全面均衡：
Edgeworth Box的實驗

Joseph Tao-yi Wang

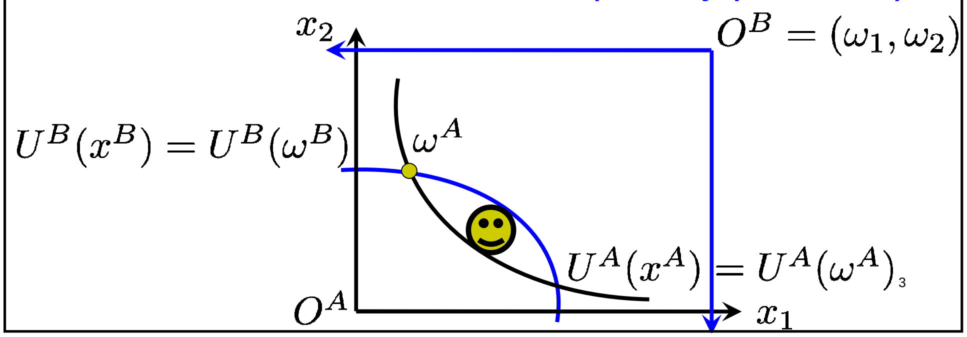
2009/5/15

雙人交易的經濟體系
(2x2 Exchange Economy)

- 兩種商品： 商品 1 and 2
- 兩種消費者： Alex and Bev $h = A, B$
  - 天賦(原賦)： $\omega^h = (\omega_1^h, \omega_2^h),\ \omega_i = \omega_i^A + \omega_i^B$
  - 消費組合(分配)：$x^h = (x_1^h, x_2^h) \in \mathbb{R}_+^2$
  - 效率函數(單調Strictly Monotonic)：
- 組成Edgeworth Box $U^h(x^h) = U^h(x_1^h, x_2^h)$
- 可以是兩個代表性個人(representative agents)，也可以是兩個人(在談判)

經濟效率

- 一個可行分配(feasible allocation)有經濟效率(Pareto efficient)，表示沒有其他可行分配是
- 讓至少一個消費者更喜歡(strictly preferred)
- 而且讓所有消費者都不討厭(weakly preferred)



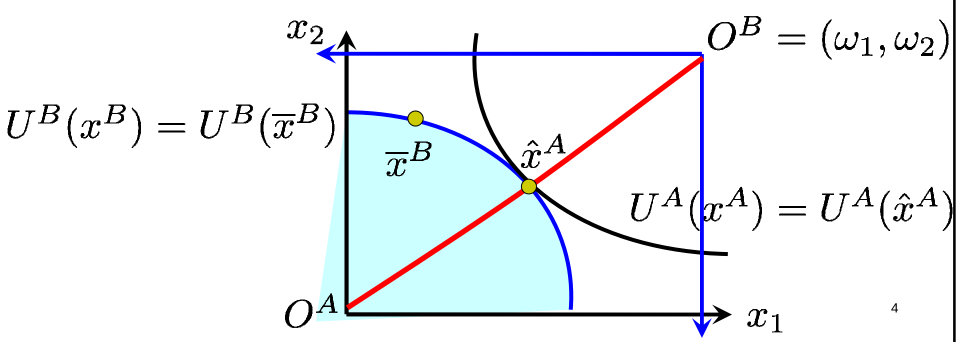
3

有經濟效率的分配 (Pareto Efficient Allocations)

For $\omega = (\omega_1, \omega_2)$, consider

$$\max_{x^A, x^B} \{U^A(x^A) | U^B(x^B) \geq U^B(\overline{x}^B), x^A + x^B \leq \omega\}$$

Need $MRS^A(\hat{x}^A) = MRS^B(\overline{x}^B)$ (interior solution)



4

範例：Cobb-Douglas效用函數下的經濟效率分配 (PEA)

$$\max_{x,y} U^A(x,y) = x^\alpha y^{1-\alpha}$$

$$\text{s.t. } U^B = (\overline{x}-x)^\beta (\overline{y}-y)^{1-\beta} \geq U^B$$

$$\mathcal{L} = x^\alpha y^{1-\alpha} + \lambda \cdot \left[(\overline{x}-x)^\beta (\overline{y}-y)^{1-\beta} - U^B\right]$$

FOC: (for interior solutions)

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = \alpha \cdot \frac{y^{1-\alpha}}{x^{1-\alpha}} - \beta\lambda \cdot \frac{(\overline{y}-y)^{1-\beta}}{(\overline{x}-x)^{1-\beta}} = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = (1-\alpha) \cdot \frac{x^\alpha}{y^\alpha} - (1-\beta)\lambda \cdot \frac{(\overline{x}-x)^\beta}{(\overline{y}-y)^\beta} = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = (\overline{x}-x)^\beta (\overline{y}-y)^{1-\beta} - U^B = 0$$

