

國立台灣大學機械工程學系 系統最佳化實驗室

目 錄

1	實驗室簡介	2
2	研究重點一：可靠度最佳化設計	3
2.1	背景	3
2.2	可靠度最佳化設計	4
2.3	研究成果：針對可靠度最佳化設計之連續線性演算法則[1]	5
2.4	研究成果：針對非高斯分布不確定因素之高效率演算法[2]	6
2.5	研究成果：針對機率拘束空間內最大可靠度問題之EGO演算法修正[3]	7
2.6	研究成果：隨機取樣 SQP 演算法以解決非線性可靠度限制式之最佳化問題[4]	7
3	研究重點二：複雜系統整合與設計	8
3.1	背景	8
3.2	解析目標傳遞法	8
3.3	權重更新法	11
3.4	研究成果：整合操控安定性與輕量化之車體美學最佳設計	12
3.5	研究成果：線性化解析目標傳遞法[5]	12
4	研究重點三：多目標與多領域設計	13
4.1	研究成果：以 β -Pareto預測法解決不確定因素下之多目標最佳化	15
4.2	研究成果：結合環保及交通之最佳法規制定[6]	15

1 實驗室簡介

設計是一連串策略決定的過程[7]。在產品設計的初期，設計工程師必須制定許多產品或系統的規格，一旦制定，這些規格也深深影響產品的製作成本、使用時期的長短及期間內的性能表現、乃至於回收或再利用的容易程度。根據文獻顯示，70%的製造成本及產品性能取決於設計初期所作的決定[8]，也因此工程師必須在最多資訊的情況下做最佳的設計決策。

好的設計不僅要滿足基本的要求標準，還必須確保性能及品質達到最佳化。「系統最佳化實驗室」成立之宗旨乃是以完善的數學、統計及機械設計的理論基礎，以最佳化的角度，提供系統化的全方位設計藍圖。於民國九十六年成立於國立成功大學機械工程學系，本實驗室目前研究重點有：

〈**可靠度最佳化設計**〉環境及使用時的各種不確定因素會嚴重影響產品性能與品質，可靠度最佳化設計除了提供有效及快速的可靠度分析方法，也整合最佳化演算法與可靠度分析方法，使工程師在產品設計初期便可預測其在使用時的性能表現及可靠度，即時做最有效的設計變更，減少設計後期所要做的改變，降低產品成本。

〈**複雜系統整合與設計**〉工程問題往往錯綜複雜，如汽車和飛機等，這樣的複雜系統所涵蓋的元件數目龐大，無法做整合型設計。本實驗室使用先進的多層系統設計方法，將複雜系統分解成許多次系統及元件之組合，各次系統間獨立運作，不但可達到平行處理，增加時效，次系統間也互相合作達到最終之設計目標。

〈**多目標與多領域設計**〉除了工程上的性能考量外，完善的設計還須涵蓋環保，人體工學，美學，及其他各種不同領域的考量。這樣的跨領域設計是近年來許多研究人員面臨的課題，除了模型的建構、資訊的傳遞之外，針對不同領域的設計工程師也面臨日益複雜的系統架構。此外，各領域之間所追求目標之間的取捨，亦即如何有效率的解決多目標最佳化問題，也是我們研究的主軸。

除了理論探討外，本實驗室也曾配合成功大學機械系三年級課程“機械設計”與成功大學工學院“機電創新實作”課程，讓大學部學生了解機械設計過程與重點，並進行專題競賽方式帶領學生體會設計時，實際體會從概念藍圖至製造完成的過程所會遇到的挑戰，利用所學的力學、材料、及機構等的專業知識，透過此專題做最有效的整合。

感謝行政院國家科學委員會、成功大學、台灣大學、台達電子工業股份有限公司、金屬工業研究發展中心，及溢泰實業股份有限公司對系統最佳化實驗室的贊助。

2 研究重點一：可靠度最佳化設計

2.1 背景

最佳化設計是工程師時常用來設計產品或系統的工具之一，在完成模型的建構及變數選擇後，最佳化可以有系統的方式找到滿足設計條件的最佳設計。然而這些設計的結果乃是根據特定模型及特定假設下所得到的答案，一旦產品所處的環境與當初設計的不同，或有其它的不確定因素(Uncertainty)存在，該設計結果便不再是一個好的結果，例如材料性質的參數在設計過程常視為定值，然而在實際上並非如此，一旦產品受到人為或非人為、可控制或不可控制的不確定因素影響時，其可靠度將相對較低。

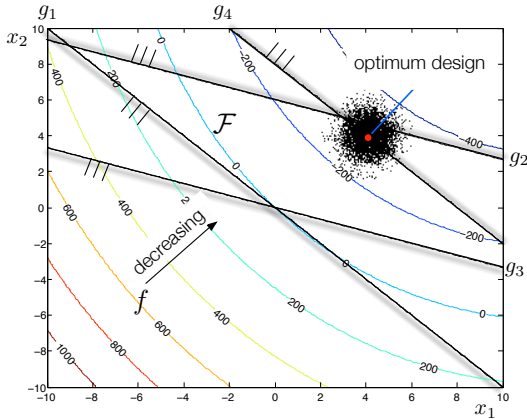


圖 1: 不確定因素影響最佳化設計

環境或人為的不確定素影響了設計對於拘束條件的可靠度，這些不確定因素環繞在我們的四周，有些可以加以控制而減少其影響或消除，然而許多不確定因素是無法控制的，其來源大致可分下列四種：

