了解市場設計
What Is Market Design?

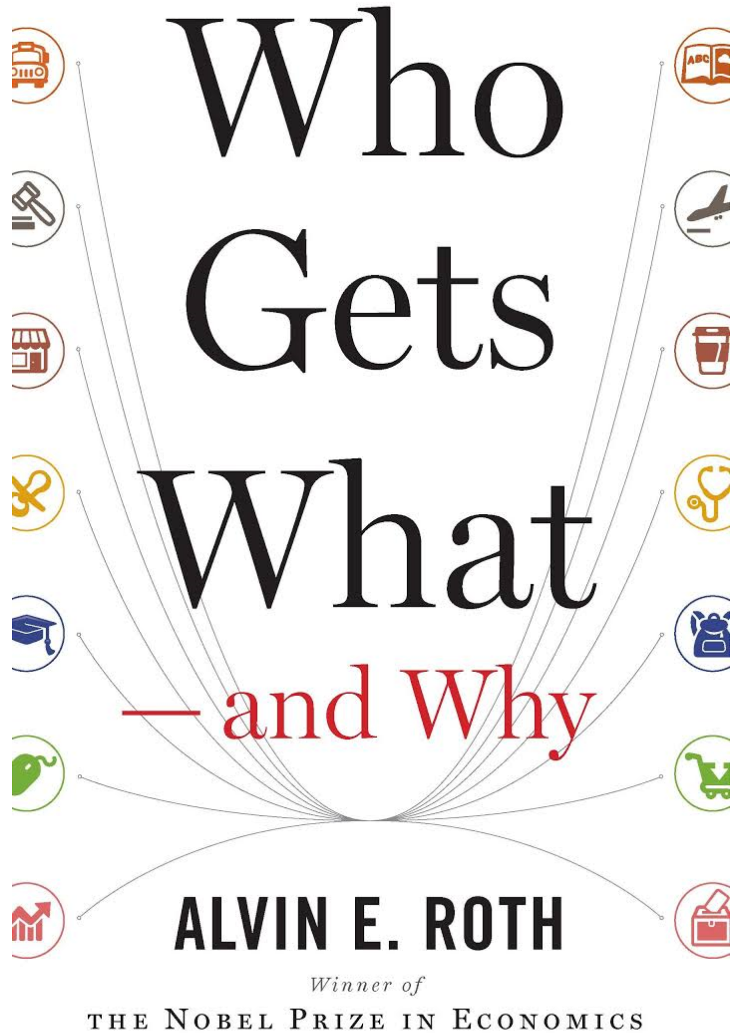
Joseph Tao-yi Wang (王道一)

Market Design (Prizing Winning Idea 2012)

- Both in the Lab and Field

- Alvin E. Roth (Stanford)

(Keynote of 2013 ESA North American Meeting, Santa Cruz)



市場設計就是...

- 「設計一個制度(institution)
- ...讓原本無法實現的交易好處得以實現,
- ...解決「缺乏市場造成的失靈」(市場失靈)」

  - 傳統上講「市場失靈」,指的是:
  - 外部性 (externalities, 殃及他人的額外效果)
  - 公共財 (public goods, 可以共享的財貨)
  - 但這些其實是缺乏市場所造成的失靈!

市場設計其實早已出現在你我身邊!

- 網路交易平台
  - 讓原本只能讓社區鄰居參與的跳蚤市場擴大參與
- 專利
  - 讓知識(可共享的公共財)被發現、發明得到獎勵
- 碳排放市場
  - 界定排放權歸屬/減少殃及他人的額外效果(外部性)
- 社會規範
  - 為避免竭澤而漁、共同悲劇 (tragedy of commons)
- 台北第一果菜市場的改建工程也是!

市場設計的範例

- 人物配對市場
  - 小圈圈優先交換(TTC, Top-Trading Cycle)演算法
- 人人配對市場
  - 延遲接受(DA, Delayed Acceptance)演算法
- 拍賣設計
  - 獨佔者如何讓競爭的力量發揮到極致
- 篩選機制(screening)與認證標籤(signaling)
  - 克服市場中的資訊落差(asymmetric information)

- 我們來看看...

7. 許多產業都很神聖，絕對不能商品化。

- 肝肝相連到天邊(張桂越) (蘋果日報2008/10/24)

- 我有兩個弟弟，一個2004年死了，一個2008年換肝成功。一個在台灣，一個在美國。...
  - 受限法令 有肝無用
- 三弟陷入肝昏迷時... 我們全家大小包括媳婦們的肝，統統願意割一片給三弟，這是「合法的」，卻統統不合比對標準，不是血型不合，就是這個那個的，
- 而三弟幾個當兵的兄弟，肝膽相照，個個身強體壯，血型也對，卻不符合中華民國的法律，見死不能救。
- 我只好鬼鬼祟祟的，聯絡到大陸的換肝掮客，...