5

範例：Cobb-Douglas效用函數下的經濟效率分配 (PEA)

Meaning of FOC: $MRS^A = MRS^B$

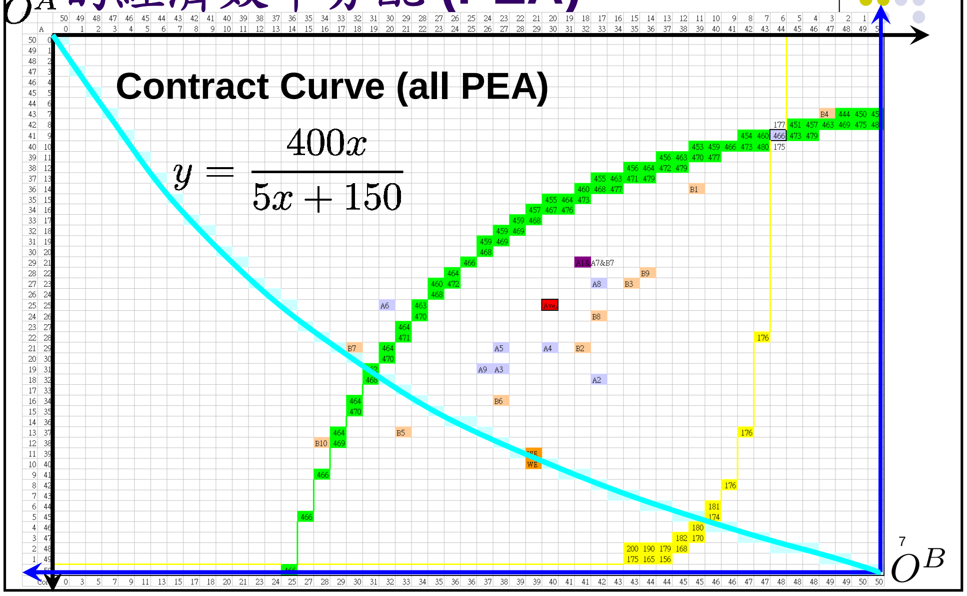
$$\lambda = \frac{\alpha \cdot \dfrac{y^{1-\alpha}}{x^{1-\alpha}}}{\beta \cdot \dfrac{(\overline{y}-y)^{1-\beta}}{(\overline{x}-x)^{1-\beta}}} = \frac{(1-\alpha) \cdot \dfrac{x^\alpha}{y^\alpha}}{(1-\beta) \cdot \dfrac{(\overline{x}-x)^\beta}{(\overline{y}-y)^\beta}}$$

$$\Rightarrow \alpha \cdot y \cdot (1-\beta) \cdot (\overline{x}-x) = \beta \cdot (\overline{y}-y) \cdot (1-\alpha) \cdot x$$

$$\boxed{y = \frac{\beta(1-\alpha) \cdot \overline{y} \cdot x}{\alpha(1-\beta)(\overline{x}-x) + \beta(1-\alpha) \cdot x} = \frac{\gamma \overline{y} \cdot x}{(\gamma-1)x + \overline{x}}}$$

$$= \frac{\frac{8}{3} \cdot 50 \cdot x}{\frac{5}{3}x + 50} = \frac{400x}{5x+150} \qquad \alpha = 0.6, \quad \beta = 0.8 \qquad \gamma = \frac{\beta(1-\alpha)}{\alpha(1-\beta)}$$

範例：Cobb-Douglas效用函數下的經濟效率分配 (PEA)



雙人交易經濟體系下的市場均衡 (Walrasian Equilibrium)

- 所有都是價格接受者: Prices $p \geq 0$
- 兩個消費者： Alex and Bev $\quad h = A, B$
  - 天賦(原賦)： $\quad \omega^h = (\omega_1^h, \omega_2^h),\ \omega_i = \omega_i^A + \omega_i^B$
  - 消費組合(分配)： $\quad x^h = (x_1^h, x_2^h) \in \mathbb{R}_+^2$
  - 財富(預算)： $\quad W^h = p \cdot \omega^h$
- 市場需求： $$x(p) = \sum_h x^h(p, p \cdot \omega^h)$$
- 超額需求(向量)：$e(p) = x(p) - \omega$
  - 總天賦(向量)： $$\omega = \sum_h \omega^h$$