- 人為因素：加工品質、量測精度、操作差異等。
- 材料特性：楊式係數、浦松比、密度等。
- 自然環境：溫度、濕度、氣壓、風速、地震、雷擊等。
- 時間影響：疲勞、老化等。

方程式(1)為傳統最佳化之數學模型，其中 \mathbf{x} 為設計變數， \mathbf{p} 為設計參數， $f(\mathbf{x})$ 為目標函數，而設計限制式包含非等式限制式 $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ 與等式限制式 $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ 。

$$\begin{aligned} & \text{Optimize}_{\mathbf{x}} \quad f(\mathbf{x}, \mathbf{p}) \\ & \text{Subject to} \quad \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{p}) \leq 0 \\ & \quad \quad \quad \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{p}) = 0 \end{aligned} \tag{1}$$

方程式(1)的最佳解往往在拘束條件的邊界，不確定因素的存在將導致這些設計的實際可靠度偏低。以圖1的二維四拘束條件問題為例，最佳設計值落在拘束條件 g_4 邊界上並相當靠近拘束條件 g_2 之邊界，不確定因素導致最佳解對拘束條件 g_4 與 g_2 的可靠度分別只有 50% 與 70%。這樣的可靠度在工程設計上是無法被接受的，因此有安全係數之制定，然而制定安全係數需要仰賴許多的經驗法則，係數制定後與可靠度之間的相關連也甚薄弱，有鑑於此，可靠度最佳化設計(Reliability-Based Design Optimization, RBDO)在原本的最佳化問題上再考慮各種不確定因素。

可靠度最佳化便是在傳統最佳化的架構下，正視不確定因素的存在，並探討不確定因素對產品性能所造成的影響，讓工程師在產品的概念設計初期便考量每個設計決定對產品使用時的可靠度影響，並加以改善，其嚴謹且實用的數學模式已在土木[9]、機械[10]、化工[11]、及航空[12]等領域廣為應用。

2.2 可靠度最佳化設計

可靠度是產品在指定時間範圍內可滿足某性能指標的機率[11]，也是評估不確定因素影響產品或系統的重要指標。可靠度最佳化設計融合了最佳化與可靠度。在將不確定因素用隨機變數的概念加入方程式(1)後，可靠度最佳化設計的數學模型便如方程式(2)所示，其中 \mathbf{X} 為高斯不確定因素， P_f 為最大允許的破壞機率，可靠度為 $R = 1 - P_f$ 。與傳統最佳設計(1)比較，可靠度最佳化設計(2)主要改變為拘束條件成為可靠度拘束條件。

$$\begin{aligned} & \text{Optimize } f(\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{X}}) \\ & \text{Subject to } \Pr[g_j(\mathbf{X}) > 0] \leq P_f \end{aligned} \quad (2)$$

方程式(2)中可靠度拘束條件的計算是十分棘手的，破壞機率理論上需經由方程式(3)積分計算所得到，其中 $f_{\mathbf{X}}$ 為隨機變數的聯合機率密度函數，其取得在工程問題上是首先面臨的難題，即使獲得了，方程組(2)的多重積分更增添了計算可靠度的難度[11]，因此文獻上諸如一階及二階可靠度方法及各種高效率取樣法，均在尋找既準確又有效率的方法計算方程式(2)中的可靠度拘束條件量值。

$$\Pr [g_j(\mathbf{X}) > 0] = \int_{g>0} \cdots \int f_{\mathbf{X}}(x_1, \cdots, x_n) dx_1 \cdots dx_n \quad (3)$$

2.3 研究成果：針對可靠度最佳化設計之連續線性演算法則[1]

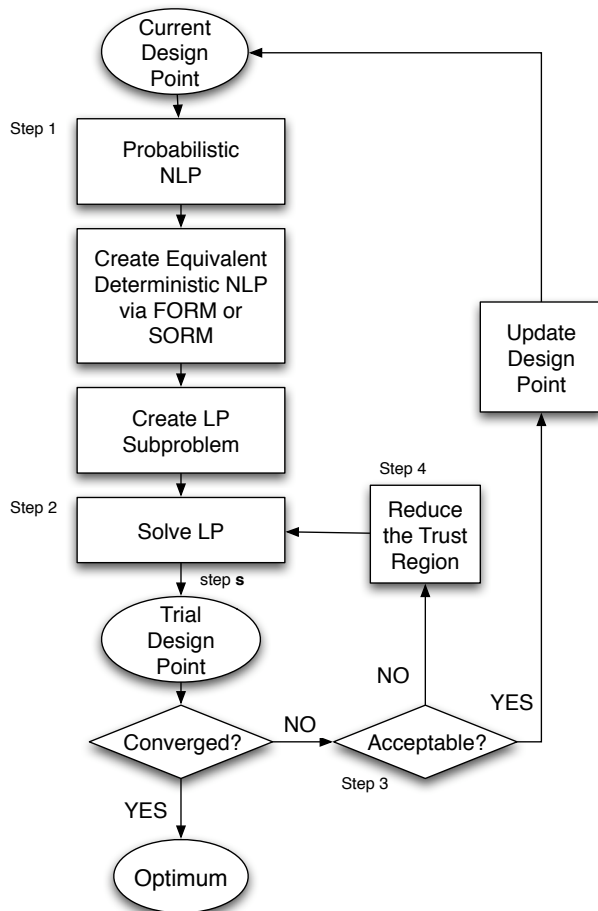


圖 2: 連續線性演算法

若函數的非線性程度低，則採用一階可靠度方法；若非線性程度高且重要性高，則採用二階可靠度方法，如此一來大部分的函數均可有效率的處理。

為確保本演算法則的收斂性，我們採用過濾的概念取代懲罰函數，避免了懲罰函數在收斂末期的病態條件(ill-condition)。此外，可靠度拘束條件的數目，也影響到了演算法則的效率，本研究為解決有大量可靠度拘束條件的工程問題，如結構問題等，採用有效拘束條件法，可大量減少實際需計算的可靠度拘束條件的數目，也直接的提昇了演算法的效率。