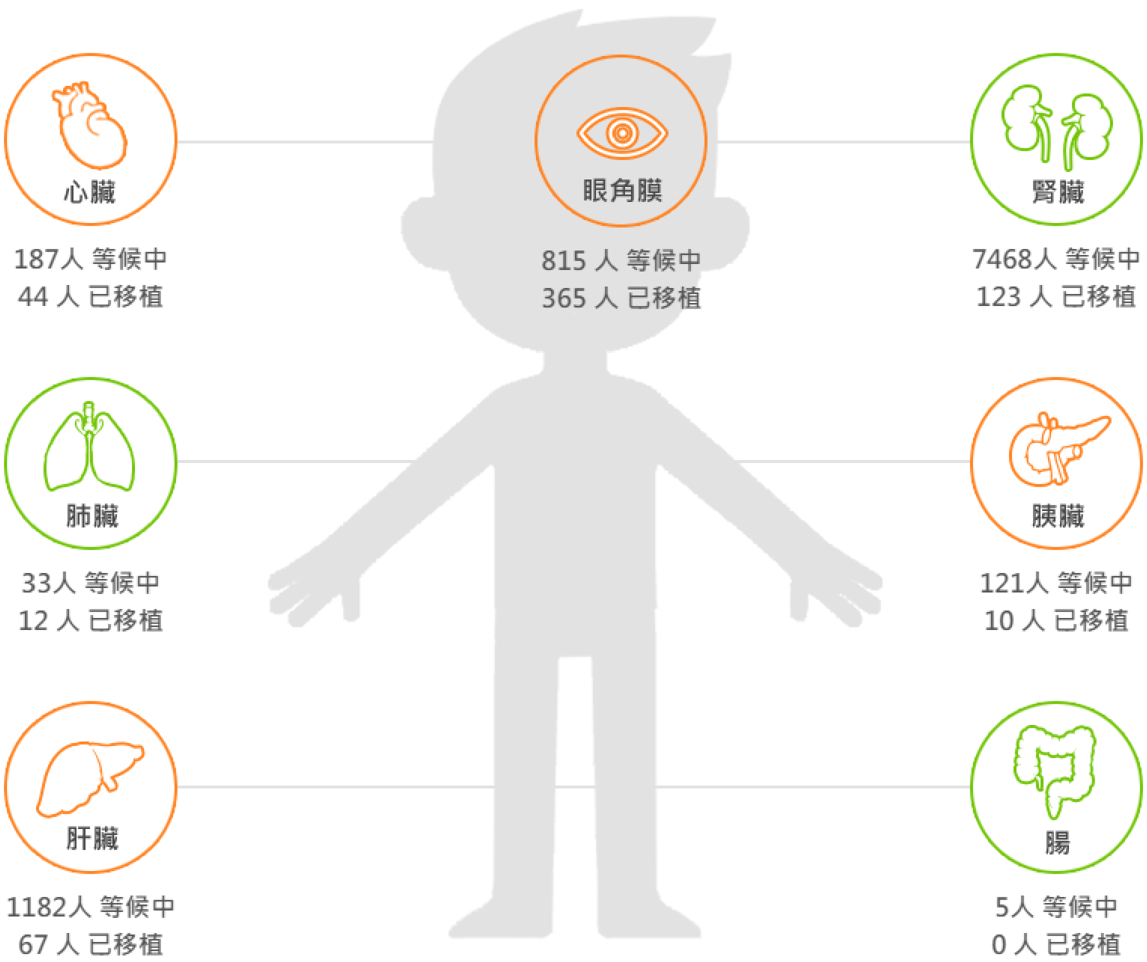
7. 許多產業都很神聖，絕對不能商品化。

- 故事還沒說完。上個月，接到西雅圖的電話，說大弟已進入開刀房，六小時後換肝。今天，大弟換肝手術成功，...
- 對兩個弟弟，一個在台灣，一個在美國，一種肝病兩種命運，我不解神的奧秘，
- 但我知道我們美國家人沒有送一毛錢紅包，沒有求朋友的特權，沒有找什麼參議員，沒有像熱鍋上螞蟻般東奔西跑，沒有用個人的智慧與財力為大弟求得一塊肝，
- 卻順順利利地，在短時間內，可以說是悄悄地換肝成功，不可思議的背後，大有學問：

7. 許多產業都很神聖，絕對不能商品化。

1. 美國社會對器官捐贈的教育普及
   - 供需失衡 自然要搶：台灣的肝病患者排不到、等不到，因為供需失調，幾千個人等一個肝，當然要搶，十八般武藝勢必出籠，送紅包沒用的話，跳進大陸買賣肝臟的漩渦又是何其自然的事。如果國家有健康的機制，誰願意到大陸冒險？(JW: 其實全世界只有一個地方的器官市場沒有供需失衡，你知道是哪裡嗎？不是中國喔！)
2. 盡速成立臨時小組，解決危險個案。有些病人命在旦夕，立法審案冗長費時，有些病人是不能等的
3. 建議立法委員或相關衛生單位，能夠盡速學習與參考國外換肝機制，借他山之石，改善國人換肝機制

7. 許多產業都很神聖，絕對不能商品化。



(財團法人器官捐贈移植登錄中心 107年等候/捐贈移植統計)

7. 許多產業都很神聖，絕對不能商品化。

- 2009年至2017年國內肝、腎臟活體捐贈移植例數
  - 財團法人器官捐贈移植登錄中心 (2009/1/1～2017/12/31)

年度	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	總計
肝臟	266	344	401	431	447	485	505	428	406	3713
腎臟	90	97	84	73	128	129	104	112	112	929

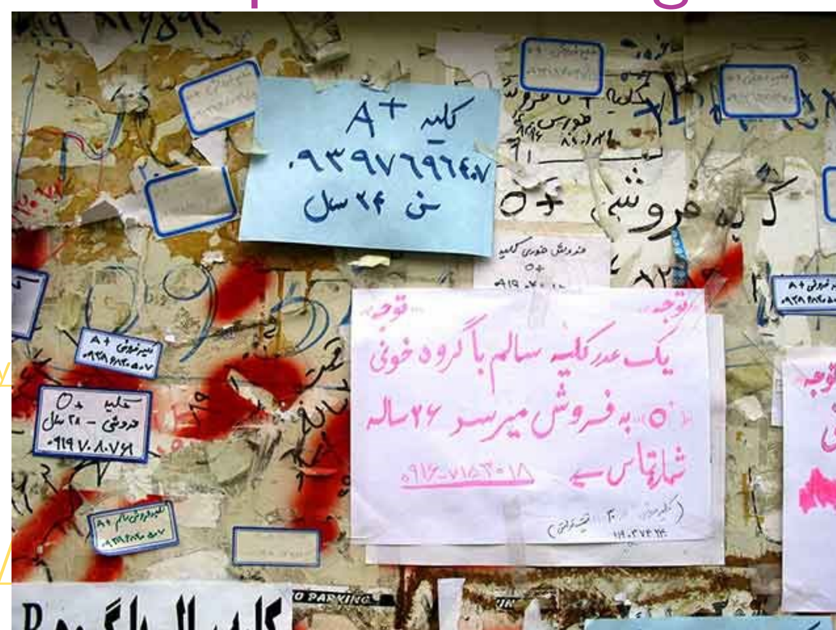
- 公共電視—「獨立特派員」心肝那裡找
  - https://youtu.be/mkRXHcQMAJo?t=1258

你覺得器官可以買賣嗎?