8

定義：市場結清價格 (Market Clearing Prices)

- 商品j的超額需求為 $e_j(p)$
- 商品j的市場結清條件為

$$e_j(p) \le 0 \text{ and } p_j \cdot e_j(p) = 0$$

- 為什麼這很重要？
- 因為有Walras定律(Walras Law)：
  - 如果其他市場都結清了，最後一個市場也必然結清
- 市場均衡就是用市場結清來定義的

Walras定律 (Walras Law)

- 局部慾望無窮(LNS)：隱含消費者會花光預算
- 反證法：否則， $p \cdot x^h < p \cdot \omega^h$
- 這表示存在一個 δ-neighborhood $N(x^h, \delta)$
- 在預算範圍內，但須for sufficiently small $\delta > 0$
  - 可是這會違反局部慾望無窮，矛盾。故：

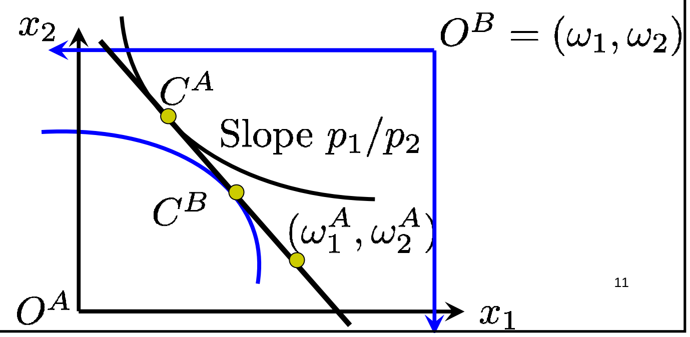
$$\sum_h (p \cdot x^h - p \cdot \omega^h) = 0 \ = p \cdot \left(\sum_h (x^h - \omega^h) \right)$$

$$= p \cdot (x - \omega) = p \cdot e(p) = p_1 e_1(p) + p_2 e_2(p) = 0$$

- 因此，當一個市場結清時，另一個也結清。

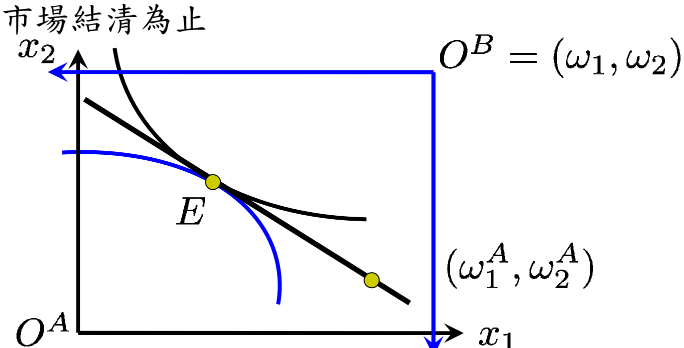
定義：市場均衡 (Walrasian Equilibrium)

- 某個價格(向量) $p \geq 0$ 是市場均衡價格(向量) (WE price vector) 的條件是所有市場都結清
  - 所謂的市場均衡(WE)，就是均衡價格！
- 例：商品1供過於求…



定義：市場均衡 (Walrasian Equilibrium)

- 當供過於求時，降低商品1的價格
  - 直到市場結清為止



- 此時我們不能讓Alex更好，卻不傷害Bev…
  - 因此，我們有…

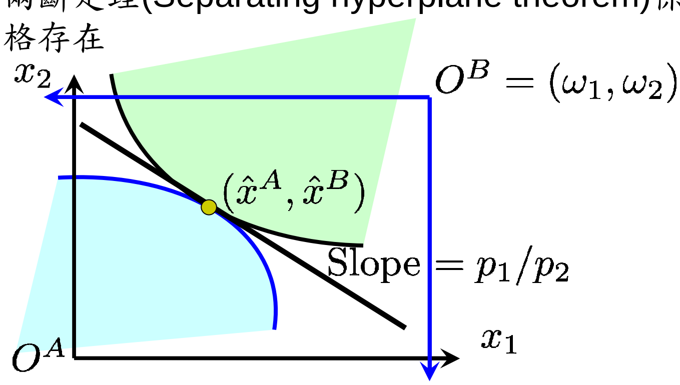
福利經濟學第一定理：
WE → PE

- 如果偏好符合「局部慾望無窮(LNS)」，則(交易經濟下的)市場均衡是有經濟效率的(Pareto efficient)。
- 證明：(略)

