地牙哥分校（UCSD）的葛蘭傑（Clive W. J. Granger）教授共同獲得。得獎的理由是他們發明了處理經濟時間序列統計分析關鍵特性的兩個現代方法：時變波動性和非平穩性。這兩種方法已廣泛應用於金融市場分析和總體經濟預測的尖端研究，產生重大的影響及實用價值。

其實兩位都可歸類為經濟計量學家，他們倆大部分的研究生涯都在加州大學聖地牙哥分校度過，並且都在今年夏天退休。只是恩格爾退休後另找第二春，現今在紐約大學服務。兩人當時是筆者在加州大學聖地牙哥分校就

讀時的老師，都曾修過他們的課，葛蘭傑並且是筆者的指導教授。自忖有第一手的接觸與資料，因此可以為文介紹他們倆人的貢獻與對學界的影響。

### 統計與經濟計量

這是一個充滿驚喜的世界。驚喜的理由，就是萬事萬物不是依照固定的軌跡在走，而是隨時都可能新鮮事。雖然太陽每天從東方升起，西方落下，但其他的事物要預測就可能沒有那麼簡單。颱風、地震、每天溫度、農作產量、股票指數、你的心情等等，有數不完的例子。而科學的本質就在不確定中尋求規律。

前述事件的本身就是廣受到一些「隨機」的干擾，因此科學的

精神要盡力抓不變的部分，希望能八九不離十。但是從樣本資料要窺母體，就更難了一層。因為有的可能是我們的知識不夠，有的是縱然背後複雜的知識可以完全的了解，但在有限的資源、有限的變數中，還是只能抓個大概，其他不能解釋的部分就得歸因給「隨機」。這些「隨機」的探討，需要機率的知識，但整個資料分析的科學，由樣本推測母體就是「統計學」。把統計學的知識應用在經濟學的資料中，就是「經濟計量學」。但因為經濟資料的特殊性，又回過頭來創造了統計的理論。今年的諾貝爾經濟學獎就是最好的例子。

### 何謂動差



## 諾貝爾獎特別報導

得要让估計量得到最大的解釋。

### 時間序列

經濟的資料，沒辦法做實驗，只能由歷史資料中取得。變數資料依發生時間先後次序排列在一起就稱為「時間序列」，例如台股每五分鐘的加權指數、台灣每月的失業人數、台灣歷年或每季的國內生產毛額、每年來台觀光的人數、石門水庫每天的水庫水位、歷年飛經台灣的黑面琵鷺的數目等，皆為時間序列。

時間序列的研究，通常不假外求其他的解釋變數。使用自己的過去項及誤差的過去項來解釋因變數。只有自己的過去項就叫做自我迴歸，只有誤差的過去項合在一起，視為移動平均。合起來，也就是最常用的自我迴歸移動平均模型（autoregressive moving average model, 簡稱ARMA 模型）。

若一變數的平均數與變異數皆相等，而且兩變數相關性只受相隔時間長短影響，不受該變數絕對位置的影響，則稱此數列為平穩（stationary）時間序列；若上述任一條件不符合，則稱為不平穩（non-stationary）時間序列。平穩時間序列因為平均數、變異



2003年諾貝爾經濟獎得主，恩格爾（左）與葛蘭傑。

由樣本要推測母體，是以小窺大，以蠡測海，當然就得忍受一些不確定性。通常，變數本身就含有隨機性，我們也往往叫它隨機變數。我們把變數的實際資料蒐集在一起，就可以形成一個「分配」，可以用來描述這個變數。但要把一個分配描繪得維妙維肖，可能要很多的點聚集成線。要偷工減料而又具體而微的描述分配，可以用它的一些特徵值來代表。這些特徵值的取得，直接以水準值來看，叫做一階動差。而把水準值加工，二次方的呈現就是二階動差。當然還可以有更高階的動差。