近年來，可靠度最佳化相關研究均偏重於如何有效率及正確的計算可靠度拘束條件，而非以演算法則的角度討論如何有效率的達到可靠度最佳值。傳統方法均使用一階可靠度來估計品質，然而一階可靠度方法的精確度只侷限於線性函數，性能函數越非線性，一階可靠度方法的估計準度越低。雖然文獻上有二階可靠度方法可提昇精確度，然而二階可靠度方法必須計算函數的二次導數，並求得主曲率(principal curvature)，對於工程問題來說計算量過於龐大。有鑑於此，本研究成果提出一針對可靠度最佳化所設計的連續線性演算法則，不但提供有效率的解決方案，更提高了精確度及收斂性質。此一演算法則並用一階及二階可靠度方法，將非線性的可靠度拘束條件，在設計點周圍，逼近成為一般的拘束條件。

2.4 研究成果：針對非高斯分布不確定因素之高效率演算法[2]

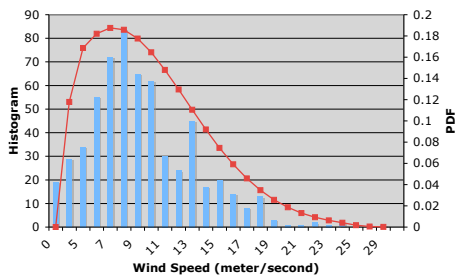


圖 3: 非高斯不確定因素

許多自然界之不確定因素，如風速，風向，溫度，或空氣污染的物理現象，均呈現非高斯或甚至離散的分佈狀況，然而一階乃至於二階可靠度方法均假設分布曲線為高斯，非高斯分布曲線的存在將使原本的可靠度分析方法不敷使用。在本研究中，我們回顧文獻上對非高斯分布不確定因素的分析方法，並探討這些方法與最佳化演算法之整合。研究發現，現有的方法雖可分析可靠度，但所用的分析法在與最佳化演算法整合上，有很大的改善空間，尤其是針對多個可靠度拘束條件的問題，主要的原因在於，現有的分析法假設所有的拘束條件在最佳化的過程中有相等的重要性，然而事實上最佳化結果只會被少數的重要拘束條件影響，因此我們先制定一個方法來判別拘束條件的重要性，在依照不同的重要性採用不同精確度及不同效率的方法來估算拘束條件可靠度。

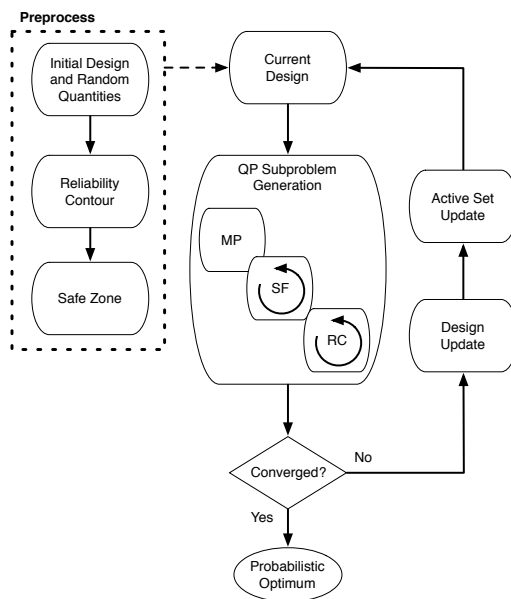


圖 4: 非高斯分布之演算法

我們在進行最佳化設計前，先建立可靠度安全區間，區間內的任何設計均確保其可靠度達到要求水平，再利用此區間判斷拘束條件的可靠度預估方式。影響不大的拘束條件由其平均值為接受與否的標準，對於相對重要的拘束條件則用較精確的安全區間作為評斷標準，最重要的拘束條件則必須採用最精確也最耗時的計算方式。每一次的設計迭代過程中，將根據每個拘束條件不同的情形來選擇不同的可靠度計算方式，此種演算策略對於多數量拘束條件與相對少數量變數問題，在效率上有明顯的改善。

2.5 研究成果：針對機率拘束空間內最大可靠度問題之EGO演算法修正[3]

文獻相關之可靠度最佳化研究，均假設設計者已設定一合理且可行之可靠度量值，然而對於一個複雜的工程問題，若所訂定的可靠度值不適當，將有可能會導致問題的可行解空間並不存在，或是低估了問題本身所能要求的可靠度。因此，本研究使用Efficient Global Optimization(EGO)演算法，在機率形式的拘束條件下，以最大可靠度作為目標來進行最佳化設計。配合本研究提出的取樣指標，此EGO演算法可改善蒙地卡羅法所計算的拘束條件之準確性，並建立Kriging模型來對各個不連續的可行解空間，進行最大可靠度的全域最佳化設計。研究成果顯示，在針對黑盒子函數問題與非連續可行解空間的可靠度問題中，此方法將比梯度型演算法或DIRECT演算法來的有效率。

2.6 研究成果：隨機取樣 SQP 演算法以解決非線性可靠度限制式之最佳化問題[4]