13

福利經濟學第二定理：
PE → WE

- 給定任何一個有經濟效率的分配 $(\hat{x}^A, \hat{x}^B)$
- 凸性(convex)偏好使更好分配的集合也是凸性
  - 一刀兩斷定理(Separating hyperplane theorem)保證價格存在



14

福利經濟學第二定理：
PE → WE

- 如果偏好是凸性(convex)且嚴格遞增(strictly increasing)，則所有(交易經濟下)有經濟效率的分配，都可以找到一組價格$p \geq 0$，使得它成為市場均衡的結果。
- 證明：(略)

15

範例：解出市場均衡
Alex面對的消費者問題

$$\max_{x,y} U^A(x,y) = x^\alpha y^{1-\alpha}$$

$$\text{s.t. } P_x \cdot x + P_y \cdot y \leq I^A = P_x \cdot \omega_x^A + P_y \cdot \omega_y^A$$

$$\mathcal{L} = x^\alpha y^{1-\alpha} + \lambda \cdot \left[I^A - P_x \cdot x - P_y \cdot y\right]$$

FOC: (for interior solutions)

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = \alpha \cdot \frac{y^{1-\alpha}}{x^{1-\alpha}} - \lambda \cdot P_x = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = (1-\alpha) \cdot \frac{x^\alpha}{y^\alpha} - \lambda \cdot P_y = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = I^A - P_x \cdot x - P_y \cdot y = 0$$

16

範例：解出市場均衡
消費者問題的最適選擇

Meaning of FOC: $MRS^A = \frac{P_x}{P_y}$

$$\frac{P_x}{P_y} = \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \frac{y}{x} \quad \Rightarrow x = \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \frac{P_y}{P_x} \cdot y$$

$$\Rightarrow I^A = P_x \cdot x + P_y \cdot y = \frac{P_y}{1-\alpha} \cdot y$$

$$\boxed{\Rightarrow y_A^* = (1-\alpha) \cdot \frac{I^A}{P_y},} \quad \boxed{x_A^* = \alpha \cdot \frac{I^A}{P_x}}$$

Similarly, $y_B^* = (1-\beta) \cdot \frac{I^B}{P_y}$, $x_B^* = \beta \cdot \frac{I^B}{P_x}$

範例：解出市場均衡
市場結清

$$x_A^* = \alpha \cdot \frac{P_x \omega_x^A + P_y \omega_y^A}{P_x} = \alpha \omega_x^A + \alpha \cdot \frac{P_y}{P_x} \cdot \omega_y^A$$

$$x_B^* = \beta \cdot \frac{P_x \omega_x^B + P_y \omega_y^B}{P_x} = \beta \omega_x^B + \beta \cdot \frac{P_y}{P_x} \cdot \omega_y^B$$

Markets Clear: $x_A^* + x_B^* = \omega_x^A + \omega_x^B$

$$\Rightarrow \left(\alpha \cdot \omega_y^A + \beta \cdot \omega_y^B\right) \cdot \frac{P_y}{P_x} = (1-\alpha)\omega_x^A + (1-\beta)\omega_x^B$$

$$\boxed{\frac{P_y}{P_x} = \frac{(1-\alpha)\omega_x^A + (1-\beta)\omega_x^B}{\alpha \cdot \omega_y^A + \beta \cdot \omega_y^B}}$$

範例：Edgeworth Box實驗中的市場均衡

$$\alpha = 0.6, \beta = 0.8$$

$$(\omega_x^A, \omega_y^A) = (44, 9), \quad (\omega_x^B, \omega_y^B) = (6, 41),$$

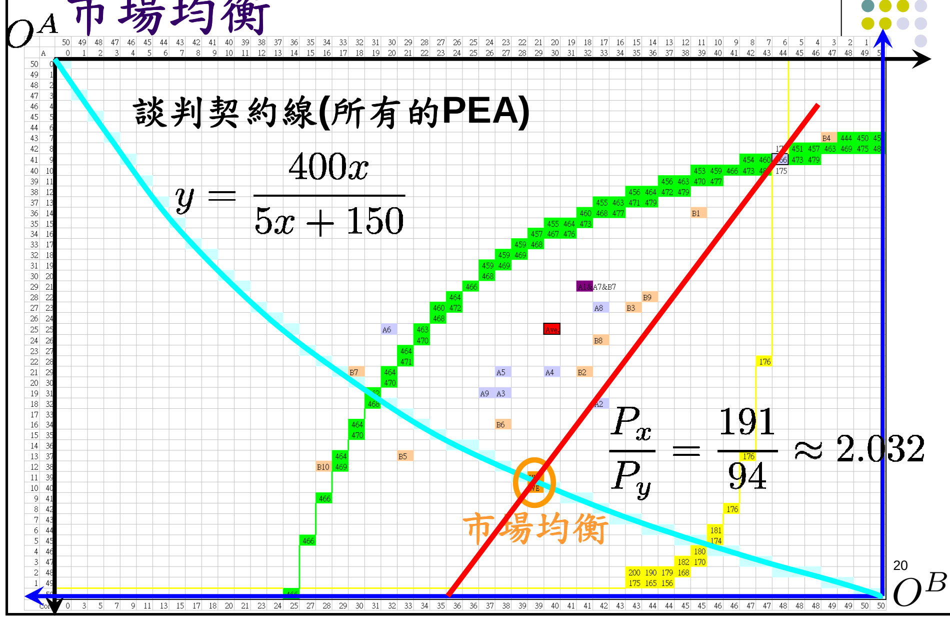
$$\Rightarrow \frac{P_y}{P_x} = \frac{(1-\alpha)\omega_x^A + (1-\beta)\omega_x^B}{\alpha \cdot \omega_y^A + \beta \cdot \omega_y^B}$$