- Is it acceptable for people to sell their organs?
- 全世界有一個地方可以合法買賣器官...
  - The Guardian posted a touching album of postings on streets around hospitals offering to...
- 伊朗!!
  - Kidneys for sale:
    - Iran's trade in organs

https://www.theguardian.com/society/2015/may

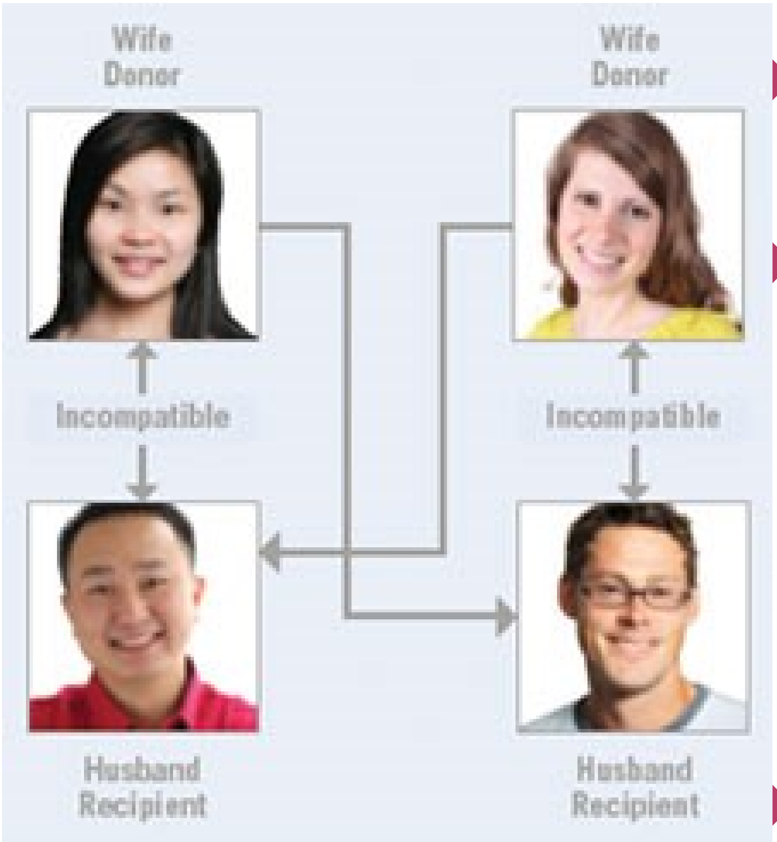
  - Kidney trade in Iran
    - Wikipedia: en.wikipedia.org/



問題出在哪裡呢？ What went wrong?

- 即使不能接受器官買賣，難道沒有金錢交易的「器官交換」也必須禁止嗎？
  - If not, should we ban ALL organ exchanges
  - (even without monetary transfers)?
- 假如我想捐腎給我的家人、但血型不合，
  - 你也想捐腎給家人、血型也不合。If I want to donate to my wife, but can't (and you too!).
- 那可以我捐給你家人、交換你捐給我家人嗎？ Can I donate to your wife so you donate to my wife?

問題出在哪裡呢？ What went wrong?



- UCLA器官移植中心網站介紹的
- 配對交換捐贈(Kidney SWAP):
  - Paired Donor Exchange Transplantation
- 當捐贈者和受贈者血型不合，他們可跟有類似問題的另一對交換
  - When a donor and a recipient cannot match (blood type, etc.),
  - they can exchange with another pair with similar problems
- 甚至可進行三方交換?!
  - What about 3-way-exchange?

如果配對交換捐贈可行，那「連鎖反應」呢？

- 連鎖捐贈 (Chain Transplantation, Kidney Chain)
- 某無私捐贈者捐腎，(無法直接捐贈的)受贈者親屬捐腎給第二位病患，第二位受贈者親屬再繼續捐...
  - Altruistic donor gives to a recipient, whose relative donates to a 2nd recipient, whose relative donates...

真正的「肝肝相連到天邊」在加州!

- 60 Lives, 30 Kidneys, All Linked (2012/2/18 紐約時報)

From Start to Finish
A donation by a Good Samaritan, Rick Ruzzamenti, upper left, set in motion a 60-person chain of transplants that ended with a kidney for Donald C. Terry Jr., bottom right.

設計「人物配對市場」

(坂井豐貴《如何設計市場機制》Ch.1)

Joseph Tao-yi Wang (王道一)

設計「人物配對市場」的例子

- 某棟宿舍有四個房間、住著四位學生，其偏好:
  - 住房間1的學生1: $4 > 3 > 2 > 1$
  - 住房間2的學生2: $3 > 4 > 2 > 1$
  - 住房間3的學生3: $2 > 4 > 1 > 3$
  - 住房間4的學生4: $3 > 2 > 1 > 4$
- 每人只需要一個、但不允許金錢交易的物品
  - 宿舍房間、辦公室(使用空間)，腎臟(器官)等等
  - Shapley and Scarf (1974), "On Cores and Indivisibility," Journal Mathematical Economics, 1, 23-37.
- 我們希望結果符合哪些條件?

我們希望市場設計的結果符合哪些條件？

- 生自會設計的換宿制度，需要滿足：
- 不起反感(Non-Repugnance):
  - 不涉及金錢交易
- 個體自願參與(Individual Rationality):
  - 沒有人會換到比目前更不喜歡的房間
- Pareto效率:
  - 沒有另一個分配可以讓此結果得到Pareto改善
  - 也就是在不傷害別人的情況下，讓某些人更好
- 還有嗎？

個體自願參與(Individual Rationality)

- 某棟宿舍有四個房間、住著四位學生，其偏好
  - 住房間1的學生1: 4 > 3 > 2 > 1
  - 住房間2的學生2: 3 > 4 > 2 > 1
  - 住房間3的學生3: 2 > 4 > 1 > 3
  - 住房間4的學生4: 3 > 2 > 1 > 4
- 如何設計才能讓個體自願參與呢?
  - 沒有人會換到比目前更不喜歡的房間
- 不要強迫分配房間1給學生2就行了!
  - 其他學生本來就都最不喜歡的房間、不會更糟了!