本研究為解決非線性可靠度限制式之最佳化問題，提出一個以樣本法與SQP為骨架的演算法。此演算法使用平均重要取點法(AAIS)來估計破壞機率與其梯度。平均重要取點法為取樣在函數的極限狀態上，因此可使用較少的樣本數得到穩健且精確的破壞機率估計值。此外，平均重要取點法也可在有限的樣本數下，得到相對精確且變異量小的梯度量值。為防止破壞機率梯度的計算結果遭受機率值低但梯度值高的樣本影響，本研究提出一樣本過濾器，防止少數樣本導致梯度計算結果產生偏差。為確保演算法收斂，本演算法中使用一試驗準則(F-filter)來替代懲罰函數，用以判斷設計點可否被更新，並避免使用懲罰函數所造成的不良條件。為了提升演算法的效率，將部分已取樣之樣本回收再利用，做為下一次疊代的樣本，因此下一次疊代只需在上一次疊代過程中還未取樣的區域進行取樣即可。文中以一個工程範例以及兩個數學範例說明以本研究所提出演算法之計算結果並與文獻上的方法加以比較，其中一個數學範例為有多個最大可能破壞點，使用現行一階、二階可靠度方法與蒙地卡羅法皆無法有效的解決。本文提出的演算法除了可有效的解決多破壞模式問題，也可提昇處理一般可靠度最佳化問題的效率、穩健度，及收斂性。對於工程上存在的高度非線性可靠度限制式，本研究所提出的取樣 SQP 演算法較文獻上的方法有著更優異的演算性能。

3 研究重點二：複雜系統整合與設計

3.1 背景

複雜系統為一個由許多相互連結的元件或次系統所組成的大型系統，亦稱為大尺度系統，常見的複雜系統如汽車或航空器等。複雜系統往往無法找到單一模型來完整的模擬全系統的性能，即使這樣的模型存在，龐大的運算量導致無法利用該模型進行最佳設計。因此工程師需要獲得系統內各元件或次系統的資訊，將複雜系統拆解成多個相關聯的小系統，由小系統的最佳行為推導出整體系統最佳設計。

3.2 解析目標傳遞法

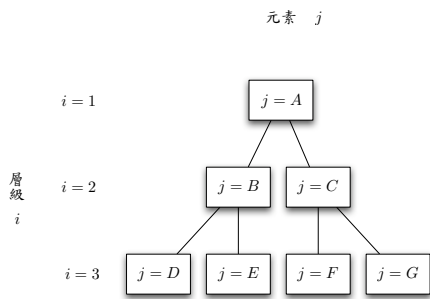


圖 5: 多層系統樹枝狀架構圖

由汽車工業發展出來的解析目標傳遞法 (Analytical Target Cascading, 簡稱ATC), 是一種用來處理複雜系統的設計方法; 此方法將複雜系統拆解為多層架構 (圖5), 並允許此架構中的上層系統將目標傳遞至下層系統, 以獲得整體系統的最佳近似解。在取得整體系統之設計目標後, 此法之運作流程如下:

1. 將系統適當的拆解成多層系統
2. 建立小系統模型
3. 改寫各子系統的目標函數以符合ATC形式
4. 分別對各子系統進行最佳化求解, 並藉由系統間的訊息傳遞與溝通協調, 求得整體系統的最佳解

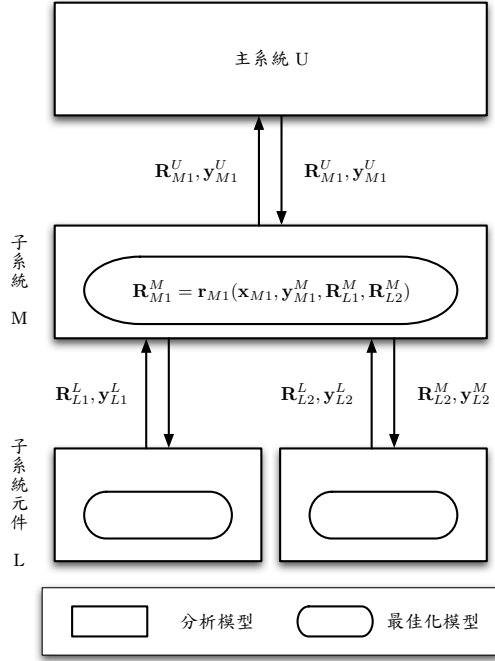


圖 6: 多層系統資訊流示意圖

(M) 與子系統元件 (L) 共三層系統；子系統元件又分為 $L1$ 與 $L2$ 兩部份。主系統將主系統響應 \mathbf{R}_{M1}^U 與連結變數 \mathbf{y}_{M1}^U 由第 U 層往下傳至子系統 P_{M1} 。在子系統處理完最佳化問題 P_{M1} 後，將子系統響應 \mathbf{R}_{M1}^M 與連結變數 \mathbf{y}_{M1}^M 回傳至主系統。同理，子系統將 \mathbf{R}_{L1}^M 與 \mathbf{y}_{L1}^M 傳至子系統元件 E_{L1} 後，子系統元件回傳 \mathbf{R}_{L1}^L 與 \mathbf{y}_{L1}^L 給子系統。在子系統由子系統元件 E_{L1} 與 E_{L2} 得到 \mathbf{R}_{L1}^L 與 \mathbf{R}_{L2}^L 後，將其與區域設計變數 \mathbf{x}_{M1} (local design variables)、主系統連結變數 \mathbf{y}_{M1} 代入分析模型 r_{M1} 後，即可得到子系統最終的輸出 R_{M1} 。

$$\begin{aligned}
 & \min_{\mathbf{x}} \quad \|\mathbf{R} - \mathbf{T}\| \\
 & \text{where } \mathbf{R} = r(\mathbf{x}) \\
 & \text{s.t. } \mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq 0 \\
 & \quad \mathbf{h}(\mathbf{x}) = 0
 \end{aligned} \tag{4}$$