$$= \frac{(0.4)44 + (0.2)6}{0.6 \cdot 9 + 0.8 \cdot 41} = \frac{17.6 + 1.2}{5.4 + 32.8} = \frac{94}{191}$$

$$\boxed{\Rightarrow \frac{P_x}{P_y} = \frac{191}{94} \approx 2.032}$$

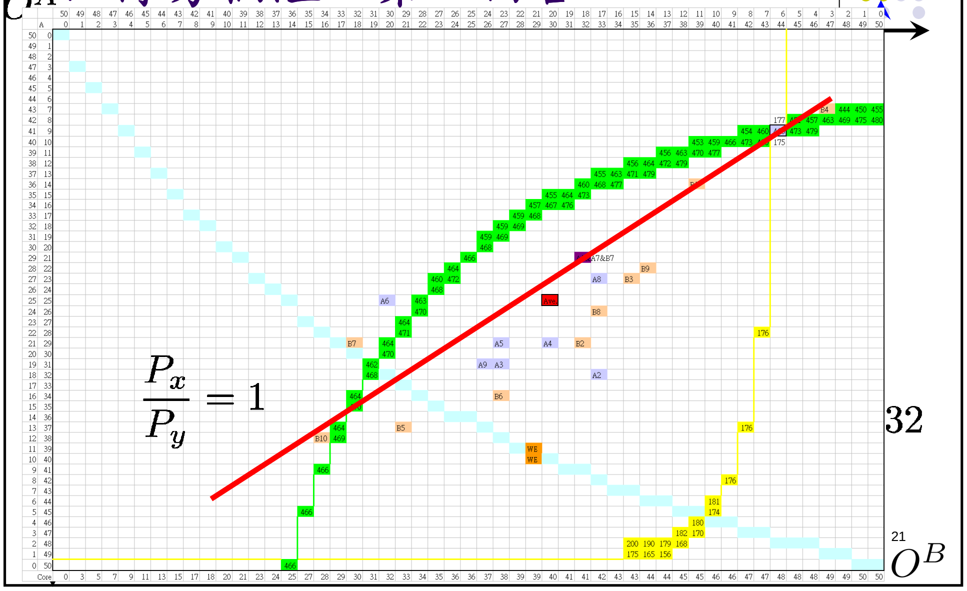
19

範例：Edgeworth Box實驗中的市場均衡