Pareto效率：如何設計能讓結果更有效率呢？

- 某棟宿舍有四個房間、住著四位學生，其偏好
  - 住房間1的學生1: 4 > <u>3</u> > 2 > 1
  - 住房間2的學生2: 3 > <u>4</u> > 2 > 1
  - 住房間3的學生3: 2 > 4 > <u>1</u> > 3
  - 住房間4的學生4: 3 > <u>2</u> > 1 > 4
- <u>分配A</u>: 分配房間3412給學生1234 (加<u>底線</u>)
  - 比原來分配好！但是有達成Pareto效率嗎？
- 沒有另一個分配可以達到更好的Pareto改善嗎？
  - 如果給學生12房間43 (而非房間34)呢？

Pareto效率：如何設計能讓結果更有效率呢？

- 某棟宿舍有四個房間、住著四位學生，其偏好
  - 住房間1的學生1: 4 > 3 > 2 > 1
  - 住房間2的學生2: 3 > 4 > 2 > 1
  - 住房間3的學生3: 2 > 4 > 1 > 3
  - 住房間4的學生4: 3 > 2 > 1 > 4
- 分配A: 分配房間3412給學生1234 (加底線)
- 分配B: 分配房間4312給學生1234 (標紅色)
  - 比分配A好！可是有更好的Pareto改善嗎？
- No! 所以就達到Pareto效率！

Pareto效率：如何設計能讓結果更有效率呢？

- 某棟宿舍有四個房間、住著四位學生，其偏好
  - 住房間1的學生1: 4 > 3 > 2 > 1
  - 住房間2的學生2: 3 > 4 > 2 > 1
  - 住房間3的學生3: 2 > 4 > 1 > 3
  - 住房間4的學生4: 3 > 2 > 1 > 4
- 分配B: 分配房間4312給學生1234 (標紅色)
  - 如果有兩種以上分配都符合Pareto效率怎麼辦？
- 分配C: 分配房間4321給學生1234 (標綠色)
  - 也符合Pareto效率！那要選哪一個？

看這個設計會不會被小圈圈阻擋(block)?!

- 某棟宿舍有四個房間、住著四位學生，其偏好
  - 住房間1的學生1: 4 > 3 > 2 > 1
  - 住房間2的學生2: 3 > 4 > 2 > 1
  - 住房間3的學生3: 2 > 4 > 1 > 3
  - 住房間4的學生4: 3 > 2 > 1 > 4
- 分配B: 分配房間4312給學生1234 (標紅色)
  - 會被學生2和3私下交易所阻擋(block)!!
  - 因為可以互換讓兩人有Pareto改善(32 > 31)

強力核可就不會被小圈圈阻擋(block)!

- 某棟宿舍有四個房間、住著四位學生，其偏好
  - 住房間1的學生1: 4 > 3 > 2 > 1
  - 住房間2的學生2: 3 > 4 > 2 > 1
  - 住房間3的學生3: 2 > 4 > 1 > 3
  - 住房間4的學生4: 3 > 2 > 1 > 4
- 分配B: 分配房間4312給學生1234 (標紅色)
  - 會被學生2和3私下交易所阻擋(block)!!
  - 因為可以互換讓兩人有Pareto改善(32 > 31)
- 分配C則是強力核可(Strong Core)不會被擋!
  - 強力核可(強力核/殼!!)，有人稱為「強核心」

我們希望市場設計的結果符合哪些條件？

- 不起反感(Non-Repugnance): 不涉及金錢交易
- 個體自願參與(IR, Individual Rationality):
  - 自己一組不會更好 (所以無法阻擋該分配)
- Pareto效率(PE, Pareto Efficiency):
  - 所有人一組不會更好 (所以無法阻擋該分配)
- 強力核可(Strong Core):
  - 任何小圈圈一組都不會更好 (所以無法阻擋)
- 有強力核可，其實就會**自動滿足**前兩個條件!
  - IR=自己當小圈圈、PE=所有人圍一大圈

強力核可不會被小圈圈阻擋(block)!

- 任何小圈圈都無法阻擋強力核可!!
  - 這樣小圈圈都還是會自願參與，而且有數學證明:
- 強力核可的分配存在
  - Shapley and Scarf (1974), "On Cores and Indivisibility," Journal Mathematical Economics, 1, 23-37.
- 強力核可的分配唯一
  - Roth and Postlewaite (1977), "Weak Versus Strong Domination in a Market With Indivisible Goods," Journal Mathematical Economics, 4, 131-137.
- 這麼好的分配要怎麼找出來?

某棟宿舍有七個房間、住著七位學生，偏好為

- 住房間1的學生1: 5 > 6 > 7 > 1 > 2 > 3 > 4
- 住房間2的學生2: 3 > 4 > 5 > 6 > 7 > 1 > 2
- 住房間3的學生3: 4 > 5 > 2 > 7 > 1 > 3 > 6
- 住房間4的學生4: 1 > 2 > 3 > 4 > 5 > 6 > 7
- 住房間5的學生5: 4 > 5 > 2 > 3 > 6 > 7 > 1
- 住房間6的學生6: 7 > 1 > 2 > 3 > 4 > 5 > 6
- 住房間7的學生7: 1 > 7 > 4 > 5 > 6 > 3 > 2
- 請找出七個學生換宿舍強力核可的分配!
  - 要檢查7!=5040種分配、2^7=128種小圈圈!

分配給大家的前兩志願是強力核可的分配嗎？

- 住房間1的學生1: 5 > 6 > 7 > 1 > 2 > 3 > 4
- 住房間2的學生2: 3 > 4 > 5 > 6 > 7 > 1 > 2
- 住房間3的學生3: 4 > 5 > 2 > 7 > 1 > 3 > 6
- 住房間4的學生4: 1 > 2 > 3 > 4 > 5 > 6 > 7
- 住房間5的學生5: 4 > 5 > 2 > 3 > 6 > 7 > 1
- 住房間6的學生6: 7 > 1 > 2 > 3 > 4 > 5 > 6
- 住房間7的學生7: 1 > 7 > 4 > 5 > 6 > 3 > 2

- 滿足前二志願序:分配房間6352471給學生1-7
  - 類似的分配還有嗎? 把54換成45也可以!!
  - 有沒有小圈圈可以阻擋??

分配給大家的前兩志願不是強力核可的分配!!

- 住房間1的學生1: 5 > 6 > 7 > 1 > 2 > 3 > 4
- 住房間2的學生2: 3 > 4 > 5 > 6 > 7 > 1 > 2
- 住房間3的學生3: 4 > 5 > 2 > 7 > 1 > 3 > 6
- 住房間4的學生4: 1 > 2 > 3 > 4 > 5 > 6 > 7
- 住房間5的學生5: 4 > 5 > 2 > 3 > 6 > 7 > 1
- 住房間6的學生6: 7 > 1 > 2 > 3 > 4 > 5 > 6
- 住房間7的學生7: 1 > 7 > 4 > 5 > 6 > 3 > 2

- 滿足前二志願序:分配房間6352471給學生1-7
  - 小圈圈145可以阻擋：他們互換可以都換到第一志願，產生Pareto改善(學生14更好、學生5沒差)

怎麼找出強力核可的分配?