一階動差因為直接與水準值相關，常常使用的代表指標就有均數、中位數、眾數等等。二階動差，含平方項的內容，就可得到變異數，依此可以看出變數的變異程度、離散情形。而高階的動差，例如三階動差可以判斷偏

態，四階動差則可以幫助我們了解峰度等等。

### 迴歸解釋

多個變數，彼此之間可能有一定的關係。像消費會受所得、銀行利率等變數影響。所得高、儲蓄利率低、沒有誘因儲蓄，消費也就多。但消費還可能會受股票指數、匯率、朋友是否拜訪等影響。把消費看成因變數，所得與利率看成自變數，因變數被自變數來解釋，剩下來沒有辦法解釋的部分，我們就歸因於誤差項的隨機干擾。

而因變數被自變數解釋的方法，一般統計上使用迴歸解釋，也就是尋求線性關係中最大的解釋可能性。線性迴歸的計算就是找讓因變數被自變數解釋後剩下的殘差平方和越小越好（最小平方方法）。也就是參數估計值的獲

數、相關性都不變，將數列由左向右看(按順序看)，或是投影片拿反了，變成由後向前看，圖形都長得差不多，因此很好辨認。平穩時間序列已經是很大的集合，因為一般而言，一個 ARMA 模型利用不同個數的自身落後項、誤差落後項，配上不同的參數形成的軌跡就有成千上萬的可能穩定序列。

## 單根與自積

不平穩時間序列，其實以經濟資料而言，並沒有太大的可能性。例如一個隨時間增大的數列，它的各時點均數一直增加，它越來越大，可能會大到無窮大，這與大部分經濟資料並不符合。大部分的經濟資料都是局限在某一可能大小，因此研究經濟資料就得排除爆炸般的不平穩現象。但是有一種不穩定的情形，也就是「隨機漫步(random walk)」卻是非常重要的。

長久以來，統計學家經常以一醉漢向前走路，忽東忽西，完全毫無規則來比喻隨機漫

步。由於醉漢完全沒有方向感，向左或向右走一步的機率都相同，故目前的位置為對於下一時間點位置的最佳預測。隨機漫步為非平穩數列的特例，若再加上一個平穩的變數，其變異數依時增大的特性不變，與原隨機漫步並沒有根本上的差異。求算其特徵方程式的特性根，發現它一定有個根為 1，故又叫做單根。

另外，醉漢漫步的時間愈長，他愈可能走遍所有的角落，而且離起始點愈遠。隨機漫步要走下一步時，是由原先停頓的地方再往前走，因此每一個後來的位置都是受先前位置的完全影響，也就是現在為過去所有步伐



筆者與葛蘭傑教授在 UCSD 經濟系館合影。

的累積和，或者叫做自積一次(integrated once)。將間斷持續觀察得到的隨機漫步，時間距離壓縮到無窮小，就成了連續的路徑，也就是布朗運動(Brownian motion)。這為近代財務經濟的基石。而將穩定的 ARMA 模型自積一次，就得到 ARIMA 模型，也就可以描繪一般不穩定的經濟變數。相反的，將不穩定的經濟變數，前後相減，也就是差分，可以得到穩定的數列。

## 單根的經濟涵意

早期研究股票價格走勢的學者很困惑，因為發現股票價格拿任何變數來迴歸都沒什麼解釋能力。唯一具有大量解釋能力的是自己的落後項，而且其單根的現象很明顯。也就是當時對股票價格是隨機漫步感到大惑不解。因此紛紛就用不理性、動物本能來解釋股票市場。後來逐漸的，大家領悟出，如果市場是有效率的，那麼所有的訊息立即反應，股票價格應該是沒有套利空間，或是不能被其他變數解釋或預測的。因此股票價格是隨機漫步反而是對的。

其實不只是股票價格，任何價格資料，如利率、匯率也幾乎



都是具有不可套利的特性。經濟的生產值、國民所得資料等等，也都具有單根的現象。因為人類的經濟是一步一腳印的發展，這一個月都承襲上個月，今年都是以去年的基礎往前走。這種經濟發展的看法，強調實質面的重要性，現在受過去實質干擾項的