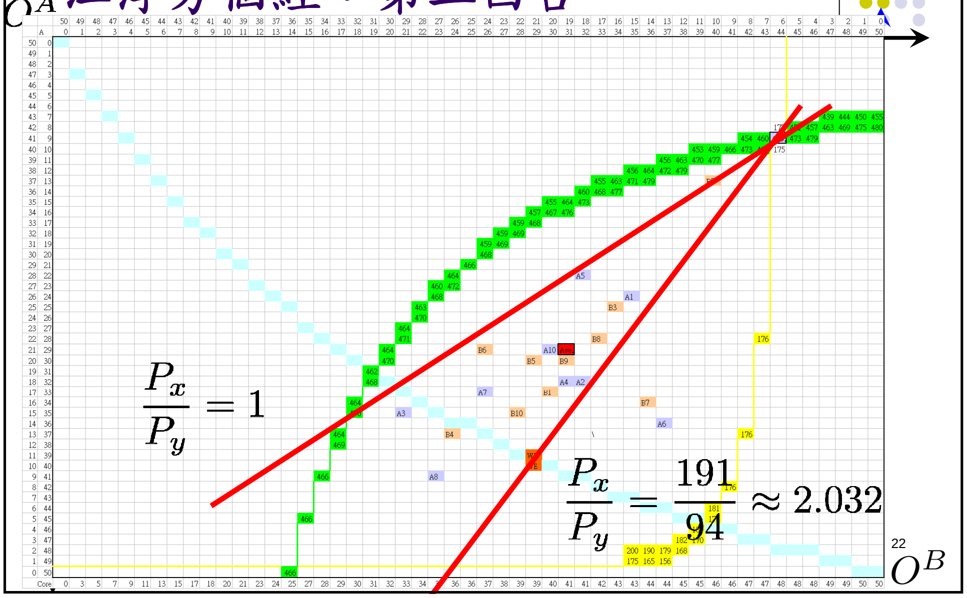
20

實驗結果：
江淳芳個經：第一回合



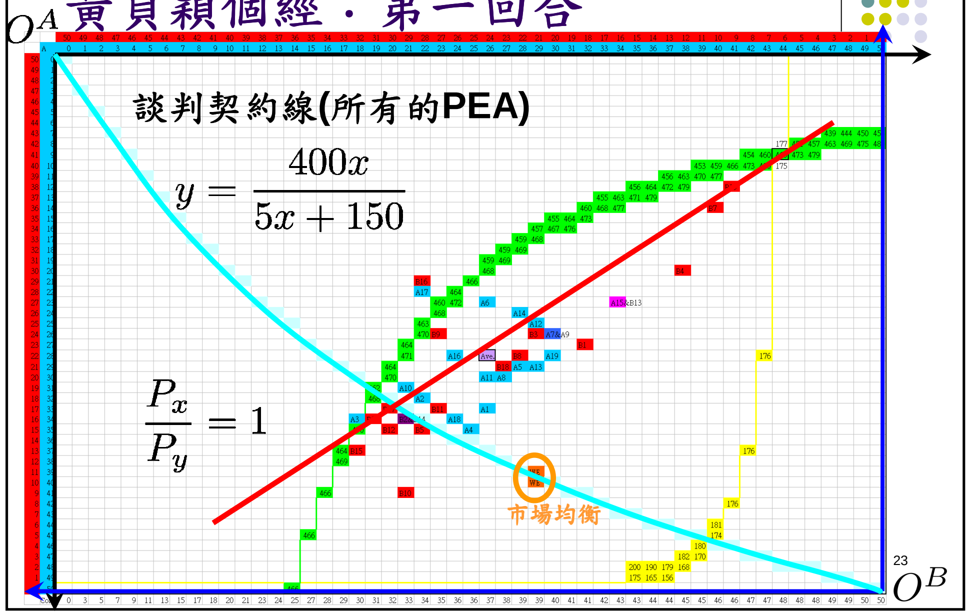
21

實驗結果：
江淳芳個經：第二回合

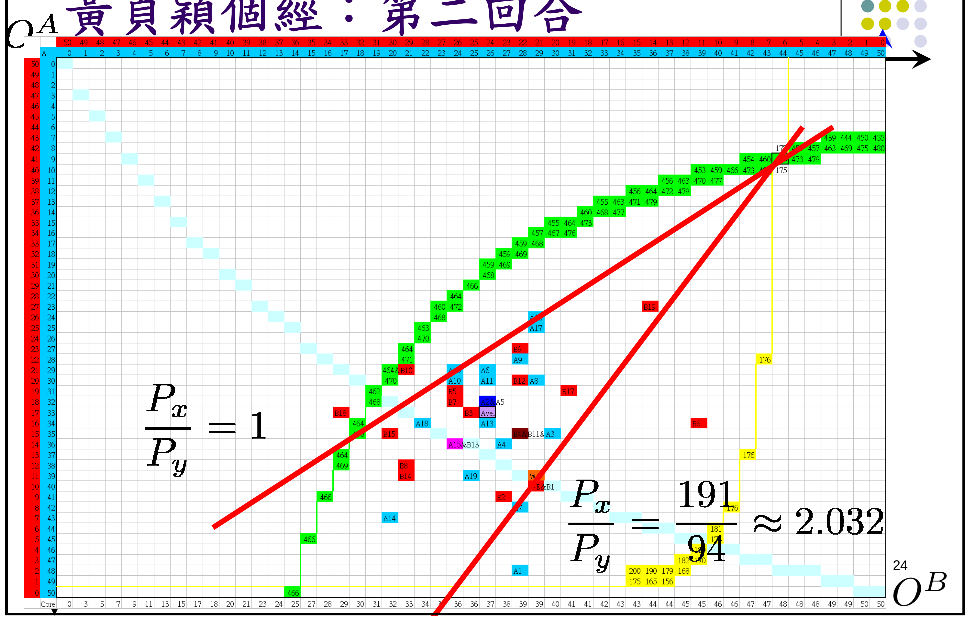


22

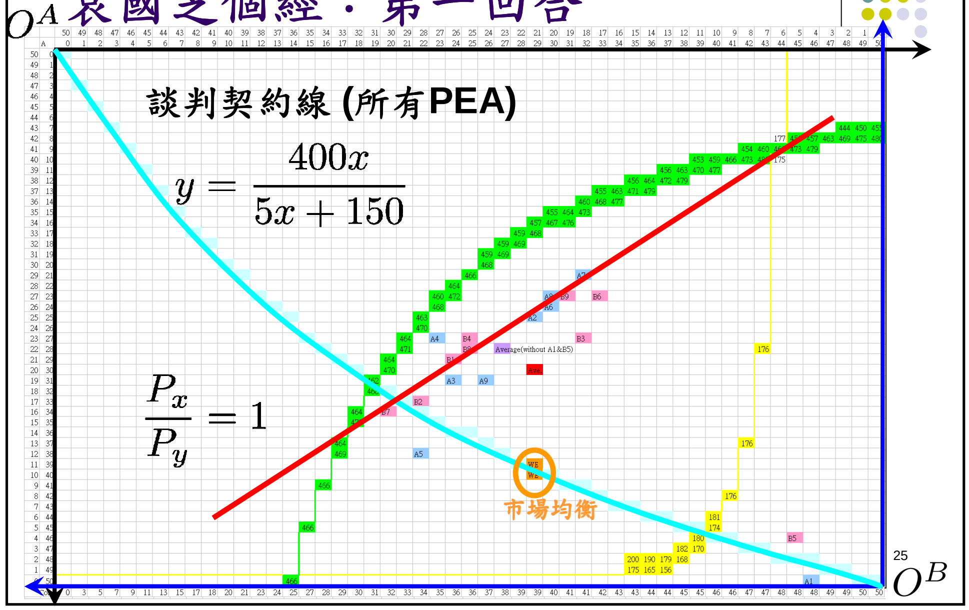
實驗結果：
黃貞穎個經：第一回合



實驗結果：
黃貞穎個經：第二回合