- 住房間1的學生1: 5 > 6 > 7 > 1 > 2 > 3 > 4
- 住房間2的學生2: 3 > 4 > 5 > 6 > 7 > 1 > 2
- 住房間3的學生3: 4 > 5 > 2 > 7 > 1 > 3 > 6
- 住房間4的學生4: 1 > 2 > 3 > 4 > 5 > 6 > 7
- 住房間5的學生5: 4 > 5 > 2 > 3 > 6 > 7 > 1
- 住房間6的學生6: 7 > 1 > 2 > 3 > 4 > 5 > 6
- 住房間7的學生7: 1 > 7 > 4 > 5 > 6 > 3 > 2

- 小圈圈優先交換算法:
  - 所有人都指向自己第一志願
  - 發現小圈圈 [1 → 5 → 4 → 1]

怎麼找出強力核可的分配?

- 住房間2的學生2: 3 > 6 > 7 > 2
- 住房間3的學生3: 2 > 7 > 3 > 6
- 住房間6的學生6: 7 > 2 > 3 > 6
- 住房間7的學生7: 7 > 6 > 3 > 2

- 小圈圈優先交換算法:
  - 小圈圈 [1 → 5 → 4 → 1] 就優先交換
  - 剩下的人各自指向剩下的房間中自己的第一志願
  - 發現小圈圈 [2 → 3 → 2]
  - 還有自我小圈圈 [7 → 7]
  - 這些小圈圈 [2 → 3 → 2] 和 [7 → 7] 也優先交換

怎麼找出強力核可的分配?

- 住房間6的學生6: [6
- 小圈圈優先交換算法:
  - 小圈圈 [1 → 5 → 4 → 1] 就優先交換
  - 小圈圈 [2 → 3 → 2] 和 [7 → 7] 也優先交換
  - 剩下的人繼續指向剩下房間中自己的第一志願
  - 這時候只剩下 [6 → 6], 也就自己跟自己交換
- 所有人都分配完, 演算法就終止
- 普遍來說, TTC演算法會在有限時間內終止
- 找到唯一滿足**強力核可**的分配

強力核可的分配可以用小圈圈優先演算法找到

- 住房間1的學生1: 5 > 6 > 7 > 1 > 2 > 3 > 4
- 住房間2的學生2: 3 > 4 > 5 > 6 > 7 > 1 > 2
- 住房間3的學生3: 4 > 5 > 2 > 7 > 1 > 3 > 6
- 住房間4的學生4: 1 > 2 > 3 > 4 > 5 > 6 > 7
- 住房間5的學生5: 4 > 5 > 2 > 3 > 6 > 7 > 1
- 住房間6的學生6: 7 > 1 > 2 > 3 > 4 > 5 > 6
- 住房間7的學生7: 1 > 7 > 4 > 5 > 6 > 3 > 2

- 滿足強力核可的分配:房間5321467給學生1-7
  - 小圈圈 [1 → 5 → 4 → 1] 優先交換
  - [2 → 3 → 2] 和 [7 → 7] 也優先交換/剩下[6 → 6]

找找看6對6情況下、強力核可的分配!!

- 住房間1的學生1: 3 > 6 > 1 > 2 > 4 > 5
- 住房間2的學生2: 1 > 6 > 2 > 3 > 4 > 5
- 住房間3的學生3: 2 > 6 > 5 > 1 > 3 > 4
- 住房間4的學生4: 3 > 1 > 6 > 2 > 5 > 4
- 住房間5的學生5: 4 > 1 > 2 > 6 > 3 > 5
- 住房間6的學生6: 4 > 1 > 2 > 3 > 5 > 6

- **小圈圈優先交換演算法:**
  - 所有人都指向自己第一志願
  - 發現小圈圈 [1 → 3 → 2 → 1]
  - 小圈圈 [1 → 3 → 2 → 1] 就優先交換

用小圈圈優先演算法找6對6、強力核可的分配

- 住房間4的學生4: 6 > 5 > 4
- 住房間5的學生5: 4 > 6 > 5
- 住房間6的學生6: 4 > 5 > 6

- **小圈圈優先交換演算法：**
  - 小圈圈 [1 → 3 → 2 → 1] 就優先交換
  - 剩下的人各自指向剩下的房間中自己的第一志願
  - 發現小圈圈 [4 → 6 → 4]
  - 小圈圈 [4 → 6 → 4] 也優先交換
  - 剩下的人繼續指向剩下房間中自己的第一志願
  - 這時候只剩下 [5 → 5]，也就自己跟自己交換

用小圈圈優先演算法找6對6、強力核可的分配

- 住房間1的學生1: 3 > 6 > 1 > 2 > 4 > 5
- 住房間2的學生2: 1 > 6 > 2 > 3 > 4 > 5
- 住房間3的學生3: 2 > 6 > 5 > 1 > 3 > 4
- 住房間4的學生4: 3 > 1 > 6 > 2 > 5 > 4
- 住房間5的學生5: 4 > 1 > 2 > 6 > 3 > 5
- 住房間6的學生6: 4 > 1 > 2 > 3 > 5 > 6

- 小圈圈優先交換演算法把房間312654給學生1-6
  - 小圈圈 [1 → 3 → 2 → 1] 就優先交換
  - 小圈圈 [4 → 6 → 4] 也優先交換
  - 小圈圈 [5 → 5] 自己跟自己換

強力核可制度(Strong Core Rule)為何比較好?

- 小圈圈優先演算法(TTC)是個強力核可制度
  - 除了不會被小圈圈阻擋，它還
- 滿足對策免疫(SP, Strategy-Proof)
  - 「誠實為上策」，因為謊報偏好只會更糟
- 你能在小圈圈優先交換演算法(TTC演算法)中看出「誠實為上策」嗎?
- 如果不容易，也許我們需要提醒參與者
  - 「本規則對策免疫，所以大家誠實為上策!!」
- 還有哪些規則也是對策免疫呢?