恩格爾教授於台大經濟系大講堂上侃侃而談。

影響，而且日漸累積在我們的文明中，就是「實質景氣循環」的論點。我們想想看，從發明了火、火車、電燈、電話、網際網路……這些實質干擾項，也都的確影響了我們今天的生活。

## 單根的統計影響

在檢定隨機漫步、效率市場、實質景氣循環時，單根的判斷就相當重要。而傳統的迴歸檢定， $t$  分配或極限理論並不適用做臨界值的取捨。1979年 Dicky 及 Fuller 檢定引用過去對布朗運動的研究，得到檢定左尾臨界值應遠小於  $t$  分配的結果，因此也推翻了傳統討論經濟變數拒絕單根的結論，取而代之的是經濟變數不能拒絕單根。這為後續葛蘭傑的共整合研究奠下基礎。葛蘭

傑自己也與 P. Newbold 發現，隨機漫步因為具有累積和的特性，也就容易形成趨勢，或謂隨機趨勢。但隨便不相干的兩個隨機漫步，跑迴歸，使用傳統的檢定，卻容易得到顯著的結果。這顯然某個地方出錯。葛蘭傑與 P. Newbold 將這種現象叫做疑迴歸 (spurious regression)。疑迴歸的結果，不穩定的經濟變數間的統計顯著現象，可能都是虛假的。但是如何判定是否真正有關係呢？這就是將要介紹的共整合。

## 共整合理論

葛蘭傑早期其實不管單根檢定，他喜歡由圖形著手，判斷關係。他發現大部分的總體經濟變數都具有隨機趨勢。尤有進者，他更發現一些總體經濟變數經過

倍數漲縮、加加減減的線性處理，不穩定的性質就消失，可以回歸到穩定的數列。他把這種現象叫做「共整合（共積）」。葛蘭傑證明了如果兩個或多個變數間存在共整合，則這些變數還可以表成誤差修正模型 (error correction model)，誤差修正項

來自於前期的「失衡」，後者則會促使這些變數移向長期均衡。學界將這個理論尊稱為「葛蘭傑表現理論 (Granger representation theorem)」。

共整合技術性的定義為：若兩個或多個非平穩時間序列的線性組合變成平穩時間序列，則稱這些變數具有共整合。莫瑞 (M. P. Murray) 教授更進一步以醉漢與一隻未上鏈的狗來比喻共整合。狗藉著靈敏的鼻子追蹤主人的氣味，圍繞在其四周。醉漢毫無目的隨機漫走，狗則忽左忽右地跟隨著主人，亦為另一隨機漫步。從個別的步伐看來，人與狗皆毫無章法，可能走到任何角落，但兩者卻亦步亦趨，不會相距太遠。找到醉漢，狗大概就在附近；找到狗，醉漢也不遠了，這就是共整合。這個例子生動地

描述共整合的涵義。

## 共整合與經濟理論

醉漢與狗到底與經濟學有何關聯？為何葛蘭傑可以因此而榮獲至高榮譽的諾貝爾獎呢？原因是葛蘭傑把共整合與經濟學中最重要的概念「長期均衡」連接在一起。因為經濟變數是經濟行為的結果、人類文明的表徵。前述的消費受所得、利率的影響為例。賺錢是要消費，利率也會影響人們的儲蓄，這些都是選擇的結果。選擇是有意識篩選的過程。文明就是選擇後，均衡的產物。換言之，共整合與長期均衡為一體的兩面，若變數間存在共整合，則這些變數存在長期均衡，檢定是否存在共整合等於檢定是否有長期均衡。

例如購買力平價說 (PPP) 為國際經濟學中最重要的理論之一。該理論預期相同的物品在兩國的價格經過匯率調整後應相等。例如各國的麥當勞麥香堡價格應類似。然而，影響物價的因數太複雜，兩國物價不可能完全相等。問題是：到底差多少叫類似呢？若換算後價差為平穩的時間序列且其均數為零，變異數為有限，彼此可以接受「類似」的情