由於ATC允許各個子系統間傳遞資訊，資訊流的符號定義如下：

- \mathbf{R}_{ij}^k 表示各子系統間的響應變數 (response)
- \mathbf{y}_{ij}^k 表示各子系統間的連結變數 (linking variable)

解析目標層遞法的數學架構乃在將如方程式(4)的目標導向最佳化問題，配合拆解後的結構，成為多個次系統最佳化問題的彼此溝通。方程式(4)包含了兩種類別的模型，分別是最佳化模型 \mathbf{P} 與分析模型 r 。最佳化模型利用分析模型計算主系統、子系統與子系統元件的響應變數 (response)；分析模型則是輸入設計變數、設計參數與下層系統響應後，將結果輸出至上層系統作為上層系統的響應變數。拆解後之各模型關聯如圖6所示，其中 E_i 表示第 i 層的所有元素 (element)， E_{ij} 表示第 i 層的元素 j ， C_{ij} 表示 E_{ij} 的子元素。在圖5的多層系統中， $E_2 = \{B, C\}$ ，而 E_{2B} 的子元素 $C_{2B} = \{D, E\}$ 。圖6是一個資訊流的範例：此範例包含了主系統 (U)、子系統

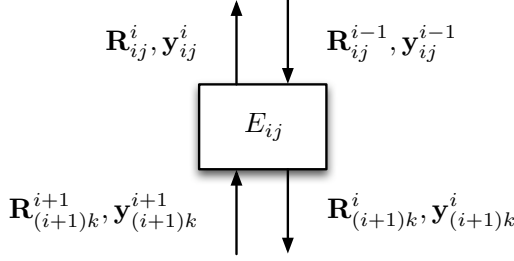


圖 7: 子系統 E_{ij} 資訊流示意圖

其中下標 ij 表示第 i 層的元素 j ；上標 k 表示資訊是由第 k 層傳出（即資訊的來源）。由此符號定義可知，當 $i = k$ 表示 \mathbf{R}_{ij}^k 為元素 E_{ij} 的輸出響應；反之則為元素 E_{ij} 的輸入響應。在將原設計問題問題拆解成為多層系統架構之後，即可重新定義各子系統的目標函數以符合ATC系統架構。ATC的主要概念是希望在最小化主系統響應與設計目標差距的同時，能盡量保持各個子系統間資訊流傳遞的一致性。對任一子系統 E_{ij} （圖7）而言，需最小化子系統輸出與輸入間的差距，以符合資訊的一致性，其數學式可由方程式(5)表示。

$$\min_{\bar{\mathbf{x}}_{ij}} w_{ij}^R \|\mathbf{R}_{ij}^i - \mathbf{R}_{ij}^{i-1}\| + w_{ij}^y \|\mathbf{y}_{ij}^i - \mathbf{y}_{ij}^{i-1}\| + \varepsilon_{ij}^R + \varepsilon_{ij}^y \quad (5a)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{k \in C_{ij}} w_{(i+1)k}^R \|\mathbf{R}_{(i+1)k}^i - \mathbf{R}_{(i+1)k}^{i+1}\| \leq \varepsilon_{ij}^R \quad (5b)$$

$$\sum_{k \in C_{ij}} w_{(i+1)k}^y \|\mathbf{y}_{(i+1)k}^i - \mathbf{y}_{(i+1)k}^{i+1}\| \leq \varepsilon_{ij}^y \quad (5c)$$

$$\mathbf{g}_{ij}(\mathbf{R}_{ij}^i, \mathbf{x}_{ij}^i, \mathbf{y}_{ij}^i) \leq 0$$

$$\mathbf{h}_{ij}(\mathbf{R}_{ij}^i, \mathbf{x}_{ij}^i, \mathbf{y}_{ij}^i) = 0$$

$$\text{where } \mathbf{R}_{ij}^i = \mathbf{r}_{ij}(\mathbf{R}_{(i+1)k_1}^i, \dots, \mathbf{R}_{(i+1)k_{C_{ij}}}^i, \mathbf{x}_{ij}^i, \mathbf{y}_{ij}^i)$$

$$\bar{\mathbf{x}}_{ij} \in \left[\mathbf{x}_{ij}^i, \mathbf{y}_{ij}^i, \mathbf{y}_{(i+1)k_1}^i, \dots, \mathbf{y}_{(i+1)k_{C_{ij}}}^i, \mathbf{R}_{(i+1)k_1}^i, \dots, \mathbf{R}_{(i+1)k_{C_{ij}}}^i, \varepsilon_{ij}^R, \varepsilon_{ij}^y \right]$$

\mathbf{x}_{ij} 是子系統 E_{ij} 的區域變數； \mathbf{y}_{ij}^i 是子系統 E_{ij} 輸出至第 $i - 1$ 層子系統的連結變數； \mathbf{y}_{ij}^{i-1} 是第 $i - 1$ 層子系統輸入至子系統 E_{ij} 的連結變數； \mathbf{R}_{ij}^i 是子系統 E_{ij} 輸出至第 $i - 1$ 層子系統的響應； \mathbf{R}_{ij}^{i-1} 是第 $i - 1$ 層子系統輸入至子系統 E_{ij} 的響應； \mathbf{r}_{ij} 是子系統 E_{ij} 的響應函數； \mathbf{g}_{ij} 是子系統 E_{ij} 的不等式拘束條件； \mathbf{h}_{ij} 是子系統 E_{ij} 的等式拘束條件； w^R 是響應變數誤差的權重係數； w^y 是連結變數誤差的權重係數。