只有強力核可制度能同時符合三個條件

- 對策免疫(SP, Strategy-Proof):
  - 「誠實為上策」，因為謊報偏好只會更糟
- 個體自願參與(IR, Individual Rationality):
  - 自己一組不會更好 (所以無法阻擋該分配)
- Pareto效率(PE, Pareto Efficiency):
  - 所有人一組不會更好 (所以無法阻擋該分配)
- 不接受TTC這個強力核可制度就只能三選二!!
  - Jinpeng Ma (馬金朋) (1994), "Strategy-proofness and the strict core in a market with indivisibilities," International Journal of Game Theory, 23(1), 75-83.

如果畢業生搬離房間567、新生567搬進來呢?

- 住房間1的學生1: 5 > 6 > 7 > 1 > 2 > 3 > 4
- 住房間2的學生2: 3 > 4 > 5 > 6 > 7 > 1 > 2
- 住房間3的學生3: 4 > 5 > 2 > 7 > 1 > 3 > 6
- 住房間4的學生4: 1 > 2 > 3 > 4 > 5 > 6 > 7
- 房間5空給新生5: 4 > 5 > 2 > 3 > 6 > 7 > 1
- 房間6空給新生6: 7 > 1 > 2 > 3 > 4 > 5 > 6
- 房間7空給新生7: 1 > 7 > 4 > 5 > 6 > 3 > 2

- 新生567還沒有分配房間，不能用TTC演算法
  - 新生567隨機分配房間567?
  - 新生隨機分配房間，再跟舊生一起做TTC演算法?

如果只是給新生567一個優先排序呢?

- 住房間1的學生1: 5 > 6 > 7 > 1 > 2 > 3 > 4
- 住房間2的學生2: 3 > 4 > 5 > 6 > 7 > 1 > 2
- 住房間3的學生3: 4 > 5 > 2 > 7 > 1 > 3 > 6
- 住房間4的學生4: 1 > 2 > 3 > 4 > 5 > 6 > 7
- 空房間5，新生5: 4 > 5 > 2 > 3 > 6 > 7 > 1
- 空房間6，新生6: 7 > 1 > 2 > 3 > 4 > 5 > 6
- 空房間7，新生7: 1 > 7 > 4 > 5 > 6 > 3 > 2

- 房間優先給現住戶，不然就給最優先的人
  - 新生567的優先排序是一二三(隨機給定?)
  - 舊生1234的優先排序是四五六七 (也隨機給定?!)

改良式小圈圈優先交換演算法(改良式TTC)

1 ←	房間1的學生1:	5 > 6 > 7 > 1 > 2 > 3 > 4
2 ←	房間2的學生2:	3 > 4 > 5 > 6 > 7 > 1 > 2
3 ←	房間3的學生3:	4 > 5 > 2 > 7 > 1 > 3 > 6
4 ←	房間4的學生4:	1 > 2 > 3 > 4 > 5 > 6 > 7
5 ←	房間5，新生5:	4 > 5 > 2 > 3 > 6 > 7 > 1
5 ←	房間6，新生6:	7 > 1 > 2 > 3 > 4 > 5 > 6
5 ←	房間7，新生7:	1 > 7 > 4 > 5 > 6 > 3 > 2

- 學生指向自己的第一志願，房間指向最優先
  - 現住戶，不然就給優先排序第一的人(學生5)
  - 發現小圈圈 [1 → 5 → 5 → 4 → 4 → 1 → 1]

改良式小圈圈優先交換演算法(改良式TTC)

2 ← 房間2的學生2: 3 > 6 > 7 > 2

3 ← 房間3的學生3: 2 > 7 > 3 > 6

6 ← 房間6，新生6: 7 > 2 > 3 > 6

6 ← 房間7，新生7: 7 > 6 > 3 > 2

- 小圈圈優先交換演算法
  - 小圈圈 [1 → 5 → 5 → 4 → 4 → 1 → 1]優先交換
  - 剩下學生指向剩下房間中的第一志願
  - 剩下房間指向剩下學生中的最優先
  - 有小圈圈 [2 → 3 → 3 → 2 → 2] 和 [6 → 7 → 6]
  - 這時候只剩下學生7和房間6可配對: [7 → 6 → 7]

改良式小圈圈優先交換演算法(改良式TTC)

- 住房間1的學生1: [5] > 6 > 7 > 1 > 2 > 3 > 4
- 住房間2的學生2: [3] > 4 > 5 > 6 > 7 > 1 > 2
- 住房間3的學生3: 4 > 5 > [2] > 7 > 1 > 3 > 6
- 住房間4的學生4: [1] > 2 > 3 > 4 > 5 > 6 > 7
- 空房間5，新生5: [4] > 5 > 2 > 3 > 6 > 7 > 1
- 空房間6，新生6: [7] > 1 > 2 > 3 > 4 > 5 > 6
- 空房間7，新生7: 1 > 7 > 4 > 5 > [6] > 3 > 2

- 小圈圈優先交換: 把房間5321476給學生1-7
  - 小圈圈 [1 → 5 → 5 → 4 → 4 → 1 → 1]優先交換
  - [2 → 3 → 3 → 2 → 2], [6 → 7 → 6], [7 → 6 → 7]

Roth用改良式TTC演算法設計器官交換制度

- 住房間1的學生1 → 有親友願意捐腎1的病患1,
- ...
- 住房間n的學生n → 有親友願意捐腎n的病患n
- 空房間(n+1) → 屍腎
- 新生(n+1) → 等候名單上(無捐腎親友)病患(n+1)
- ...

- 由於屍腎數量太少，空房間其實是等候名單
  - 實務上屍腎是一個個臨時出現的，演算法必須能即時調整

如果臨時多了(只有學生4最喜歡的)空房間0呢?