況。那麼檢定 PPP 是否成立就相當於檢定兩國物價間是否存在共整合。而總體經濟學中景氣循環的研究也是重要課題。在景氣循環的各個階段中許多變數如就業、國內生產毛額、消費、投資等變數，雖有先後但大致作同向的變動，最適合以共整合理論來分析。總結之，共整合理論提供經濟學家一個分析長期共同趨勢與檢定長期均衡的有力工具。

## 因果關係

然而醉漢與狗的比喻往往以醉漢為主，狗為輔。這是一個缺點。在共整合理論中，變數們是對等的，而非此例中的人與狗有主從關係。主從關係也可看成先後的關係，先看到的為因，後看到的為果。因此應順便提一下因果關係的檢定，是葛蘭傑更早的重要學術研究成果。

葛蘭傑以時間序列重點在預測，因此判斷甲乙因果關係的存在與否，就是拿甲序列對乙序列的過去，落後項來迴歸。若具有解釋能力，就表示乙對甲有因果作用。乙先發生叫做因，甲是可以被預測叫做果。當然兩序列，也可反過來做。如果單個方向成立，因果關係就不言而喻。如果

兩個方向都成立，就叫互為因果。因此到底是雞生蛋還是蛋生雞？就是一個可以實證的問題。美國某農經雜誌就有檢定告訴我們雞與蛋互為因果。這是茶餘飯後的好話題。然而不穩定的序列因果關係的求算，也必須加上誤差修正項才不會失真。

## 實證研究的革命

在共整合理論發明之前，經濟學家在作計量分析時，通常先將非平穩的時間序列差分變成平穩的數列後，再應用傳統的大樣本極限理論進行估計與檢定。如此一來則將喪失長期均衡隱含的訊息。若不先作差分，則前述傳統的疑迴歸導致的極限分配不適用，亦即先前文獻所作的檢定皆不正確，因而有必要發展新的大樣本理論。非常多的計量經濟與統計學家投入相關的理論研究，耶魯大學的菲利浦 (P.C.B Phillips) 教授與丹麥統計學家 S. Johansen 迄今基本上已經解決相關的統計理論問題。但從葛蘭傑的疑迴歸研究開始，到它被證明，也花了十餘年的光陰。

新的共整合計量理論的出現刺激新的實證研究。從1980年代中期起一直到1990後期，相關的



## 諾貝爾獎特別報導

研究、學術會議、期刊文章、專輯與專書如雨後春筍不斷出現。共整合理論變成經濟系學生必學的課題，研究總體時間序列而不涉及共整合的文章幾乎很難在一流的期刊中登出。自葛蘭傑教授於1981年正式提出共整合理論以降，至今已有20餘年。該理論已由初生期發展至成熟期，相關的統計理論已趨完備，並被廣泛的應用於經濟、財務及相關領域。只要在任何社會學科搜尋引擎中輸入 co-integration 字串或者 cointegration，即可找到數百甚至數千篇相關文章，由此不難看出葛蘭傑教授的共整合理論對經濟學界的影響，稱為共整合革命亦不為過。

### 葛蘭傑與恩格爾

另外值得一提的是，共整合是葛蘭傑教授的研究產物。1981年文章發表後，他再接再厲，將共整合理論延伸又寫成一篇文章投稿 *Econometrica*（經濟學中最重要的期刊），結果卻被退稿。他體認到這篇文章的重要性，因而邀請同事恩格爾加入，重新改寫並再投稿該期刊，結果還是被退稿。他相當失望，本擬改投稿其他期刊，但恩格爾不死心，堅

持向該期刊主編申訴並要求重新審查。果然，新的評審體認到本文的重要性，建議再小幅度修改後刊登。在收到審查報告後不久，主編卻來信要求儘快完成修稿，因為他們已收到數十篇相關的投稿，在沒有刊登該文之前，該期刊無法接受其他文章。結果這篇文章於1987年刊登，奠定了共整合理論的基石，成為後續研究必須引用的文章。也因此在諾貝爾獎的得獎理由上，兩人是被視為一體的。