方程式(5)中，目標函數(5a)的第一項表示子系統 E_{ij} 與其上層系統間響應變數的誤差；第二項表示子系統 E_{ij} 與其上層系統間連結變數的誤差；第三項 ε_{ij}^R 表示子系統 E_{ij} 與其下層系統 C_{ij} 間響應變數的誤差；第四

項 ε_{ij}^y 表示子系統 E_{ij} 與其下層系統 C_{ij} 間連結變數的誤差，故整體目標函數為子系統 E_{ij} 與其他子系統間資訊誤差的總和。若子系統 E_{ij} 為頂層系統，則 \mathbf{R}_{ij}^{i-1} 為整體系統之設計目標 \mathbf{T} ；若子系統 E_{ij} 為底層系統，則目標函數的第三項和第四項不存在。

3.3 權重更新法

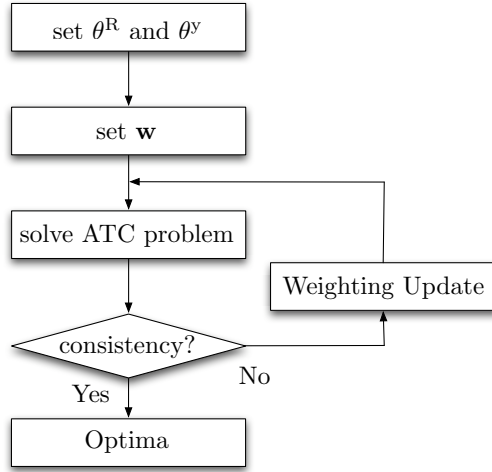


圖 8: ATC之權重更新流程

連結變數的誤差值在容許範圍之內，也就是說，系統最後得到的結果必須滿足方程式(6)。

$$\begin{aligned}
 |\mathbf{R}_{ij}^{i-1} - \mathbf{R}_{ij}^i| &\leq \theta_{ij}^R \\
 |\mathbf{y}_{(i+1)k}^{i+1} - \mathbf{y}_{(i+1)k'}^{i+1}| &\leq \theta_{(i+1)j}^y \\
 \forall k, k' \in C_{ij}, \quad j \in E_{ij}, \quad i = 0, 1, \dots, N
 \end{aligned} \tag{6}$$

方程式(5)中的 w_{ij}^R 為權重係數，針對各次系統所獨立設定的權重係數能讓設計者更明確的調整權重大小，以符合目標與系統間資訊的一致性。權重更新法的目的在於自動計算適當的權重，使各元素間響應變數與連結變數的誤差值均能保持在設計者可容許的範圍 θ_{ij}^R 、 θ_{ij}^y 之內，其流程圖如圖8。首先，整體多層系統以預設權重係數執行並獲得結果。接下來，將此組結果利用線性近似推測系統誤差達到容許範圍時的權重係數，並使用此權重係數，對系統進行求解。這個程序將反覆執行直到各元素間響應變數與

3.4 研究成果：整合操控安定性與輕量化之車體美學最佳設計

本研究以ATC為架構，利用已有的美學量化法則，結合車體結構、車輛操控穩定性，完成一整合型車體最佳設計之平台。

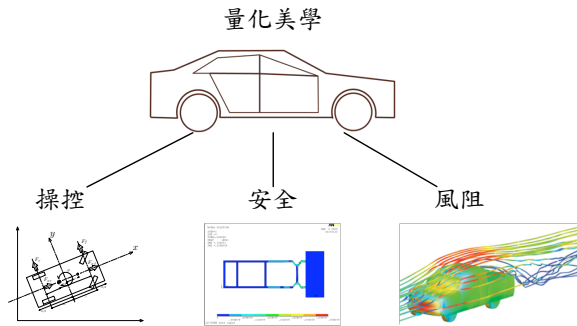


圖 9: 整合型車體設計平台

規為拘束條件，希望可以達到在符合安全法規之標準下，得到最輕量的車架。操控安定性的部份，藉由調整車體、車架與引擎質心位置改變車身整體配重，達到最佳之操控安定性。操控安定性以車輛的轉向過度或轉向不足為指標，期望駕駛者能更精確的操控行進中的車輛。

車輛側視面之幾何外型作為設計變數，以美學量化之比例量值為目標函數，以幾何外型之相對位置以及外型之風阻係數作為拘束條件，希望能從客觀的角度達到最大的美學量值。車架輕量化次系統同樣以車輛側視面之幾何外型作為設計變數，考慮車架的粗細，在相同的車寬下，以車輛汽車安全標準法

3.5 研究成果：線性化解析目標傳遞法[5]

雖然ATC的數學模型已經過證明可具有收斂性質，但事實上ATC的收斂速度絕大部分是取決於題目本身的性質，同時一個標準ATC計算流程通常是需要去解一連串非線性規劃（NLP）的子問題，使其互相配合直到所得解一致。因此要得到ATC收斂最佳值需經過一連串多個非線性規劃的子問題的ATC迭代計算，所以在實際運用上ATC對於收斂有時會產生問題。本研究發展出一套具有收斂效率的演算策略，其本身基礎是建立於序列線性化方法（sequential linearization method）上，由此策略可以改寫原問題成為一個線性規劃（LP）的問題，如此一來次系統最佳化問題便可在一次迭代中收斂，也就能加快ATC過程的效率。此外，此策略若能整合適當的SLP（Sequential Linear Programming）演算法便有機會去處理具有隨機變數的多層系統問題。