- 住房間1的學生1: 5 > 6 > 7 > 1 > 2 > 3 > 4 > 0
- 住房間2的學生2: 3 > 4 > 5 > 6 > 7 > 1 > 2 > 0
- 住房間3的學生3: 4 > 5 > 2 > 7 > 1 > 3 > 6 > 0
- 住房間4的學生4: 0 > 1 > 2 > 3 > 4 > 5 > 6 > 7
- 住房間5的學生5: 4 > 5 > 2 > 3 > 6 > 7 > 1 > 0
- 住房間6的學生6: 7 > 1 > 2 > 3 > 4 > 5 > 6 > 0
- 住房間7的學生7: 1 > 7 > 4 > 5 > 6 > 3 > 2 > 0

- 原本強力核可分配:房間5321467給學生1-7
  - 出現Pareto改善：學生4換到空房間0，讓出房間1給學生7，然後他原本的房間7讓給學生6

Roth用改良式TTC演算法設計器官交換制度

- 交換捐贈是Pareto改善
  - 即使不允許交換捐贈，其他人還是維持現狀
- 連鎖捐贈則把優先機會讓給能起連鎖反應的人
  - 若不允許連鎖捐贈，會給等候名單上的第一個人!!
  - 除非無償捐贈者「只有激起連鎖反應才願意捐」
  - 或是連鎖反應的終點回到等候名單上的第一個人

活體腎移植 配對系統7月上線 (2018/1/29)

- 聯合報 記者修瑞瑩／台南報導
- ...美國知名女藝人席琳娜因為紅斑性狼瘡病症損及腎臟，由閨蜜捐腎移植，重啓演藝事業，
- 財團法人器官捐贈移植登錄中心董事長、健保署長李伯瑋表示，國內目前活體腎臟捐贈，為避免有買賣行為，只限於配偶及五親等家屬，沒辦法像美國連閨蜜也能捐贈，
- 但線上配對，等於突破只有親人才能捐贈的限制。
- 李伯瑋表示，器官捐贈中心繼推動**器官捐贈者家人可優先獲得他人器官捐贈**，再推動活體腎臟線上配對，相關計畫報衛福部審查後，7月上路。

活體腎移植 配對系統7月上線 (2018/1/29)

- 線上配對是指需要移植的患者與願意捐贈的親人，能與其他病患及親人一起配對，相互捐贈，
  - 例如A、B、C3名患者都在等待換腎，親人也願意捐贈，與患者配對不合，
  - 經過線上配對後，可能A的親人捐腎給B，B的親人捐贈給C，C的親人再捐贈給A。
- 移植醫師表示，部分醫師認為新制效果有限，但以美國實施多年經驗來看，確實可提高配對成功機率。
- 過去親人間如果配對不成，例如血型不合或交叉試驗陽性，...能與其他患者親人配對成功，是另一條出路。

Market Design @ Taiwan
市場設計：台灣國中會考

Joseph Tao-yi Wang (王道一)
Lecture 11, EE-BGT

志願難填 教團：學生陷賽局困境

(2014/6/9國語日報)國教行動聯盟昨天痛批，升學制度儼然變成**賭博式賽局**，學生想進理想學校，竟得**猜測別人的志願怎麼填**，陷入「**賽局理論**」困境。

- (國教行動聯盟理事長王立昇表示，志願序納入超額比序計分，填錯會被扣分，加上第一次免試分發後，基北區約有六千個學生可能放棄錄取考特招，所以**預測別人填哪些志願、會不會放棄一免，成了填寫志願的重要因素**
- 王立昇指出，「賽局理論」是**研究遊戲中個體預測對方和己方行為，所產生的影響，並分析最佳策略**。現在的十二年國教，已經讓學生面臨一樣的困擾。

填志願諜對諜　國教盟驚爆：學生想輕生

國中會考成績上周四公布後，家長學生茫然不知如何選填志願

國教行動聯盟今上午公開呼籲教育部，今年取消志願序計分或採3-7個志願為群組，差一個群組扣1分，以免學生陷入選填志願的博弈賽局中，填志願淪為諜對諜。

(2014/6/7蘋果日報)

填志願諜對諜　國教盟驚爆：學生想輕生

(2014/6/7蘋果日報)
國教行動聯盟理事長王立昇表示，...教育部**應公布更多資訊**並**延長志願表繳交時間**，讓學生有更充足資訊能錄取最理想的學校。他進一步表示，學生為了上好學校，同學間已**互相猜忌**，**打探彼此第一志願是什麼做為自己選填志願的參考**，**陷入博弈賽局**中，解決方法只有取消志願序計分，或擴大為群組計分，降低傷害。

制度變數多 教團憂入學如賽局 (2014/6/8)

- (中央社記者許秩維) 國教行動聯盟今天說，國教入學制度變數多，恐陷賽局理論，孩子得預測他人如何填志願，聯盟籲取消志願序計分。
- 國教行動聯盟舉行記者會，憂心國教入學制度陷入賽局理論的困境，讓學生和家長寢食難安。
- 國教行動聯盟理事長王立昇表示，目前國教入學制度面臨幾個問題，如志願序計分，由於不知別人如何填志願，要進入自己理想的學校就可能有很多變數，導致陷入賽局理論的困境，學生家長難以填志願。

Taiwan High School Choice

- History School Choice in Taiwan
  - Old: Gale-Shapley Deferred Acceptance
  - New System in 2014
- Exam-exempt School Choice based on:
  - # of ABC from Joint Exam (會考)
  - Self-reported School Choice Rankings
  - Other factors (that all get the same score)
  - Chinese composition: Grade 1-6
  - A++, A+, A, A-, etc.

Taiwan School Choice: A Simplified Model

- How can we analyze this?
  - Simplify to obtain a tractable model/example
  - Implement in the lab
- What are key elements of the situation?
- What are the key results to reproduce?
- Next: Run lab experiments to

1. Test the model
2. Try alternative institutions
3. Teach parents/policy makers

Taiwan School Choice: A Simplified Model

- Three schools: A, B, C
- Three students: 1 & 2 are type a, 3 is type c
- Student Payoffs: [redacted]
- School Payoffs: [redacted]
- Actions: Self-report School Choice Rankings

  [redacted]
- Assign everyone to their first choice
  - Ties broken by student type/grade, then random
  - Remaining students assigned to remaining schools

Taiwan School Choice: A Simplified Model

- This is manipulable (=not strategy-proof)
  - Truthful Reporting of Ranking is not BR!
- Suppose all students truthfully report ABC
- Outcome: Student 1, 2 go to schools A, B (randomly) and student 3 goes to school C
  - Schools ABC get students of type aac
- But: Student 3 could gain by misreporting!

[redacted]

Taiwan School Choice: A Simplified Model

- What is the Nash Equilibrium of the game?