不過對於葛蘭傑與恩格爾，儘管兩人同時獲得諾貝爾經濟學獎，而且此獎公布名單時，恩格爾的名字寫在葛蘭傑之前（這是因為從1990年以來諾貝爾獲獎名單都按名字的字母順序排列，

1990年以前是按貢獻大小和年齡長幼來排列），但就對計量領域的貢獻及資歷來說，葛蘭傑的影響與貢獻要大。底下我特別再介紹恩格爾得獎的另外一個理由：Autoregressive conditional heteroscedasticity（縮寫ARCH，由於目前國內尚無通用的譯名，因此筆者以其縮寫提出「拱論」一詞為其中譯）開啟財務經濟學實證研究的大門。

### 財務經濟學

財務經濟學因其方法論及著眼點的特殊性，早已成為經濟學的一個重要分支。例如價格反應迅速，因此不可套利成了財務理論的中心思想。而資本市場的供



恩格爾2000年7月來台大經濟系演講攝於教員休息室。左起銘傳大學涂登才、暨南大學高櫻芬、恩格爾、筆者、中研院經濟所周雨田。

需均衡及資產定價的問題，更成了研究的焦點。前述價格隨機游走及效率市場的現象也就非常普遍；將此延伸的資產定價模型（CAPM），套利定價法則（APT）皆成了財務經濟學膾炙人口的理論。但這些理論的背後可以說都是Markowitz均數-變異數分析的延伸，這還是脫離不了我們前面所述的一階及二階動差的計算。

## 波動性

變異數或是二階動差，它描述了隨機變數的離散程度，也就是可能的波動性。

由於傳統的均數-變

異數分析是假定變異數是不隨時間變化的一種單期靜態分析。因此過去傳統的研究，有很多缺陷。歷史資料呈現的波動性，是有目共睹的。另外觀察股票市場加權指數或是單股走勢，資料總是在某個階段發生劇烈波動，表現出比較大的波動程度，而在另一些階段就比較平穩，表現出比較小的波動程度。經典統計模型通常假定的變異數是不隨時間變化就不是個好模型，時變波動性則是一個思考的方向。

其實波動也表示了反應。人

們的行為會被訊息影響，因為訊息提供變化，變化後情況改變，提供了人們誘因去做反應。問題是，對訊息的判斷不見得正確，而人們又常常有過度反應的情形。例如股價漲跌時，就常常發現「紅則長紅、黑則長黑」的現象，接踵而來的修正過程，常常都是迂迴前進，而不是線性到達。因此，利多的消息進來，股



葛蘭傑教授的另類風采。

票上漲，往往漲太多；利空的情況產生，股價下跌，往往跌太多。漲太多會拉回修正，往往又拉回太多，跌太多的修正也有類似情形。這些原因導致了波動的聚集性（volatility clustering）。也就是由資料來看，大波動伴隨大波動，小波動伴隨小波動的有趣現象。但這種現象是綜合來看普遍的規律，也就是發生是有蠻大的機率，但不是百分百。

## 拱論與二階動差

問題是如何做模型，如何用方程式來表達，用資料來做估計、驗證。前述的不是百分百，統計的隨機性也就必須扮演重要的角色。恩格爾思考傳統二階動差求算的是固定變異數。要探討金融資產價格波動的聚集性應是不同時間的結果。也就是整體可以有固定變異數，但不同時段的訊息集合下，條件變異數就應不同。時變波動性的觀念就孕育而生。恩格爾並思考要掌握聚集性、伴隨的現象，前後的條件變異數應有一定的關係，這關係就像時間序列自我迴歸的現象。因此他就提出自我迴歸條件變異數不齊一（拱論）的模型。