4 研究重點三：多目標與多領域設計

在單目標最佳化的問題裡，我們雖然可以找到使目標最好的設計，但在往往需改善的目標不只一個，例如在機器的設計上，除了使性能最佳之外，成本的考量也十分重要，多目標最佳化便是以有組織的方式解決此種工程問題的方法。

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}} \quad & \mathbf{f} = \{f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_k(\mathbf{x})\} \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{h}(\mathbf{x}) = 0, \quad \mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq 0 \end{aligned} \quad (7)$$

方程式(7)是一般多目標最佳化的數學形式，其最大不同點在於同時考慮了多個目標函數 \mathbf{f} ，而此多目標函數存在的空間稱為目標空間， $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^k$ 。

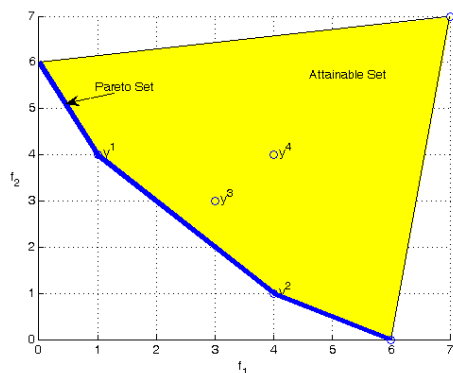


圖 10: 雙目標最佳化之目標空間範例

圖10為一個雙目標最佳化問題在目標空間的示意圖，圖中的區塊表示可行解空間 \mathcal{F} 能夠在目標空間中達到的目標函數值，稱之為可達空間(Attainable Set)， \mathcal{T} 。因同一設計變數 \mathbf{x} 對應多個目標，我們難以直接判定各設計之間彼此的優劣。但若是某設計 \mathbf{x}^i 的所有目標函數表現均比另一設計 \mathbf{x}^j 好，我們稱 \mathbf{x}^i 凌駕(dominates) \mathbf{x}^j ，或是對應的目標空間中我們說 \mathbf{y}^i 凌駕 \mathbf{y}^j ，如圖10， y^3 凌駕 y^4 。

目標函數空間中，若有某設計不存在任何凌駕解，如圖10中之 $y^1 = (1, 4)$ 與 $y^2 = (4, 1)$ ，我們稱之為非凌駕解(Nondominated)，非凌駕解 y^p 之定義如下： \mathcal{F} 為可行解空間，其中 $\mathbf{x}^p \in \mathcal{F}$ ，若 \mathbf{x}^p 為效率解，而 $y^p = (f(\mathbf{x}^p))$ 為非凌駕解，則必不存在 $\mathbf{x} \in \mathcal{F}$ ，使得 $f_i(\mathbf{x}) \leq f_i(\mathbf{x}^p)$ ，其中 $i = 1, \dots, k$ ，且至少一個 j 使得 $f_j(\mathbf{x}) < f_j(\mathbf{x}^p)$ ，其中 $i \neq j$ 。

所有非凌駕解的集合就稱之Pareto集合，任何Pareto集合的設計值均為多目標最佳化最佳解集合，設計工程師或政策決定者可由Pareto集合得知不同目標間的權衡得失(Trade-off)狀況，做最妥善的決定。然而在許多工程設計上，決策者還是希望可以得到一個解就好，而不是一個集合，前人對多目標最佳化的討論提供了許多求解的方法，這些求解過程依照決策者參與的程度不同而可以分成四類：

- **完全不考慮決策者偏好的方法**

在決策者對目標函數的了解不明確，沒有辦法偏好於任何一個目標函數時，此類的選擇是很適合用來求解的方法。此類的方法把每一個目標函數皆視為相同重要，最具代表性的方法為妥協法(Compromise programming)，此方法把每一個目標函數與最佳參考點(通常為原點)的距離加總，加總距離越短的設計越好，轉換成一個單目標問題求解。

- **產生Pareto集合的方法**

此類的方法是決策者希望分析者把Pareto集合先產生出來，再讓決策者觀察Pareto集合權衡得失的情形與決策者依自己的經驗與偏好來做決定，此類方法具代表性的是權重法(Weighting Method)，拘束法(Constraint Method)，與混合式方法(Hybrid Method)。

- **考慮決策者偏好的方法**

假如決策者對於目標函數的偏好已經十分清楚，此類方法可以讓決策者在分析者開始求解過程之前就把偏好的部分考慮進去，具代表性的方法是評估函數法(Value Function Method)與目的規劃(Goal Programming)：評估函數法是決策者有一個評估函數(Utility function)可以將不同的函數的偏好量化，並加總，數學形式 $U: \mathbb{R}^k \rightarrow \mathbb{R}$ ，而求解過程便是讓此評估函數值越大越好；而目標規畫則是依序的考慮目標函數，決策者希望先達到某個目標函數的最佳解之後再一一考慮其他的目標函數。

- **與決策者互動的方法**

此類方法是四類方法中發展最蓬勃的一類，此類方法在分析者求解的每一次疊代過程，都會提供決策者一些資訊讓決策者參考，並詢問決策者一些偏好上的問題好進行下一個疊代直到找出決策者滿意的解。

以上介紹的多目標最佳化方法也可以延伸解決更為實際的(多領域最佳化問題)，假如想要一個設計能符合各個領域的規範，即為多領域最佳化問題：其拘束條件與目標函數的來源是從不同的領域，以不同的角度來思考制定的，也許是工程領域，也許是美學領域，也許要從人文領域下手也說不定，因為其數學形式與基本的多目標最佳化問題相同，因此可以列為同一範疇討論。