1. Student 3 reports BAC
2. Student 1 & 2 report ABC with prob. p,
   report BAC with prob. $(1-p)$

- Outcome:
- p^2 : School ABC get students of type aca
  - When both Student 1 & 2 report ABC…
- $1-p^2$: School ABC get students of type aac

Taiwan School Choice: A Simplified Model

3 reports BAC; 1,2 report ABC/ BAC with $(p, 1-p)$

- For Student 1 (and 2) to mix, need: [redacted]

[redacted]

[redacted] [redacted]

[redacted]

[redacted] [redacted]

Taiwan School Choice: A Simplified Model

- Why is this a Nash Equilibrium?
  - Student 1 & 2 report ABC with prob. [redacted]
- For Student 3, we need [redacted]

[redacted]

$$= p^2 - (1-p)\cdot(1-p^2)$$

- Since [redacted]

[redacted] increasing [redacted]

Conclusion (for the Example) 結論

- Nash Equilibrium of this 3-student game:

1. Student 3 untruthfully reports BAC
2. Student 1 & 2 mix between truthful & untruthful reports ABC/BCA, $(p, 1-p)$

- Outcome:
- p^2 : School ABC get students of type aca
  - When both Student 1 & 2 report ABC…
- $1-p^2$: School ABC get students of type aac

Possible Extensions:

1. Is Cardinal Utility Required?
    - Ordinal preferences is fine if exists p so that

[redacted]

2. What if students have different preferences?
    - Different Risk Attitudes?
3. What if there are more students/schools?
4. What if schools can also act strategically?
5. What is a Good Alternative Mechanism?

A Simple Theory of Matching (R-S, Ch.2)

- Gale & Shapley (1962); Roth & Sotomayor (1990)
- Finite Set of Students S and Schools C
- 1-1 Matching, Strict (Ordinal) Preferences:
  - [redacted]: Student s prefers School c to [redacted]
  - [redacted]: School c prefers Student s to [redacted]
  - [redacted]: [redacted] is acceptable to j
- A matching is [redacted]

A Simple Theory of Matching (R-S, Ch.2)

- Matching [redacted] blocked by individual [redacted] if [redacted]
- Matching [redacted] blocked by pair s, c if
  - [redacted] and [redacted]
- Matching is stable if it is blocked by neither
  - Core = Set of all stable matchings
  - A stable matching is Pareto efficient
- Theorem (Gale-Shapley, R-S Theorem 2.8)
  - Exists a stable matching in any 1-1 matching market

Deferred Acceptance Algorithm

- Step 1: Students apply to their first choices
  - Schools tentatively hold most preferred student and reject all others
- Step t (2 and above): Students rejected in Step $t-1$ apply to next highest choice
  - Schools tentatively hold most preferred student (new or held) and reject all others
- Stop when no more new applications
  - Happens in finite time!

DA Algorithm: Taiwan School Choice Model

- 3 schools: A, B, C; 3 students: a, b, c
  - Student Payoffs: [redacted]
  - School Payoffs: [redacted]
- Step 1: All students apply to school A
  - School A holds student a and rejects b, c
- Step 2: Students b, c apply to school B
  - School B holds student b and rejects c
- Step 3: Students c applies to school C
  - School C holds student c and terminates DA!

Deferred Acceptance Algorithm

- Proof of Theorem (Gale-Shapley)
  - DA gives matching where no student/school applies to/holds unacceptable schools/students
- Matching [redacted] not blocked by any individual!
  - If [redacted], s was rejected by c before in DA
  - But in DA, c rejects only if it sees better choice!
  - Hence, [redacted]
- Matching [redacted] not blocked by any pair!
- Resulting Matching [redacted] of DA is stable. QED

DA Algorithm: Taiwan School Choice Model

- What does stable mean in the field?!
- Roth (1984):
  - stable ones successfully used
  - continue to be used (unstable ones abandoned)
- Few complaints in Taiwan?!
- A student-proposing DA algorithm yields:
- Student-optimal stable matching
    - (superior to all other stable matching)
  - Proof of Theorem? See R-S Theorem 2.12

DA Algorithm: Marriage Matching

- Male-optimal stable matching
  - (superior to all other stable matching)

= Female-pessimal

- (inferior to all other stable matching)
- In contrast, A female-proposing DA leads to
  - Female-optimal/male-pessimal stable matching
- Why is proposing power less important school choice?
  - Student/School Preferences More Aligned?

Rural Hospital Theorem (R-S Th'm 2.22)

- The same set of students/schools are left unmatched in all stable matching
- This means:
  - A loser is a loser in any stable matching (魯蛇到哪裡都是魯蛇)
  - Cannot expect any stable-matching mechanism to solve rural hospital problem (偏遠地區醫療)
- Proof?

Proof of Rural Hospital Theorem

- Student-optimal stable matching [redacted]
- Alternative stable matching [redacted]
- [redacted] is student-optimal:
  - Students matched in [redacted] also matched in [redacted]
- [redacted] is school-pessimal:
  - Schools matched in [redacted] also matched [redacted]
- # of matches are the same in any match
- Same set of students/schools matched in [redacted]

Truthful Reporting and Strategy-Proofness

- Main problem of the new system in Taiwan:
  - People want to misrepresent their preferences!
- Mechanism: Rule that yields a matching from (reported) preferences
- A mechanism is strategy-proof if reporting true preferences is a dominant strategy for everyone
  - The new system in Taiwan is not strategy-proof
  - Is DA strategy-proof?

Truthful Reporting and Strategy-Proofness

- In fact, no stable mechanism is strategy-proof! (R-S Theorem 4.4)
  - But, by Dubins and Freedman 1981, Roth 1982:
- Theorem (R-S Theorem 4.7): The student-proposing DA is strategy-proof for students.
- Why DA (old system in Taiwan) is good:
  1. Stable
  2. Students prefer it to all other stable matching
  3. Strategy-proof for students

Truthful Reporting and Strategy-Proofness

1. Strategy-proof → Manipulable
   - Degree of strategy-proofness (instead of Y/N)
2. 1-1 → Many-to-one
   - Schools can accept up to ■ students (quota)
   - Existence of stable many-to-one matching market
   - X-proposing DA → X-optimal stable matching
   - Rural Hospital Theorem (fill same # of students)
   - Student-proposing DA strategy-proof for students
   - No stable mechanism strategy-proof for schools
3. Problem for Married Couples?!