雖然是自我迴歸條件變異數的不齊一，但因為模型的複雜度，當時他只能將條件變異數模型設計成移動平均的型式。後來他的指導學生 T. Bollerslev 的研究，才加上真正自我迴歸的部分，也就是後來的 GARCH 模型。這些時變波動性模型的過去條件變異數不但是可以變動的，而且未來的變異數也可以做預測的。尤有進者，它是一個具有參數化隨機過程的模型。所以拱論模型的各種擴充、修改，便相對的容易。後續有非線性的 N-GARCH、門檻的 T-GARCH、指



## 諾貝爾獎特別報導

數不對稱的 E-GARCH 等等。因此自從恩格爾提出拱論模型之後，開創了財務經濟學更廣的實證研究大門。

### 拱論與財務金融

在恩格爾1982年拱論的第一篇論文中，將時變波動性模型及其估計預測方法用於通貨膨脹研究。但該模型更重要的應用在於金融部門。金融活動經常要處理風險問題，並對風險進行定價。如在金融市場上常用的資產定價模型(CAPM)中，單個證券或組合的收益依賴於它與市場收益的變異數及共變異數。而均數、變異數的討論其實也就可以計算報償與風險的替代。高風險是否就表示有高報償？風險溢酬(risk premium)的大小其實都可加以計算與驗證。

一個更為現實的例子是，證券投資基金在進行資產配置時，要確定主要資產類別(如股票、債券和現金)在整個投資組合中的權重。借助於Markowitz的均數-變異數分析，要確定這些資產類別之間的變異數及共變異數才能計算。引入時變波動性，將單期靜態分析擴展為多期動態分析，即可實現資產配置的動態調

整。投資組合管理才更能適應市場波動不斷變化的現實。

近年衍生性金融商品蓬勃發展，例如選擇權它本身對波動性的變化就具有高度的敏感性，定價頗為不易。理論上選擇權的定價公式，常用的有二項分配選擇權定價公式及布雷克-休斯(Black-Scholes)定價公式。但此兩個公式，在給定了變異數後才能估計選擇權的價格。可是在異質的條件變異數下，不同的時間應有不同的變異數而可能導致不同的選擇權價格，這也使得變異數預測及選擇權的定價有密切的動態關係。

最後，風險控管要計算涉險值(VaR)，條件變異數的計算，也更是不可或缺的角色。風險評估是現代金融市場的核心活動，例如投資者需要評估資產收益及其風險，銀行和其他金融機構在實施風險控制時也要確保資產價值不低於某個最小值，以防止破產。涉險值是在給定的信賴水準下，能容忍最大可能損失的值。其計算過程中，涉及投資組合報酬率之變異數與共變異數矩陣的估計，因此，精確的變異數與共變異數矩陣之預測可以提高涉險值的精確性。時變波動性模型就是波動性、變異數矩陣測量方法

的一種重要改進。這對未來財務金融界，還有持續性的影響。

### 後記

這次恩格爾與葛蘭傑的獲獎，多少有點出乎學界的意料之外。因為這是四年內諾貝爾經濟學獎第二次授予經濟計量學門。上一次是海克曼(J. Heckman)和麥克法登(D. McFadden)才因對經濟計量橫斷面資料的傑出研究在2000年度獲獎。經濟學的學門很多，一般來說，諾貝爾經濟學獎會平衡照顧到各個學門。但筆者知道葛蘭傑已經好幾年在入圍名單中。他的學術作品可讀性都很高。早年的因果關係研究、雙線性時間數列模型、長記憶時間序列、組合預測和本文的共整合研究等，都影響深遠。1990年後，他還有很多方法論的作品，更深刻影響經濟計量學門的發展，刺激學術思想要與實際問題密切結合。兩位大師都曾來台多次，對學術的傳播與我國學子的觀念啟發，有很大幫助。老師得獎，學生與有榮焉，故特別為文以記之。(本文圖片由恩格爾、葛蘭傑與作者共同提供)☺

林建甫：任教台灣大學經濟系