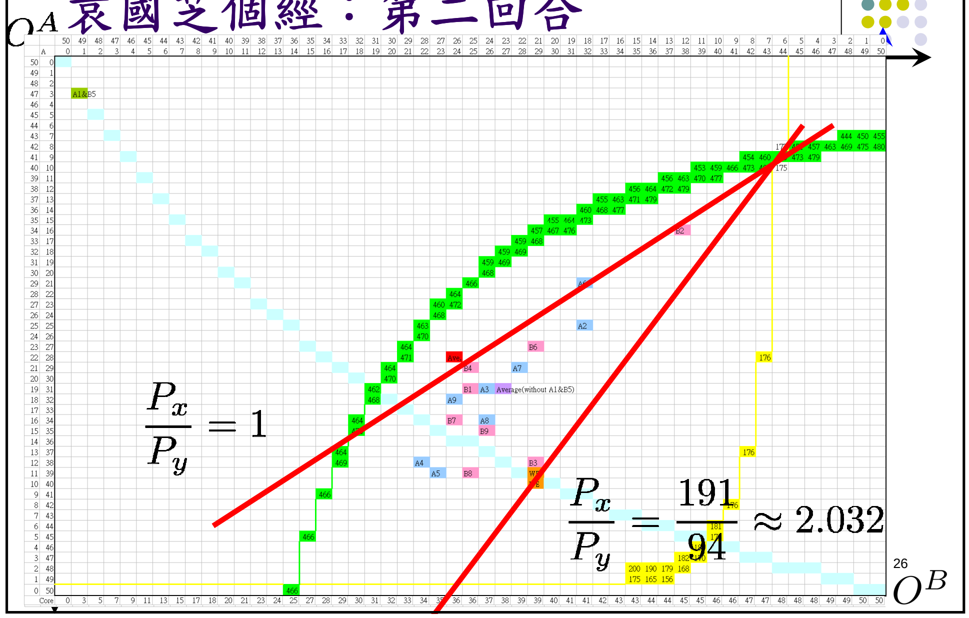


實驗結果：
袁國芝個經：第一回合



25

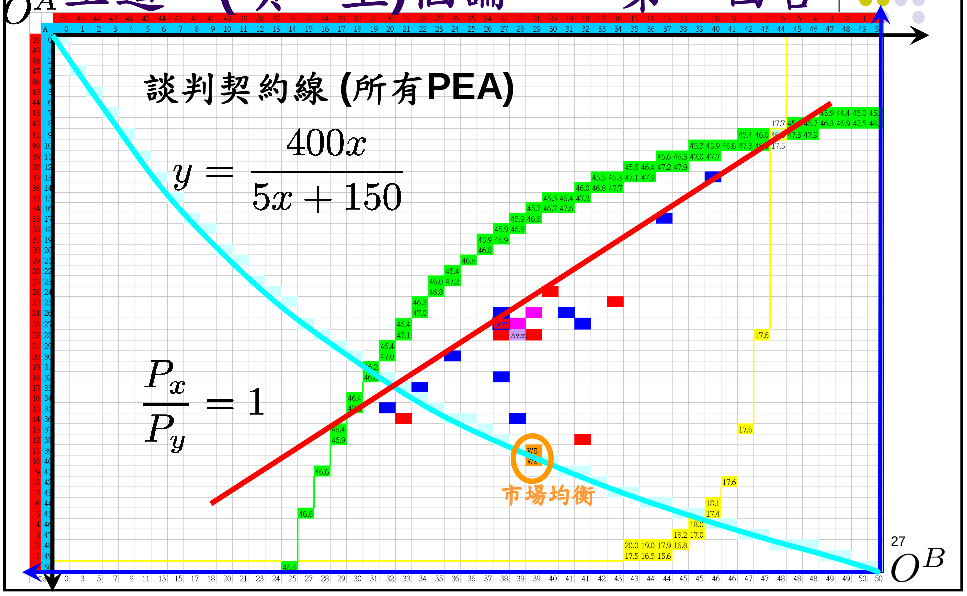
實驗結果：
袁國芝個經：第二回合



26

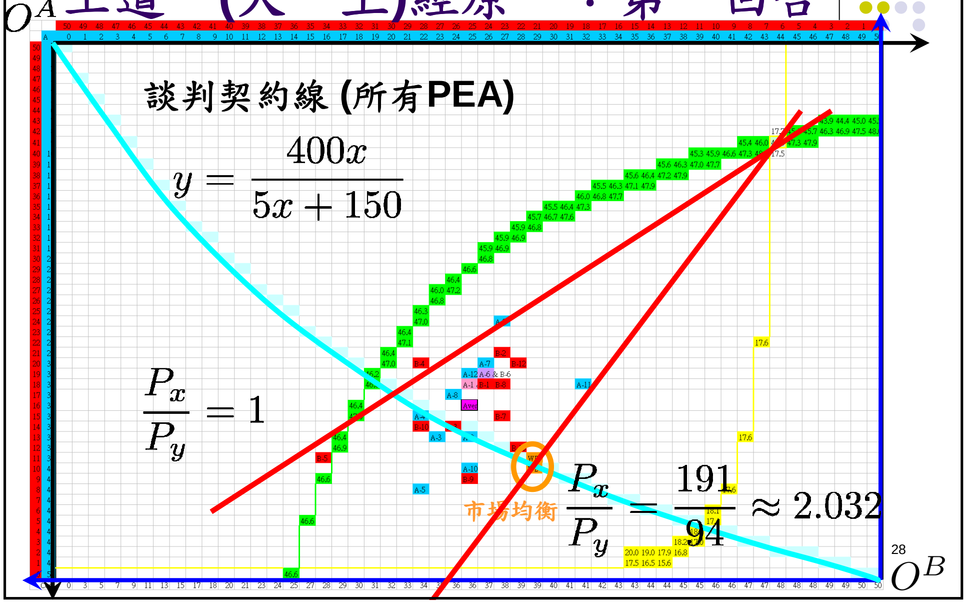
實驗結果：

王道一(碩一上)個論一：第一回合



實驗結果：

王道一(大一上)經原一：第一回合



結論：從這個實驗可學到什麼？

- 兩邊自由談判的交易會發生在「眼睛」裡面
- 交易價格會往均衡價格移動
- 最後分配移往談判核心(core)和市場均衡分配
  - 第二回合的平均分配較接近，且變異數降低
- 還是有些組在惡搞(noise)，但不影響上述結果
- 海耶克：市場能夠在資訊不足、資訊不透明的情況下運作，但計畫經濟不行。
- Edgeworth Box實驗中競爭的力量從哪裡來？
  - 每個參與者都有完全替代者(其他的A組和B組)
- 如何更快地往均衡移動(convergence)？
  - 經驗？更大的教室讓大家交易？更好的交易規則？