4.1 研究成果：以 β -Pareto預測法解決不確定因素下之多目標最佳化

近年來，可靠度最佳化利用隨機變數模擬不確定因素，並結合最佳化的概念，已成功的探討單目標設計問題面臨自然界不確定因素下所需因應的策略，然而對於Pareto集合在不確定因素下的表現卻尚無清楚的了解。我們利用文獻上使用目標空間計算線性多目標問題之Pareto集合的技術，結合線性Pareto集合在考慮不確定因素下的平移特性，首先發展一套可有效的預測不同可靠度下Pareto集合(亦稱為 β -Pareto集合)的方法。此方法首先利用簡算法得到任一單目標的最佳解為非凌駕角解(non-dominated extreme point)，再利用拘束條件active的判定，形成一縮減成本係數矩陣(reduce cost coefficient matrix)，用該矩陣計算出此非凌駕角解之架構向量(frame)，然後便可用最佳化的計算依序得知完整的Pareto集合。在得到一組Pareto集合後，使用一階二次可靠度方法計算非凌駕角解在不確定因素下不同 β 量值的移動，直到active狀態改變，此改變可經由KKT必要條件的Lagrange Multiplier得知。除了線性問題外，本論文並延伸討論非線性多目標問題的 β -Pareto集合。首先針對非線性問題的Pareto集合用區塊三明治夾擠法線性化，在針對線性化後之系統進行 β -Pareto集合的演算，並利用增加線性化區間的方法控制誤差。本論文提出之方法經由數學範例驗證可有效率的預測線性或非線性系統的 β -Pareto集合，使決策者能在使用最少資源的情況下得知各目標函數在不同可靠度要求下的妥協關係。

4.2 研究成果：結合環保及交通之最佳法規制定[6]

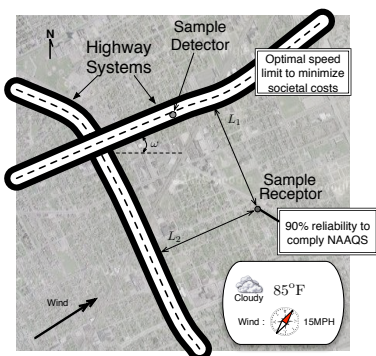


圖 11: 法規最佳化制定

利用使用者平衡及細胞自動機的車流模型，使得在某觀測點的污染濃度可符合環保署所制定的標準，並考量社會成本，完成交通環保法規在不確定因素下之最佳化研究。

本研究發展出一套將可靠度最佳化(RBDO)應用於環境政策制定的方法，並有效率的解決環境政策制定中考慮聯合可靠度之困難。我們以一個簡化的空氣污染區問題作為範例，藉由降低週邊高速公路速限，使原先違反標準的一氧化碳與氮化合物濃度在風速，風向，氣候，及車流等不確定因素下，具有高度符合標準的可靠度。此範例以CALINE4為基礎進行分析，其結果顯示本方法具有處理複雜、大規模環保法規制定問題的潛力。此研究成果也延伸至探討台南市交通法規制定，對空氣品質的影響。

References

- [1] K.-Y. Chan, S Skerlos, and P Papalambros. An adaptive sequential linear programming algorithm for optimal design problems with probabilistic constraints. *Journal of Mechanical Design*, 29(2):140–149, 2007.
- [2] K.-Y. Chan and Y.-C. Huang. An active set sqp with variable probabilistic constraint evaluations for optimization problems under non-gaussian uncertainties. *Journal of Mechanical Engineering Science*, in review, 2009.
- [3] Y.-C. Huang and K.-Y. Chan. A modified efficient global optimization algorithm for maximal reliability in a probabilistic constrained space. *Journal of Mechanical Design*, in review, 2009.
- [4] K.-S. Hsu and K.-Y. Chan. A filter-based sample average sqp for optimization problems with highly nonlinear probabilistic constraints. *Journal of Mechanical Design*, in review, 2009. also appear in the Proceedings of the ASME International Design Engineering Technical Conference, San Diego, CA, August 30- September 2, 2009.
- [5] K.-Y. Chan. A sequential linearization technique for analytical target cascading. In *Proceedings of the ASME International Design Engineering Technical Conference*, New York City, NY, USA, August 3-6 2008.
- [6] K.-Y. Chan, S. Skerolos, and P. Papalambros. Methodology for reliability-based optimization with multiple non-normal stochastic parameters : A simplified airshed management case study. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, accepted for publication, 2009.
- [7] Panos Y. Papalambros and Douglass F. Wilde. *Principles of Optimal Design*. Cambridge, 2000.
- [8] Kevin N. Otto and Kristin L. Wood. *Product Design Techniques in Reverse Engineering and New Product Development*. Prentice Hall, New Jersey, 2001.
- [9] M. Allen and K. Maute. Reliability-based shape optimization of structures undergoing fluid-structure interaction phenomena. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 194:3472–3495, 2005.

- [10] L. Gu, R.-J Yang, C. Tho, M. Makowski, O. Faruque, and Y. Li. Optimization and robustness for crashworthiness of side impact. *International Journal of Vehicle Design*, 26(4):348–360, 2001.
- [11] A. Haldar and S. Mahadevan. *Probability, Reliability and Statistical Methods in Engineering Design*. John Wiley & Sons, New York, 2000.
- [12] L. Huyse, S. Padula, R. Lewis, and W. Li. Probabilistic approach to free-form airfoil shape optimization under uncertainty. *AIAA Journal*, 40(9):1764–1772, 2002.